

	GESTIÓN DE SERVICIOS ACADÉMICOS Y BIBLIOTECARIOS		CÓDIGO	FO-GS-15
			VERSION	02
	ESQUEMA HOJA DE RESUMEN		FECHA	03/04/2017
			PÁGINA	1 de 1
ELABORÓ	REVISÓ	APROBÓ		
Jefe División de Biblioteca	Equipo Operativo de Calidad	Líder de Calidad		

RESUMEN TRABAJO DE GRADO

AUTOR(ES) NOMBRES Y APELLIDOS

NOMBRES(S): OMAR ALEJANDRO APELLIDOS: RIVERA PÉREZ

FACULTAD: CIENCIAS BÁSICAS

PLAN DE ESTUDIO: MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DIRECTOR(ES)

NOMBRES(S): MAWENCY APELLIDOS: VERGEL ORTEGA

NOMBRES(S): OLGA MARINA APELLIDOS: VEGA ANGARITA

TÍTULO DEL TRABAJO (TESIS): ESTRATEGIA PEDAGÓGICA BASADA EN UNA APP DE LA FUNCIÓN LINEAL, PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO.

El presente proyecto de investigación se propuso como objetivo diseñar una estrategia pedagógica basada en una App sobre la función lineal para el mejoramiento del pensamiento variacional de los estudiantes de grado noveno. En este sentido, se propuso una metodología cuantitativa descriptiva con diseño transversal y método cuasi-experimental. La muestra estuvo conformada por 16 estudiantes de una institución privada. Para su desarrollo, en primer lugar, se aplicó un test de selección múltiple de única respuesta conformado por 20 preguntas, donde se evaluaron las tres competencias propuestas en los estándares básicos de competencia representación y modelación; Razonamiento y argumentación y Planteamiento y resolución de problemas. El análisis de resultados mostró un bajo nivel de desarrollo del pensamiento variacional, por lo que se diseñó una App basada en las funciones lineales y afines, que motivo al grupo de estudiantes participantes lo que se vio reflejado en la mejora de resultados de la prueba final. En conclusión, se puede decir que, el uso de la App mejoró de manera significativa el nivel de desarrollo del pensamiento variacional.

PALABRAS CLAVE: (MÁXIMO 5 PALABRAS CLAVES) Pensamiento Variacional, Función Lineal, Estrategia Pedagógica, App.

PÁGINAS: 107 PLANOS: _____ ILUSTRACIONES: _____ CD ROOM: _____

ESTRATEGIA PEDAGÓGICA BASADA EN UNA APP DE LA FUNCIÓN LINEAL,
PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE
GRADO NOVENO

OMAR ALEJANDRO RIVERA PÉREZ

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
PLAN DE ESTUDIOS DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SAN JOSÉ DE CÚCUTA

2022

ESTRATEGIA PEDAGÓGICA BASADA EN UNA APP DE LA FUNCIÓN LINEAL,
PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE
GRADO NOVENO

OMAR ALEJANDRO RIVERA PÉREZ

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de Magister en
Educación Matemática

Directora:

PH.D. MAWENCY VERGEL ORTEGA

Codirectora:

PH.D. OLGA MARINA VEGA ANGARITA

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
PLAN DE ESTUDIOS DE MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
SAN JOSÉ DE CÚCUTA

2022

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TRABAJO DE GRADO

FECHA: 18 de marzo de 2022.

HORA: 2:00 p.m.

LUGAR: Oficina 404 Edificio Fundadores

TÍTULO: ESTRATEGIA PEDAGÓGICA BASADA EN UNA APP DE LA FUNCIÓN LINEAL, PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO.

OMAR ALEJANDRO RIVERA PÉREZ	2390134	Cuantitativa	Cualitativa
NOMBRE DEL ESTUDIANTE	CÓDIGO	4.5	MERITORIA
		CALIFICACIÓN	

JURADOS:



ALEXANDER CONTRERAS BUSTAMANTE



LUZ ESTELA ROMERO RAMÍREZ



FERNEL CÁRDENAS GARCÍA

DIRECTOR (A):



MAWENCY VERGEL ORTEGA

CODIRECTOR (A):



OLGA MARINA VEGA ANGARITA



MAWENCY VERGEL ORTEGA
Directora Programa Maestría en Educación
Matemática



LAURA YOLIMA MORENO ROZO
Decana Facultad de Ciencias Básica

Dedicatoria.

El presente trabajo investigativo lo dedico principalmente a Dios, por la fuerza e inspiración para realizar este proyecto y culminar este ciclo de la mejor manera posible.

A mis padres, por su amor, y comprensión en todos estos años, gracias a ustedes he logrado llegar hasta aquí. Ha sido un orgullo y privilegio ser su hijo, A mis hermanas (os) por estar siempre presentes, acompañándome y por su apoyo moral, que me brindaron a lo largo de esta etapa de mi vida.

A mis Profesores, por su tiempo, por su apoyo brindado y así como por los saberes adquiridos en el desarrollo de mi formación profesional y personal.

A todas las personas que me han apoyado y han hecho que el proyecto se realice con éxito en especial a aquellos que me abrieron las puertas y compartieron sus conocimientos.

Omar Alejandro Rivera Pérez

Agradecimientos.

Agradecimiento a Dios por su bendición, por guiarme a lo largo de la existencia, ser el apoyo y fortaleza en aquellos momentos de dificultad y de debilidad. Gracias a nuestros padres: Omar Rivera Cándelo; y, Oneida María Pérez Pérez, por ser los principales promotores de mis sueños, sus consejos, valores y principios que me ha inculcado, a mi tía Martha Nidia Rivera

Cándelo, por su apoyo incondicional, confiar y creer en mí.

A la doctora Mawency Vergel Ortega por toda la orientación y ayuda brindada como directora de la maestría y del proyecto de grado. Al docente Abelardo Mora Quintero por las asesorías y colaboración en el desarrollo de la investigación y a los estudiantes del grado Noveno de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio por su valioso aporte para la investigación.

Omar Alejandro Rivera Pérez

Resumen.

El presente proyecto de investigación se propuso como objetivo diseñar una estrategia pedagógica basada en una App sobre la función lineal para el mejoramiento del pensamiento variacional de los estudiantes de grado noveno. En este sentido, se propuso una metodología cuantitativa descriptiva con diseño transversal y método cuasiexperimental. La muestra estuvo conformada por 16 estudiantes de una institución privada. Para su desarrollo, en primer lugar, se aplicó un test de selección múltiple de única respuesta conformado por 20 preguntas, donde se evaluaron las tres competencias propuestas en los estándares básicos de competencia representación y modelación; Razonamiento y argumentación y Planteamiento y resolución de problemas. El análisis de resultados mostró un bajo nivel de desarrollo del pensamiento variacional, por lo que se diseñó una App basada en las funciones lineales y afines, que motivo al grupo de estudiantes participantes lo que se vio reflejado en la mejora de resultados de la prueba final. En conclusión, se puede decir que, el uso de la App mejoró de manera significativa el nivel de desarrollo del pensamiento variacional.

Palabras clave: pensamiento variacional, función lineal, estrategia pedagógica, App.

Abstract.

The objective of this research project was to design a pedagogical strategy based on a linear function App to improve the variational thinking of ninth grade students. In this sense, a descriptive quantitative methodology with cross-sectional design and quasi-experimental method was proposed. The sample consisted of 16 students from a private institution. For its development, first of all, a multiple-choice test with a single answer consisting of 20 questions was applied, where the three competences proposed in the basic standards of competence Communication, representation and modeling; Reasoning and argumentation and Problem posing and solving were evaluated. The analysis of the results showed a low level of development of variational thinking, so an App based on linear and related functions was designed to motivate the group of participating students, which was reflected in the improvement of the results of the final test. In conclusion, it can be said that the use of the App significantly improved the level of development of variational thinking.

Key words: variational thinking, linear function, pedagogical strategy, App.

Tabla de contenido

Introducción.	15
1. El problema.	16
1.1 Planteamiento del problema.	16
1.2 Preguntas que soportan la investigación.	18
1.2.1 Pregunta problematizadora.	18
1.2.2 Sistematización del problema.	18
1.3 Objetivos.	18
1.3.1 Objetivo general.	18
1.3.2 Objetivos específicos.	18
1.4 Justificación.	19
2. Marco referencial.	22
2.1 Antecedentes.	22
2.1.1 Antecedentes internacionales.	22
2.1.2 Antecedentes nacionales.	24
2.1.3 Antecedentes regionales y locales.	26
2.2 Marco conceptual.	27
2.2.1 La noción de competencias.	27
2.2.2 Las competencias matemáticas.	28
2.2.3 El pensamiento variacional.	29
2.2.4 La enseñanza de las matemáticas.	30
2.2.5 Las TIC y su incorporación en el aula de matemáticas.	31
2.2.6 La m-learning.	33
2.2.7 Las App.	33
2.2.8 App inventor 2.	34
2.3 Marco teórico.	35
2.3.1 La teoría constructivista.	35
2.3.2 El aprendizaje significativo.	37

2.3.3 El conectivismo.	38
2.4 Marco contextual.	40
2.5 Marco legal.	41
3. Horizonte metodológico.	43
3.1 Enfoque.	43
3.2 Método.	44
3.3 Hipótesis.	44
3.3.1 Hipótesis alterna.	44
3.3.2 Hipótesis nula.	44
3.4 Operacionalización de variables.	44
3.5 Fases de la investigación.	47
3.6 Población y muestra.	47
3.7 Técnicas de recolección de información.	47
3.8 Técnicas de procesamiento de información.	49
3.9 Validación de instrumentos.	50
4. Resultados.	50
4.1 Análisis prueba inicial.	50
4.2 Análisis prueba final.	53
4.3 Contraste de hipótesis.	57
5. Propuesta pedagógica.	61
5.1 Presentación de la propuesta.	61
5.2 Justificación de la propuesta.	61
5.3 Competencias a desarrollar.	62
5.4 Objetivos.	62
5.5 Estructurar de la App.	62
5.6 Guías de trabajo.	69
5.6.1 Módulo funciones.	69
5.6.2 Módulo función lineal.	72

5.6.3 Módulo función afín.	75
5.6.4 Módulo ecuación de la recta.	76
5.6.5 Tipos de rectas.	77
5.6.6 Módulo aplicaciones.	79
5.7 Ejemplos de códigos fuente.	81
6. Conclusiones.	83
7. Recomendaciones.	86
Referencias bibliográficas.	87
ANEXOS	92

Lista de tablas.

Tabla 1. Operacionalización de variables	46
Tabla 2. Estructura de la prueba	48
Tabla 3. Parámetros para el análisis de la prueba inicial y final	49
Tabla 4. Resultados globales prueba inicial	50
Tabla 5. Resultados representación y modelación prueba inicial	51
Tabla 6. Resultados razonamiento y argumentación prueba inicial	52
Tabla 7. Resultados resolución de problemas prueba inicial	53
Tabla 8. Resultados globales prueba final	54
Tabla 9. Resultados representación y modelación prueba final	55
Tabla 10. Resultados razonamiento y argumentación	56
Tabla 11. Resultados planteamiento y resolución de problemas	56
Tabla 12. Estadísticos prueba inicial Vs. final	58
Tabla 13. Estadísticos de normalidad	59
Tabla 14. Factor ANOVA	60

Lista de figuras.

Figura 1. Resultados globales	51
Figura 2. Resultados representación y modelación prueba inicial	51
Figura 3. Resultados Razonamiento y argumentación prueba inicial	52
Figura 4. Resultados Razonamiento y argumentación prueba inicial	53
Figura 5. Resultados globales prueba final	54
Figura 6. Resultados representación modelación prueba final	55
Figura 7. Resultados razonamiento y argumentación	56
Figura 8. Resultados planteamiento y resolución de problemas	57
Figura 9. Diagrama de cajas y bigotes prueba inicial Vs final	58
Figura 10. Pantalla de inicio de la App	63
Figura 11. Pantalla de inicio de cada módulo	64
Figura 12. Pantalla de exploración módulo funciones	64
Figura 13. Pantalla aplicación de dibujo	65
Figura 14. Menú aplicación de dibujo	65
Figura 15. Aplicación dibujar funciones lineales	66
Figura 16. Ejemplo de función lineal en la aplicación	66
Figura 17. Módulo presentación de conocimientos funciones	67
Figura 18. Módulo ejercitación funciones	67
Figura 19. Pantalla inicial de la evaluación	68
Figura 20. Evaluación de funciones	68
Figura 21. Código fuente introducir coordenadas en aplicación de dibujo	82

Lista de anexos.

Anexo A. Prueba diagnóstica y final	93
Anexo B. Validación de instrumentos	97
Anexo C. Consentimiento informado	101
Anexo D. Evidencia de la intervención	102

Introducción.

Las matemáticas como área del saber ocupan un lugar relevante en el entorno escolar. Su importancia se centra en que permite modelar situaciones de la vida real para resolver problemas del propio entorno. Sin embargo, a pesar de ser considerada una herramienta fundamental para entender el mundo, su proceso de enseñanza-aprendizaje sigue presentando una serie de dificultades, basadas especialmente en la forma como se afronta su trabajo al interior del aula, mediante la aplicación de métodos tradicionales de enseñanza basada en el uso del tablero como única herramienta pedagógica.

En este orden de ideas, el presente proyecto de investigación busca mejorar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional mediante el uso de una App desarrollada en el lenguaje de programación por bloques App inventor. La propuesta pretendió tomar un dispositivo tecnológico común, el celular y convertirlo en una herramienta de aprendizaje. Una vez terminada la investigación se realizó el presente documento que se dividió en 7 capítulos y que muestra los resultados de la misma.

En el primer capítulo de la investigación se presenta el problema, así como la justificación y los objetivos planteados. Mientras que el segundo capítulo, muestra los antecedentes, el marco conceptual y el teórico, al igual que el contextual y el legal, para continuar en el tercer capítulo, se incluye los aspectos metodológicos, es decir, la ruta seguida para su desarrollo.

Igualmente, en el cuarto capítulo está dedicado a los resultados y el quinto capítulo a la presentación de la propuesta pedagógica, mientras que el sexto capítulo hace referencia a las conclusiones y el séptimo capítulo a las recomendaciones.

1. El problema.

1.1 Planteamiento del problema.

La enseñanza de las matemáticas ha presentado tradicionalmente una serie de dificultades que no han permitido que los educandos alcancen un aprendizaje verdaderamente significativo. En procura de solventar esta situación, el Ministerio de Educación Nacional (MEN) propuso una serie de lineamientos y competencias básicas que los estudiantes colombianos deben adquirir para ser competentes matemáticamente. Estas competencias, además, abordan una serie de pensamientos, entre los que se encuentra el variacional y de sistemas algebraicos y analíticos.

Este pensamiento tiene que ver con el “proceso de cambio. Concepto de variable. El álgebra como sistema de representación y descripción de fenómenos de variación y cambio. Relaciones y funciones con sus correspondientes propiedades y representaciones gráficas. Modelos matemáticos” (Cardona, 2019, p. 49). El desarrollo de este pensamiento en particular es muy importante puesto que hace referencia a la relación que existe entre variables y la forma como estas evolucionan unas en función de la otra. Además, el mundo real no es estático sino dinámico, por lo tanto, entender la variación y la forma de modelarla, es fundamental a la hora de enfrentar problemas cotidianos.

Pero a pesar de la importancia de las matemáticas, siguen existiendo una serie de falencias que se ven reflejadas en los resultados obtenidos por el país en las pruebas internacionales, así como, en las estandarizadas a nivel nacional. En este sentido es preciso decir, que Colombia participa en la denominadas pruebas PISA, que son un examen internacional promovido por la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) que está dirigido a evaluar estudiantes de 15 años, en lectura, ciencias naturales y matemáticas.

En el caso específico de las matemáticas los resultados muestran incremento desde la primera prueba presentada por el país en el 2006, sin embargo, se ha llegado a un estancamiento, debido a que en el 2015 el puntaje obtenido fue de 390, mientras que, en la última versión, la del 2018, este fue de 391, resultado que se encuentra muy por debajo del promedio de la organización que fue 489 (OECD, 2019). Esto muestra, que, aunque existe una mejora, se hace necesario buscar estrategias para superar el estancamiento.

Por otro lado, al hacer referencia a los resultados nacionales es pertinente aludir a las pruebas SABER que son aplicadas en grado 11, pero también en tercero, quinto y noveno. Estas últimas no se realizan de forma censal desde el 2017. En este orden de ideas, es preciso decir que en las pruebas SABER 11 del año 2019, el promedio nacional alcanzó un valor de 52 sobre 100, con una desviación estándar de 11, lo que significa que el 68% de los evaluados, se ubicaron en un intervalo que va de 41 hasta 63, resultados que no son buenos. Así mismo, al verificar los resultados del Ente Territorial certificado se puede verificar que el promedio y la desviación estándar de Cúcuta son las mismas de manera globalizada en Colombia (ICFES, 2021).

En cuanto a la situación de la Institución Educativa Colegio San Tarcisio, ésta no es muy diferente a la que muestra la nación y el ente territorial, puesto que el puntaje promedio alcanzado fue de 51, un punto por debajo de Cúcuta y del promedio general del país, sin embargo, la desviación estándar es 10, un punto por debajo del ETC y de Colombia, lo que indica que la institución se encuentra en condiciones similares a estas dos entidades.

1.2 Preguntas que soportan la investigación.

1.2.1 Pregunta problematizadora.

¿Cómo fomentar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno, empleando una App sobre función lineal?

1.2.2 Sistematización del problema.

¿Qué dificultades presentan los estudiantes de noveno grado en el desarrollo del pensamiento variacional?

¿De qué forma abordar didácticamente el desarrollo del pensamiento variacional, teniendo en cuenta una App sobre función lineal?

¿Cuál fue el impacto de la propuesta pedagógica implementada en el desarrollo del pensamiento variacional, en estudiantes de noveno grado?

1.3 Objetivos.

1.3.1 Objetivo general.

Diseñar una estrategia pedagógica basada en una App sobre la función lineal para el mejoramiento del pensamiento variacional de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio, Municipio de Los Patios, Norte de Santander.

1.3.2 Objetivos específicos.

Diagnosticar el nivel de desarrollo del pensamiento variacional de los estudiantes de noveno grado de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio, Municipio de Los Patios, Norte de Santander.

Diseñar e implementar una estrategia pedagógica basada en una App de función lineal, para potenciar el pensamiento el pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio, Municipio de Los Patios, Norte de Santander.

Analizar el impacto de la propuesta didáctica implementada, en el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio, municipio de los Patios, Norte de Santander.

1.4 Justificación.

El desarrollo del pensamiento matemático es una de las tareas a la que debe abocarse el entorno escolar, debido a que las matemáticas son fundamentales en todas las áreas del conocimiento, en especial en el momento actual de desarrollo tecnológico. En este sentido se hace necesario que los maestros propongan estrategias que contribuyan a cambiar de forma significativa la forma como los educandos ven las matemáticas escolares.

Entendiendo la significación que tiene el área en el aprendizaje, el Ministerio de Educación Nacional (MEN), definió una serie de estándares y competencias para que sirvan de guía en el trabajo de aula. A su vez, estos estándares se dividen en 5 pensamientos, entre los que se encuentra el variacional. Pero ¿Qué es el pensamiento variacional y cuál es su importancia? En este sentido es relevante citar a Vasco (2003, citado en Cabezas y Mendoza, 2016) quien afirma que

El pensamiento variacional es concebido como una forma dinámica de pensar que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que cavarían en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades, de las mismas o distintas magnitudes, en los subprocesos recortados de la realidad. (p. 14)

El concepto referenciado permite entender su importancia, ya que muchas situaciones cotidianas tienen que ver con el cambio, y para entender este cambio es necesario establecer relaciones entre las distintas variables. Como afirma el MEN (1998)

El pensamiento variacional se propone para analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentra como sustrato de ellas. En esta forma se amplía la visión de variación por cuanto su estudio se inicia en el intento de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes. (p. 49)

Lo apuntado deja suficientemente justificado el trabajo desde el punto de vista disciplinar. Sin embargo, es preciso decir que el abordaje de la variación en matemáticas generalmente se ha abordado desde el punto de vista memorístico, lo que implica que el educando no desarrolla efectivamente este tipo de pensamiento que es altamente complejo, ya que la enseñanza escolar ha convertido las matemáticas en una ciencia exacta, y en este sentido, el pensamiento del educando se modela para encontrar valores exactos y por lo tanto no se incentiva para que se establezcan relaciones de cambio. Esto último es fundamental, pues las situaciones de cambio son cotidianas.

Por otro lado existen diversos tipos de variación, siendo la lineal la más sencilla. Pero a pesar de su sencillez es fundamental para una gran cantidad de situaciones problemas, y además, es la forma de introducir al educando en procesos más complejos. No obstante, son muchas las dificultades que muestran los educandos al respecto. Como afirma Gallo (2018) los educandos no tienen claridad sobre lo que es una incógnita y una pendiente. Así mismo, lo que es una variable, el punto de corte con el eje vertical, el intercepto. Por otro lado, se les dificulta establecer relaciones entre las expresiones algebraicas de las funciones y su gráficas. Estas falencias llevan a la necesidad de dejar de lado los procesos mecanicistas y promover una visión crítica para la solución de problemas.

Solucionar esta situación es imperioso, y las TIC, pueden contribuir de manera efectiva en esta situación, ya que los programas computacionales facilitan la manipulación de las variables. De igual forma, la tecnología móvil ha facilitado el acceso a este tipo de recursos y eso es lo que se pretende en la presente investigación, a través de la construcción e implementación de una App.

Igualmente, es importante referenciar, que con el proyecto se va beneficiar un importante sector poblacional, pues si bien se intervendrá un grupo pequeño, la experiencia puede ser extrapolada en el futuro a todos los estudiantes de noveno, decimo y once, situación que puede contribuir a superar las brechas de aprendizaje que se han podido evidenciar en el análisis de resultados de pruebas externas.

2. Marco referencial.

2.1 Antecedentes.

2.1.1 Antecedentes internacionales.

Castrillón y Ramírez (2017) desarrollaron una Tesis de maestría para la Universidad peruana Norbert Wiener, cuyo objetivo fue determinar el tipo de relación existente entre el uso de blogs virtuales y el desarrollo del pensamiento lógico matemático en los estudiantes de secundaria de la institución educativa Real Campestre la Sagrada Familia, sede principal de Fresno Tolima. En este sentido, y para alcanzar el objetivo propuesto se planteó una metodología cuantitativa con método Cuasiexperimental y diseño pretest, post-test. Se intervinieron 24 alumnos entre los 14 y los 18 años, concluyéndose que el uso del blog no condujo a mejorar significativas en el desarrollo del pensamiento lógico matemático.

El trabajo es importante ya que presenta algunas pautas metodológicas que servirán de guía para la presente investigación, que pretende orientarse desde el punto de vista cuantitativo con un diseño de pretest, posttest, pero con grupo de control. De igual forma, permite entender los métodos estadísticos a aplicar en este tipo de investigación.

En segundo lugar, se relaciona la tesis de maestría desarrollada por Tovar y Santo Domingo (2018) cuyo objetivo fue determinar el nivel de influencia del software Winplot sobre el pensamiento variacional en estudiantes de grado décimo de la I.E. José María Carbonell del municipio de San Antonio (Tolima). En este orden de ideas y desde el punto de vista metodológico el trabajo fue de corte cuantitativo con método cuasiexperimental. Además, se establecieron dos grupos el de investigación y el de control y se aplicaron dos pruebas, un pretest inicial y posttest final, de forma tal que se pueda comprobar que tan efectivo fue el proceso de intervención.

Se concluyó que una vez aplicada la estrategia el grupo que fue intervenido haciendo uso del software Winplot, presentó mejoras significativas con respecto al desarrollo del pensamiento variacional, lo que lleva a pensar que su uso es una opción viable a la hora de potenciar este tipo de pensamiento. Así mismo, el trabajo hace dos contribuciones: la primera tiene que ver con los aspectos metodológicos, ya que sigue un procedimiento similar al que se seguirá para desarrollar la presente investigación. Por otro lado, permite entrever como el uso de la tecnología se puede convertir en una herramienta que contribuye a desarrollar los pensamientos matemáticos, en especial el variacional, puesto que facilita la manipulación de las variables.

Flórez (2019) desarrolló una tesis de maestría para la Universidad de Barcelona, Ecuador cuyo objetivo fue desarrollar una estrategia basada en las TIC, con la finalidad de potenciar las competencias necesarias para entender y aplicar los conceptos de función lineal y afín. Para alcanzar el objetivo se tuvo en cuenta una metodología mixta, llegándose a la conclusión, que si bien la propuesta pedagógica motivó a los educandos para el desarrollo de la temática propuesta, estos no tienen un buen nivel de desarrollo de las competencias tecnológicas, por lo que se hace necesario dedicar una sesión de clase en la comprensión de la interfaz del software empleado. De igual forma, es pertinente hacer uso de una mayor cantidad de material didáctico relacionado con el juego, pues se pudo evidenciar que lo lúdico contribuye en buena medida al desarrollo de las competencias matemáticas. Otro aspecto importante, es poner más atención a los rezagados, es decir, respetar los ritmos de trabajo de los estudiantes, puesto que si bien uno de los aportes de las TIC es el respeto de la individualidad, en diversas ocasiones el afán del maestro por cumplir los cronogramas no permite que esto sea una realidad. Desde el punto de vista de los aportes para la presente investigación, se hace evidente que cada una de las conclusiones deja un

mensaje importante para ser tenido en cuenta en la pretensión de integrar las tecnologías móviles al desarrollo de la clase de matemáticas.

2.1.2 Antecedentes nacionales.

Cardona (2019) desarrolló una tesis de maestría para la Universidad Tecnológica de Pereira, en la que propuso como objetivo identificar las dificultades en la adquisición de competencias matemáticas del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos en los estudiantes de grado 11 de la Institución Educativa Empresarial de Dosquebradas Risaralda. Para la consecución de los objetivos se empleó una metodología cuantitativa evaluativa, lo que llevó a concluir que existe una multiplicidad de dificultades en el desarrollo del pensamiento variacional, puesto que a los educandos se les complica entender situaciones donde una variable sufre cambios en función de otra.

En este sentido, la secuencia didáctica aplicada contribuyó a su mejoramiento, sin embargo, por lo corto del tiempo y la complejidad de este pensamiento, se recomienda seguir implementando estrategias innovadoras en procura de su fortalecimiento. Desde este punto de vista, es preciso decir que la investigación hace importantes aportes, especialmente en la construcción teórica, debido a que se abordará este mismo pensamiento. En un sentido similar, es relevante afirmar que desde lo metodológico da luces sobre los procesos a seguir.

Bocanegra (2017) elaboró una tesis de maestría para la Universidad ICESI de Santiago de Cali. Su objetivo es evaluar la implementación de secuencia didáctica basada en situaciones problema relacionados con conceptos financieros que permita promover el pensamiento numérico-variacional en el aprendizaje del objeto matemático en los estudiantes de grado séptimo de básica secundaria de la Institución Educativa Comuna 17 de Cali y se desarrolló teniendo en cuenta el paradigma cualitativo, con un diseño de estudio de caso.

Una vez desarrollada la investigación se llegó a la conclusión que es fundamental la activación de los conceptos previos, de ellos depende la adquisición de nuevos conocimientos y su nivel de significación. Desde otra perspectiva se demuestra la importancia de generar situaciones problema que tengan que ver con el entorno del estudiante. Así mismo, es fundamental la presentación de los conceptos matemáticos, pues sin ellos se hace imposible la resolución de problemas. En este sentido, el trabajo hace importantes aportaciones en lo que tiene que ver con la forma de diseñar la propuesta pedagógica, el enfoque que se le debe dar a la presentación de los conceptos y el tipo de problemas abordados.

González (2018) desarrolló una tesis de maestría para la Universidad ICESI de la ciudad de Cali, planteando como objetivo analizar la incidencia del trabajo colaborativo en el desarrollo de competencias matemáticas del pensamiento variacional en la solución de situaciones problema de orden geométrico, con los estudiantes del grado 8 de la sede Marino Rengifo Salcedo de la I.E Agustín Nieto Caballero de Cali. La investigación fue orientada por una metodología cualitativa y un diseño descriptivo.

Una vez realizada la investigación se concluyó que el trabajo colaborativo permite a los educandos un buen grado de complementariedad, situación que redundará en un mejor aprendizaje. En este sentido, se vio fortalecido el aspecto afectivo potenciado de esta forma, no solo lo académico, sino el aprendizaje, debido a que el trabajo por pares permitió a cada uno de los participantes entender cuáles son sus falencias, pero sobre todo despejar dudas a partir de la ayuda del otro. Esto lleva a pensar, que para la presente investigación sería interesante, además de aplicar la App, buscar la forma de que los sujetos de prueba puedan interactuar entre ellos, en este caso a través de foros, donde se expongan los aciertos y las falencias de cada uno, con la finalidad de tener acceso al conocimiento de los demás, como fuente de aprendizaje.

Dávila (2018) presentó un trabajo para optar al título de magister, en la Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales y cuyo objetivo fue contribuir en el fortalecimiento de procesos asociados al pensamiento variacional y los sistemas algebraicos en estudiantes de secundaria, a partir del planteamiento y solución de problemas de variación, usando GeoGebra como instrumento de mediación cognitiva.

En lo metodológico, la investigación se orientó desde lo cualitativo descriptivo y se concluyó que el software de aprendizaje transformó las actitudes previas y las competencias adquiridas, debido a que generó constantemente altas expectativas en los educandos a partir de la posibilidad de interacción dinámica entre ellos para la producción conjunta de conocimiento. Lo apuntado da relevancia al trabajo como antecedente de la presente investigación, ya que deja entrever como el uso de la tecnología puede convertirse en una herramienta que potencie el pensamiento variacional.

2.1.3 Antecedentes regionales y locales.

Martínez y Gualdrón (2018) escribieron un artículo como producto de una investigación cualitativa en el área de matemáticas, en la cual se trató el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de noveno grado, en la franja etaria 14-17 años, usando para tal fin secuencias didácticas mediadas por las TIC.

El estudio contempló tres etapas: un diagnóstico inicial que permitió identificar el nivel de presaberes en aritmética y en pensamiento variacional, basado en los indicadores definidos en las pruebas SABER; una intervención con las secuencias didácticas diseñadas, las cuales se ajustaron al plan de área institucional y orientando algunas actividades de aprendizaje al análisis de situaciones de variación y cambio; una prueba final que evaluó el nivel alcanzado por el grupo de estudiantes participantes. El análisis de los resultados permitió concluir que la

intervención generó cambios significativos en el grupo de estudiantes en lo relacionado al pensamiento variacional. En este sentido, es preciso decir que el aporte fundamental del trabajo tiene que ver con la forma como se deben diseñar los instrumentos de recolección de información, basándose en las pautas establecidas por las pruebas SABER.

2.2 Marco conceptual.

2.2.1 La noción de competencias.

Las competencias se han convertido en enfoque teórico que orienta los procesos de enseñanza aprendizaje en la actualidad. Sin embargo, es un concepto que no es propio de la educación, sino que ha sido heredado del ámbito laboral. En este sentido la noción de competencia se puede ver desde una perspectiva proactiva, enfocada hacia la resolución de problemas de la cotidianidad del estudiante, y opuesta, por supuesto, al solo conocimiento académico, como fin último de la escolaridad (Díaz, 2007)

Vislumbrar las competencias de esta forma permite al educando orientar su aprendizaje, no solo al conocimiento, sino a su aplicación, situación que la educación tradicional ha ido dejando de lado, teniendo como consecuencia un aprendizaje fuera de contexto que en nada aporta a la vida del educando. Igualmente, es preciso decir, que el desarrollo de competencias depende en gran medida del entendimiento de lo académico. Esto significa, que no solo se debe enfocar el trabajo de aula hacia la solución de problemas, pues este se fundamenta en los aspectos teóricos, que si bien, no deben ser lo único, si lo complementan.

En otras palabras, adquirir competencias es orientar la educación hacia el desarrollo de habilidades que le permitan al educando desenvolverse en el mundo real, lo que no significa que lo enciclopédico no sea importante. Es la conjunción de estas dos visiones, lo enciclopédico y las competencias, las que pueden redundar en un verdadero entendimiento del entorno.

2.2.2 Las competencias matemáticas.

Los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas han estado marcados por una serie de dificultades ocasionadas en la aversión de las personas por esta área del conocimiento. Quizás, uno de los pilares de dichas dificultades es la forma como tradicionalmente se ha enfocado su trabajo en el aula. El estudiante se pregunta, ¿Para qué aprender matemáticas?, si los conocimientos adquiridos no pueden ser empleados en el mundo real.

Desde este enfoque es fundamental que los maestros cambien su forma de hacer el trabajo en el aula y aplicando la enseñanza desde la idea de competencias, puede cambiar radicalmente la visión que se tiene de ellas, acotando que es imposible negar su importancia en el desarrollo de diversos aspectos de la vida. Al respecto el MEN (2006) apunta que es innegable que durante siglos las matemáticas han sido consideradas un eje central de la educación, en primer lugar, desde lo cultural y social, en distintos ámbitos de la vida tales como el arte, la ingeniería, el comercio, entre otros. En segundo lugar, el estudio de las matemáticas son parte fundamental en el desarrollo del pensamiento lógico, y por supuesto, es imposible no reconocer que, sin sus avances, la ciencia y la tecnología no hubiesen sido posibles (MEN, 2006).

Lo apuntado permite entender por qué el MEN definió los estándares básicos de competencia, que son unos parámetros que dan claridad sobre los conocimientos mínimos que un colombiano debe haber adquirido al término de su escolaridad obligatoria. En este orden de ideas, el MEN propone el desarrollo de 5 pensamientos matemáticos: el numérico y sistemas numéricos, el espacial y sistemas geométricos, el métrico y sistemas de medidas, el aleatorio y sistemas de datos y el variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

2.2.3 El pensamiento variacional.

El concepto de pensamiento variacional puede enfocarse desde distintas perspectivas, su génesis intrapersonal o extra personal y los indicadores de su desarrollo. Una primera mirada afirma que uno de los propósitos del pensamiento variacional es articular la investigación y las prácticas sociales que dan vida a la matemática de la variación y el cambio en los sistemas didácticos (Cantoral y Farfán, 1998).

Sin embargo, para el presente proyecto se tendrá en cuenta el concepto aceptado por el Ministerio de Educación Nacional, quien afirma que el pensamiento variacional como su nombre lo indica [...] tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. (MEN, 2006, p. 66)

De lo apuntado se puede inferir la importancia de desarrollar el pensamiento variacional, que se fundamenta en que en la naturaleza nada es estático, todo cambia, y entre estos cambios se establecen una serie de regularidades. Es precisamente el objetivo de su estudio, que el estudiante desarrolle la capacidad de encontrar esas regularidades y a partir de ellas poder construir modelos matemáticos, con el objetivo de hacer predicciones. En otras palabras, lo que se pretende es que el educando desarrolle los esquemas mentales necesarios para que aprendan a establecer como las variables se relacionan, y como de dicha relación surge el cambio, esto es, como al establecer dependencias entre variables, desde la visión de las matemáticas, se puede comprender como dichas relaciones también pueden ser comprendidas en la realidad vivida por el alumno.

2.2.4 La enseñanza de las matemáticas.

Es evidente que enseñar matemáticas no es una tarea sencilla, pero si necesaria, situación que es reconocida en todos los currículos escolares. No existe un programa académico en el que no se incluyan al menos una asignatura que tenga que ver con las matemáticas. Esto demuestra que son una herramienta que debería ser dominada por todos. Pero enseñar matemáticas no es solo transmitir conceptos y fórmulas, sino hacer que estas tengan una verdadera aplicación en la solución de problemas que se presentan a diario.

Lo apuntado no debe llevar a pensar que todo debe convertirse en resolver y resolver problemas. Fundamentar teóricamente el área es el primer paso que debe darse. Solo la comprensión profunda de los conceptos puede llevar a los alumnos al resolver los citados problemas. Como lo afirman Godino, Batanero y Vicenç (2003), es imposible aplicar las matemáticas, a excepción de problemas sencillos, sin que se tenga un conocimiento conceptual. Si bien, las matemáticas se dividen en puras y aplicadas, el estudio de los dos enfoques es importante, porque no sirve de nada adquirir conocimientos si estos no se pueden aplicar. De igual forma, no se puede aplicar lo que no se conoce.

Desafortunadamente, para muchos las matemáticas son una ciencia autónoma, es decir, que se pueden aprender sin establecer relaciones con otras ciencias y esta visión llevada a la escuela ha hecho perpetuar una noción equivocada de su enseñanza.

Enseñar matemáticas separadas del mundo real ha sido y sigue la tendencia que muchos maestros siguen, puesto que no se han podido desprender del enfoque reduccionista del área, a esta concepción es la que se conoce como metodología tradicional. Sin embargo, es posible estudiarlas desde el constructivismo. Esto implica hacer de los procesos de aula una construcción que debe partir de su aplicación. En otras palabras, el concepto matemático debe

surgir de forma natural, es evidencia de que en realidad se está avanzado. Construir lo teórico partir las realidades, con el objetivo de hacer que el estudiante comprenda que los axiomas y teoremas son el resultado de generalizar los problemas, o lo que es lo mismo, a partir de la realidad es que se llega a los constructos teóricos (Godino, Batanero y Vicenç, 2003).

De lo descrito, se puede concluir que existen fundamentalmente dos formas de aprender matemáticas, desde lo netamente conceptual, a partir de la abstracción para adquirir los conocimientos o construir los conceptos a partir de la realidad. En este sentido, es preciso acotar que, en la actualidad, debido al desarrollo acelerado de las matemáticas, es imposible que el educando construya todos los conceptos, lo que tampoco quiere decir que no se pueda hacer. Esto lleva a pensar en la necesidad de aplicar otras metodologías que lleven tanto a la conceptualización como a la construcción del conocimiento.

2.2.5 Las TIC y su incorporación en el aula de matemáticas.

La tecnología ha sido parte de la vida del hombre desde tiempos remotos. Las herramientas encontradas en las excavaciones arqueológicas dan cuenta que desde épocas tempranas la especie humana ha construido elementos que se han convertido en una extensión de su propio cuerpo. Sin embargo, su influencia ha sido mucho más marcada desde la llamada revolución industrial. De igual forma, la invención de la computadora se constituyó en un paso gigante para el desarrollo de la especie.

Desde este punto de vista, no existe hoy en día ningún ámbito de la vida donde las Tecnologías de la Información y la comunicación no hayan penetrado. Por supuesto, la educación no es ajena a esta revolución, siendo diversas las formas como estas las han influenciado. Al respecto Galvis (2004, citado por Jaramillo, Castañeda y Pimienta, 2009) apuntan que su aplicación va desde servir de medio para la transmisión de mensajes, haciendo

uso de tutoriales y sitios web, entre otros. De igual forma, son un importante apoyo para el aprendizaje, con aplicaciones tales como los simuladores, calculadoras, juegos educativos de distinta naturaleza, paquetes de procesamiento estadístico, navegadores, productos audiovisuales, correos, entre otros.

Es en este sentido que incorporar las TIC a los procesos de aprendizaje se pueden convertir en una herramienta que permita mejorar de forma efectiva el trabajo de aula. En este punto es preciso apuntar que existe una gran diversidad de elementos TIC, entre los que se pueden mencionar los Objetos Virtuales de Aprendizaje, las App, los blogs, entre muchos otros. Por su puesto, un área como las matemáticas puede ser fortalecida acudiendo a la aplicación de estas tecnologías, pero requieren de un cambio de paradigma por parte de la comunidad educativa.

“Las TIC reclaman la existencia de una nueva configuración del proceso didáctico y metodológico tradicionalmente usado en los centros, donde el saber no tenga por qué recaer en el docente y la función del estudiante no sea la de mero receptor de información”. (Riveros y Mendoza, 2008, citado por Delgado, Arrieta y Riveros, 2012, p. 60).

Esto implica que tanto maestros, como directivos, padres de familia y alumnos deben enfocarse y comprometerse con el uso adecuado de este tipo de herramientas, pues todo cambio requiere un proceso de aprendizaje y adaptación. Asimismo, es importante que su uso sea racional, porque son una oportunidad de cambio y ayuda, pero no se debe abusar de ellas, pues sucedería lo mismo que ha sucedido, se pueden volver monótonas y perder el horizonte con que fueron adoptadas. Lo que se quiere decir es que, parafraseando a la UNESCO (1998, citado por Delgado, Arrieta y Riveros, 2012), si bien los entornos virtuales se constituyen en una forma de uso de la tecnología, que ofrecen una serie compleja de oportunidades, no deben ser el único

medio empleado para llegar a los alumnos, recordando que su uso continuo y repetitivo también puede llevar a la desmotivación.

2.2.6 La m-learning.

La m-learning o aprendizaje móvil, se han ido convirtiendo en una alternativa para los procesos de enseñanza, debido a la proliferación de artefactos cada vez más potentes y de fácil acceso desde lo económico. “El proceso educativo en el m-learning se da a través aplicaciones móviles, interacciones sociales, juegos y hubs educacionales que les permiten a los estudiantes acceder a los materiales asignados desde cualquier lugar y a cualquier hora” (García, 2019, párr. 2).

Esta posibilidad de movilidad facilita los procesos de aprendizaje, ya que el estudiante puede estudiar los contenidos en cualquier lugar. En este sentido, es preciso decir que para poder tener acceso a este tipo de materiales no siempre es necesario estar conectados, pues el profesor puede suministrar al alumno un paquete para ser instalado, lo que facilita enormemente su trabajo.

“Los contenidos del m-learning suelen incentivar el aprendizaje no formal para obtener habilidades, como inteligencia emocional o resolución de problemas” (García, 2019, párr. 8), es por ello que puede ser útil para el mejoramiento del pensamiento variacional haciendo uso precisamente de la resolución de problemas como vehículo para conseguirlo.

2.2.7 Las App.

El avance de la tecnología ha permitido que el acceso a distintos tipos de software, siendo los de uso más común en educación aquellos que pueden ser usados en las computadoras. Sin embargo, el avance de la tecnología móvil está abriendo nuevos campos de investigación y por lo tanto surge la necesidad de empezar ahondar en su uso para tal fin. Su gran ventaja

estriba, en que como ya se dijo, el alumno puede acceder a los contenidos desde cualquier lugar, incluso sin conexión.

En este sentido, los programas desarrollados para móviles o tabletas, reciben el nombre de App, que de acuerdo con Roca (2017) son “programas dirigidos fundamentalmente a Smartphone, tabletas y caracterizados por ser útiles, dinámicos, fáciles de instalar (unos pocos clics) y sencillos de manejar” (párr. 2). Es esta versatilidad la que los puede convertir en una excelente herramienta para mejorar los procesos de aprendizaje, ya que los requerimientos de equipo y conocimiento para acceder a ellos son realmente pocos.

2.2.8 App inventor 2.

Si bien existe una gran diversidad de lenguajes de programación por bloques, la gran mayoría están destinados a la creación de aplicaciones para escritorio. En este sentido App Inventor 2 tiene una gran ventaja, que fue concebido para la creación de aplicaciones móviles, comúnmente denominadas Apps.

App Inventor parte de una idea conjunta del Instituto Tecnológico de Massachusetts y de un equipo de Google Education. Se trata de una herramienta web de desarrollo para iniciarse en el mundo de la programación. Con él pueden hacerse aplicaciones muy simples, y también muy elaboradas, que se ejecutarán en los dispositivos móviles con sistema operativo Android. (Conm, 2014, p. 4)

Además “App Inventor es un lenguaje de programación basado en bloques (como piezas de un juego de construcción), y orientado a eventos. Sirve para indicarle al “cerebro” del dispositivo móvil lo que queremos que haga, y cómo” (Conm, 2014, p. 4). Esta característica de funcionar por bloques facilita que personas no expertas pueda crear aplicaciones. Sin embargo,

para lograr buenos resultados se hace necesario el dominio de algunos conceptos de lógica de programación.

En cuanto a la pertinencia del software elegido, se puede decir que se escogió debido a que el investigador tiene poca o nula experiencia programando, y por lo tanto la naturaleza de la aplicación permite abordar el trabajo requerido, aun cuando como ya se apuntó, no se haya programado.

2.3 Marco teórico.

2.3.1 La teoría constructivista.

Los procesos de enseñanza aprendizaje requieren no solo del compromiso de los maestros y alumnos, también es importante tener un horizonte pedagógico bien definido. En este sentido, las matemáticas como un área fundamental del saber pueden ser direccionadas desde las diversas vertientes teóricas existentes. Sin embargo, por su propia naturaleza, el constructivismo sigue siendo una corriente pedagógica que se acomoda de buena forma al proceso de aula. Pero ¿Qué es el constructivismo? La respuesta a este interrogante no es sencilla y tampoco se puede centrar en las consideraciones de un solo autor. Lo que, si se puede afirmar, es que de acuerdo con diversos autores su origen se puede rastrear hasta los trabajos de Jean Piaget y su teoría del Desarrollo Cognitivo, que sirvieron de base a investigadores como Vygotsky y Ausubel.

El constructivismo es una corriente pedagógica que pone “énfasis en la figura del aprendiz como el agente que en última instancia es el motor de su propio aprendizaje” (Regader, 2018, párr. 3). Esta idea tiene implicaciones profundas, pues convierte al educando en un sujeto activo y no pasivo, situación que es común en los métodos tradicionales de enseñanza. Igualmente es preciso decir, que poner énfasis en el que aprende y no en el que enseña, no significa que se deba desdeñar su trabajo, simplemente el maestro se convierte en un guía del

proceso. Es decir, su labor consiste en facilitar los medios para que el estudiante pueda construir su propio conocimiento.

Este facilitar los medios para el aprendizaje es la clave, esto implica que se deben generar diversas estrategias y escenarios posibles, que contribuyan a la adquisición del conocimiento. Como afirma Requena (2008), el constructivismo

Propone que el ambiente de aprendizaje debe sostener múltiples perspectivas o interpretaciones de realidad, construcción de conocimiento, actividades basadas en experiencias ricas en contexto. Esta teoría se centra en la construcción del conocimiento, no en su reproducción. Un componente importante del constructivismo es que la educación se enfoca en tareas auténticas. Estas tareas son las que tienen una relevancia y utilidad en el mundo real. (p. 27)

De lo citado, es pertinente rescatar la expresión “actividades basadas en experiencias ricas en contexto”. En otras palabras, para que el aprendizaje se dé, es importante hacer ver que lo aprendido tiene un sentido, una relación directa con el mundo en que el alumno se desenvuelve, que es quizás una de las mayores falencias en la enseñanza de las matemáticas. Se pierde el interés por acceder al conocimiento, pues no se vislumbra la posibilidad de aplicarlo en la solución de sus propios problemas. Esto no implica que no sea necesario abordar el conocimiento teórico, que es la base del conocimiento, por lo que se debe partir de ese conocimiento y aplicarlo a la realidad.

En un sentido similar, el autor apunta “esta teoría se centra en la construcción del conocimiento, no en su reproducción”, lo que lleva a pensar en la importancia de consolidar lo aprendido porque servirá de base para los nuevos aprendizajes. Dicho de una forma diferente, lo

nuevo debe combinarse con lo viejo, de esa fusión surge lo nuevo, por lo tanto, es fundamental aprender bien, para poder seguirlo haciendo. Lo dicho, se puede corroborar con la siguiente cita

Al igual que un edificio no se construye transformando un ladrillo en un cuerpo más grande, sino que se erige sobre una estructura (o, lo que es lo mismo, una colocación determinada de unas piezas con otras), el aprendizaje, entendido como proceso de cambio que se va construyendo, nos hace pasar por diferentes etapas no porque nuestra mente cambie de naturaleza de manera espontánea con el paso del tiempo, sino porque ciertos esquemas mentales van variando en sus relaciones, se van organizando de manera distinta a medida que crecemos y vamos interactuando con el entorno. (Regader, 2018, párr. 7)

2.3.2 El aprendizaje significativo.

Como se pudo apreciar, desde la perspectiva constructivista el conocimiento se construye, como se hace con un edificio, empezando por la base, y a partir de allí se construyen los muros y el resto del edificio. Si las bases no son sólidas, es evidente que el edificio colapsará, se derrumbará. Exactamente esto sucede con el aprendizaje de las matemáticas. Es necesario construir buenas bases para poder seguir construyendo. Es en este punto donde la teoría Ausubeliana del aprendizaje significativo toma relevancia.

En este sentido Vera (2003) afirma que el aprendizaje es significativo cuando se elude la memorización y la mecanización de todo que no tenga un significado real para quien aprende. Lo que significa que se hace una selección de lo aprendido y solo aquello que realmente ha sido comprendido es lo que se fija y sirve como base para lo nuevo. Esto lleva a pensar, sino existe una verdadera comprensión no existe la posibilidad de adquirir nuevo conocimiento, entendiendo esta expresión como asimilar de forma verdadera lo estudiado.

De esta manera el aprendizaje significativo debe contemplar el engranaje lógico de los nuevos conocimientos o materia a impartir con los conceptos, ideas y representaciones ya formados en las estructuras cognoscitivas del educando; se construye así un conocimiento propio, individual, un conocimiento de él y para él. (Vera, 2003, p. 38)

Este debe ser, entonces, el objetivo de la enseñanza que el estudiante adquiera un verdadero conocimiento, uno que sea significativo, y para ello se requiere que este se encuentre en sintonía con el medio donde él se desenvuelve, que pueda aplicar de forma práctica lo aprendido, lo que hace que el educando se motive y comprenda que ir a la escuela no solo significa memorizar y recitar una lección, sino que lo adquirido tiene un fin práctico.

2.3.3 El conectivismo.

La evolución de la tecnología ha transformado la vida humana en todos los campos, siendo la educación uno de los que más ha sido impactado. En este sentido, el crecimiento exponencial de la internet revoluciona constantemente la forma como las personas acceden a la información. Un ejemplo palpable de la importancia de la tecnología digital en el campo educativo fue la manera como los maestros atendieron a sus alumnos durante la pandemia de COVID-19, donde por circunstancias sanitarias los educandos y maestros debieron realizar su labor desde casa.

Si bien el uso de la tecnología se convirtió en la única alternativa para poder seguir atendiendo las labores educativas, también se convirtió en un ejemplo de cómo emplear herramientas tecnológicas puede cambiar radicalmente la forma como se desarrollan los procesos escolares. En este sentido, es preciso preguntarse sobre que sustento teórico se puede explicar estas nuevas formas de aprender. Una respuesta a este interrogante fue planteada por

George Siemens en el año 2004 cuando puso a la luz pública lo que se conoce como el conectivismo.

Pero ¿Qué es el conectivismo? De acuerdo con De la Cruz y Bailón (2021) el conectivismo “se enfoca en el aprendizaje complejo basado en la colaboración, interacción y las conexiones en las redes; entendiéndose a una red como un conjunto de nodos interconectados” (p. 69), esto es, en el aprendizaje colaboran todos aquellos que se encuentren conectados a la red, facilitando de esta forma el acceso a la información requerida. Podría decirse que esto es un trabajo colaborativo, donde el aprendizaje se da por la interconexión entre nodos, entendiendo estos como aquellos puntos físicos que pueden ser digitales o humano, esta interconexión alimenta la red y transformando de esta forma la complejidad, que no es otra cosa que la cantidad de conexiones que se dan en la red, a mayor número de conexiones más complejidad y viceversa (De la Cruz y Bailón, 2021).

La ventaja de este tipo de aprendizaje es que quien aprende decide que aprender, cuando conectarse o desconectarse para adherirse a otro punto de conexión de interés. En otras palabras, permite al educando aprender a su ritmo, pero sobre todo hacer dicho aprendizaje basado en sus propias necesidades y gustos.

De otro lado, y de acuerdo con los ya citados De la Cruz y Bailón (2021), las redes de conocimiento en que se basa el conectivismo tienen cuatro características:

Diversidad, todos los puntos de vista y percepciones de algo son recibidos de los nodos aportantes a esa conexión. Autonomía; cada nodo se integra a la red y genera conexiones de forma voluntaria en base a sus necesidades e intereses de conocimiento.

Interactividad; el conocimiento surge del resultado de las interconexiones de los nodos.

Apertura; existe un mecanismo en la red que permite la recepción de nuevas

perspectivas, ideas y aportes de otros nodos que aún no han sido conectados, siempre y cuando exista afinidad en el conocimiento abordado. (p. 70)

Como puede apreciarse, el conectivismo busca integrar información desde distintas vertientes, con una ventaja importante sobre los demás modelos pedagógicos, afirman que el aprendizaje es autónomo, aspecto que difícilmente es tenido en cuenta en la escuela tradicional. En este modelo, aunque el educando deba ceñirse a un currículo tiene la potestad de acceder al conocimiento en el momento que lo requiera y profundizar o no en él, de acuerdo con sus intereses.

2.4 Marco contextual.

La Institución Educativa Colegio San Tarsicio Los Patios, fue fundado en el año 1989 por el señor Ismael Rincón Contreras, e inicio sus labores en una casa lote ubicada en el Km 9 No k 14-7 Pisarreal Los Patios. Inicio sus labores académicas con los grados de jardín infantil y los cinco grados de primaria, con una población de 87 estudiantes. El colegio ha recibido visitas sucesivas desde esa época, por parte de supervisores departamentales quienes han destacado la calidad de enseñanza impartida y la formación integral de la cual son objeto los estudiantes. Gracias a su Propuesta Educativa

Institucionalmente recibe licencia de funcionamiento y aprobación de estudios hasta la Educación Básica (grado Noveno). Posteriormente recibe el aval por parte de la Secretaría de Educación Departamental para los grados Décimo y Once permitiendo así proclamar Bachilleres en la modalidad Académico.

La población atendida por la Institución, básicamente pertenece al estrato 1,2 y 3 prevaleciendo los del estrato dos, a pesar que el colegio es privado, pero por la deficiente oferta

de instituciones públicas muchos padres deben hacer el sacrificio económico para que sus hijos puedan continuar sus estudios.

2.5 Marco legal.

El principal referente legal de la educación en Colombia, es la constitución política, que en su artículo 67 afirma “la educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura” (Const., 1991, art. 67). Al ser un derecho y un servicio público, el gobierno tiene la obligación de darle cumplimiento, ya que además la Constitución del 1991 hizo obligatoria la educación de los colombianos entre los cinco y los quince años de edad.

Es en este sentido que para reglamentar su marco jurídico se sancionó la Ley 115 de 1994, también conocida como Ley General de la educación. “La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes” (Ley 115, 1994, art. 1).

De igual forma, dentro de la norma se establecen algunas áreas obligatorias. Entre ellas se encuentra, por supuesto las matemáticas que tienen por objetivo “el desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones, así como para su utilización en la interpretación y solución de los problemas de la ciencia, de la tecnología y los de la vida cotidiana” (Ley 115, 1994, art. 22, inciso b).

Para abordar el desarrollo de estos objetivos el MEN diseñó los denominados estándares básicos de competencias para las áreas obligatorias, que no son otra cosa que “criterios claros y públicos que permiten establecer los niveles básicos de calidad de la educación a los que tienen

derecho los niños y las niñas de todas las regiones del país, en todas las áreas que integran el conocimiento escolar” (MEN, 2004, p.4). Esta unificación de criterios contribuye, para que sin importar la condición socio-económica de los educandos, todos tengan un aprendizaje mínimo igualitario, que sirva para evitar la discriminación asegurando igualdad de oportunidades para todos.

Aunados a estos estándares, el MEN creó los Derechos Básicos de Aprendizaje, que tiene por objeto aterrizar los contenidos programáticos en cada nivel y según Colombia Aprende son:

Un conjunto de aprendizajes estructurantes que construyen las niñas y los niños a través de las interacciones que establecen con el mundo y por medio de experiencias y ambientes pedagógicos en los que está presente el juego, las expresiones artísticas, la exploración del medio y la literatura. (COLOMBIA APRENDE, 2017)

La conjunción de estas dos herramientas le da al maestro y a las instituciones educativas las herramientas necesarias para establecer sus currículos, para los cuales existe cierta autonomía, siempre y cuando se dé cumplimiento a los requerimientos mínimos. De igual forma, el MEN reconoce la importancia de la evaluación y por ellos generó el denominado Decreto 1290 de 2009 cuyo objeto es reglamentar “la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media”. El decreto en mención da los criterios generales, y autoriza a las instituciones a crear su propio Sistema Institucional de Evaluación (SIE), donde siguiendo el direccionamiento de la norma nacional, se establecen la forma como al interior de los colegios se desarrollará el proceso evaluativo.

3. Horizonte metodológico.

3.1 Enfoque.

Definir el horizonte metodológico de una investigación es un paso crucial, pues este orienta la forma como se recogerá, procesará y analizará la información. En este orden de ideas el paradigma seguido en la presente investigación fue el positivista, que se orienta en la idea de que el mundo exterior puede estudiarse, no desde la perspectiva individual, sino mediante métodos empíricos, libre de toda subjetividad, de valoraciones individuales. En otras palabras, el paradigma positivista considera que la realidad es medible, es decir, visionada desde el punto de vista de la matemática, lo que evita los sesgos de la información y permite la contrastación de hipótesis (Lorenzo, 2006).

En este orden de ideas, el enfoque de la investigación fue el cuantitativo, que busca información medible, cuantificable, o lo que es lo mismo, datos numéricos a los que se les puede dar un tratamiento estadístico (Cauas, 2015), lo que es pertinente, ya que se pretendió medir el nivel de desarrollo del pensamiento variacional, tanto al principio como al final del proceso, con la finalidad de contrastar la hipótesis.

Al realizarse las mediciones en dos momentos específicos, la investigación fue transversal, ya que en este tipo de diseño “todas las mediciones se hacen en una sola ocasión por lo que no existen periodos de seguimiento” (Delgado, 2001, p. 231). Así mismo, el tipo de investigación fue el descriptivo, pues se buscó el conocimiento de las situaciones, costumbres y actitudes, a través de la descripción del desarrollo del pensamiento variacional, no limitándose solo a la recolección de información sino a la búsqueda de relación entre las variables (Van Dalen y Meyer, 1995, citado por Recaman, 2015)

3.2 Método.

En concordancia con el paradigma positivista, el enfoque cuantitativo, el diseño transversal y el tipo de investigación descriptiva, el método fue el cuasiexperimental ya que se pretendió establecer las “relaciones de causa y efecto entre las variables independiente y dependiente” (Sousa, Driessnack, y Costa, 2007, p. 4), pero acotando, que no se pretendió la manipulación deliberada de las variables, sino la medición de la efectividad de la intervención, estudiando a los sujetos de prueba en su ambiente natural. Sin embargo, algunos autores consideran que las investigaciones cuasiexperimentales tienen problemas de validez interna y por lo tanto es complejo generalizar sus resultados (Sousa, Driessnack, y Costa, 2007). Sin embargo, el estudio se realizó dentro de un entorno controlado y con una población que no se escogió al azar.

3.3 Hipótesis.

3.3.1 Hipótesis alterna.

Una estrategia pedagógica basada en una App sobre la función lineal mejora el nivel de pensamiento variacional de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio, Municipio de Los Patios.

3.3.2 Hipótesis nula.

Una estrategia pedagógica basada en una App sobre la función lineal no mejora el nivel de pensamiento variacional de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio, Municipio de Los Patios.

3.4 Operacionalización de variables.

La definición de las variables es fundamental, especialmente en las investigaciones cuantitativas. A este proceso de definir operativamente las variables, recibe el nombre de

operacionalización de variables. Pero ¿Qué es una variable? De acuerdo con Del Carpio (2019), es un ente abstracto, susceptible de tomar distintos valores, y tiene la capacidad de medir las cualidades, características y propiedades de los objetos de estudio, sin importar si estos son cosas, o personas.

Una vez establecidas cada una de las variables, se procedió a realizar su definición operativa, proceso conocido como operacionalización y que se realiza con la finalidad de convertir un concepto abstracto en uno empírico, susceptible de ser medido a través de la aplicación de un instrumento. Dicho proceso tiene su importancia en la posibilidad de que un investigador poco experimentado pueda tener la seguridad de no perderse o cometer errores que son frecuentes en un proceso investigativo, cuando no existe relación entre la variable y la forma en que se decidió medirla, perdiendo así la validez (grado en que la medición empírica representa la medición conceptual). La precisión para definir los términos tiene la ventaja de comunicar con exactitud los resultados. (Betancur, 2000, p. 20)

En este orden de ideas, para la presente investigación se tuvieron en cuenta dos variables, la dependiente que correspondió al pensamiento variacional y la independiente, la App como estrategia pedagógica. La tabla 1 resume la definición operativa de las citadas variables.

Tabla 1. Operacionalización de variables.

Nombre de la variable	Tipo de variable	Definición	Competencia	Indicadores	Ítems
Pensamiento variacional	Dependiente	Capacidad para reconocer, percibir, interpretar la variación y el cambio en diferentes contextos.	Representación y modelación.	<ol style="list-style-type: none"> Identifica características de gráficas cartesianas en relación con la situación que representan. Establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas. Reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos. Usa y relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación. 	1-7
			Razonamiento y argumentación.	<ol style="list-style-type: none"> Interpreta tendencias que se presentan en una situación de variación. Usa representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa. 	8-14
			Planteamiento y resolución problemas	<ol style="list-style-type: none"> Resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos. 	15-20

Fuente: ICFES (2017)

3.5 Fases de la investigación.

La presente investigación se llevó a cabo en cuatro fases bien definidas:

Fase diagnóstica: Para dar cumplimiento a esta primera fase, se aplicó un test de preguntas contextualizadas de selección múltiple y respuesta única, conformada por 24 preguntas, divididas en las tres competencias que evalúa el ICFES.

Fase de diseño: En la segunda fase se realizó el guion para el desarrollo de la App de función lineal. De igual forma se creará el programa correspondiente y la estrategia a través de la cual se realizará la intervención.

Fase de implementación: La tercera fase se enfocó en la implementación de la estrategia diseñada.

Fase de comprobación: En esta última etapa, se aplicó un test con las mismas características del test diagnóstico, con la finalidad de verificar el nivel de efectividad de la estrategia implementada.

3.6 Población y muestra.

El colegio donde se llevó a cabo es una institución de carácter privado. En este sentido, la población a intervenir fue un grupo de educandos de grado noveno, con edades que oscilan entre los 14 y los 16 años. El grupo de carácter mixto estuvo conformado por 30 estudiantes. La muestra estuvo conformada por 19 estudiantes y fue seleccionada de forma intencional, debido a la facilidad de acceso, pues es un grupo donde el docente realiza su trabajo cotidiano de aula.

3.7 Técnicas de recolección de información.

En la recolección de la información se aplicó un test de selección múltiple, conformado por 20 preguntas obtenidas de pruebas liberadas del ICFES (Ver anexo A). Esto hace que el test a aplicar tenga una alta calidad técnica. Las características del test se describen en la tabla 2.

Tabla 2. Estructura de la prueba.

Competencia a evaluar	Indicadores	Ítems
Representación y modelación.	<ul style="list-style-type: none"> - Capacidad para expresar ideas - Uso diferentes tipos de representación - Descripción de situaciones o problemas usando el lenguaje escrito concreto, pictórico, gráfico y algebraico - Manipulación de expresiones que contengan símbolos y fórmulas - Utilización de variables - Descripción de cadenas de argumentos orales y escritas 	1-7
Razonamiento y argumentación.	<ul style="list-style-type: none"> - Da cuenta del cómo y del porqué de los caminos que se siguen para llegar a conclusiones - Justifica estrategias y procedimientos puestos en acción en el tratamiento de situaciones problema - Generaliza propiedades y relaciones e identifica patrones y los expresa matemáticamente 	8-14
Planteamiento y resolución de problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Formula problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas - Desarrolla y aplica diferentes estrategias y justificar la elección de métodos e instrumentos para la solución de problemas - Justificar la pertinencia de un cálculo exacto o aproximado en la solución de un problema y lo razonable o no de una respuesta obtenida - Verifica e interpreta resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para dar solución a nuevas situaciones problema. 	15-20

3.8 Técnicas de procesamiento de información.

Por tratarse de una investigación cuantitativa, para analizar los resultados se emplearon técnicas estadísticas. Es decir, se acudió al cálculo e interpretación de medidas de tendencia central, tales como la media y la mediana. De igual forma se calculó la desviación de la media con el objetivo de entender en nivel de dispersión de los datos. Para la presentación de los resultados se acudió al uso de grafios de barras e histogramas de frecuencias, de manera que se reflejan de forma sencilla los puntajes obtenidos tanto en la prueba inicial como final. Este trabajo estadístico se realizó empleando el software SPSS, que es una aplicación especializada en el tratamiento de este tipo de información. Así mismo, al ser una investigación transversal, se tomaron datos tanto al inicio del proyecto, con la finalidad de entender el nivel inicial de desarrollo del pensamiento variacional, situación que se repitió al final del proceso, es decir, después de la intervención. En este sentido, para contrastar la hipótesis, se calculó el factor ANOVA, que tiene como finalidad si la media de dos mediciones está o no relacionadas.

De igual forma, para interpretar los datos obtenidos en la prueba se establecieron dos tipos de puntuación, en primer lugar, el de los resultados globales y en segundo lugar por competencias. De esta forma, se podrá conocer de primera mano cómo es el comportamiento de los alumnos en prueba general, y por supuesto, en cuál de las competencias se tiene un mayor grado de acierto. Los parámetros de análisis se muestran en la tabla 3.

Tabla 3. Parámetros para el análisis de la prueba inicial y final.

Nivel	Global	Competencia 7 preguntas	Competencia 6 preguntas
Bajo	$0 < x \leq 12$	$x \leq 4$	$x \leq 3$
Mínimo	$13 \leq x \leq 16$	$x = 5$	$x = 4$
Satisfactorio	$17 \leq x \leq 18$	$x = 6$	$x = 5$
Superior	19 o más	$x = 7$	$x = 6$

Fuente: Elaboración propia.

3.9 Validación de instrumentos.

Una vez establecidas las variables del estudio, a partir de las cuales se construyeron los instrumentos, se hizo necesario realizar el proceso de validación que no es otra cosa que establecer el grado en “que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir el investigador” (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p. 200), lo cual se llevó a cabo mediante juicio de expertos. En cuanto a la medición del grado de concordancia de las calificaciones de los expertos, se tuvo en cuenta el coeficiente de concordancia de Kendal (Ver anexo B).

4. Resultados.

4.1 Análisis prueba inicial.

La prueba inicial estuvo conformada por 20 preguntas y para su análisis se tuvieron en cuenta dos tipos de resultados, los generales y por cada una de las competencias estudiadas, es decir, representación y modelación; razonamiento y argumentación y planteamiento y resolución de problemas. En este sentido, en cuanto a los resultados generales de la prueba, el 94,7 % de los evaluados alcanzó un nivel bajo, es decir que alcanzaron puntajes entre 0 y 12, el 5,3% se ubicó en el nivel mínimo, lo que muestra el poco desarrollo de las competencias estudiadas y por su puesto el dominio del pensamiento variacional. La tabla 4 y la figura 1 resumen lo apuntado.

Tabla 4. Resultados globales prueba inicial.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido BAJO	18	94,7	94,7	94,7
MÍNIMO	1	5,3	5,3	100,0
Total	19	100,0	100,0	

Fuente: elaboración propia.

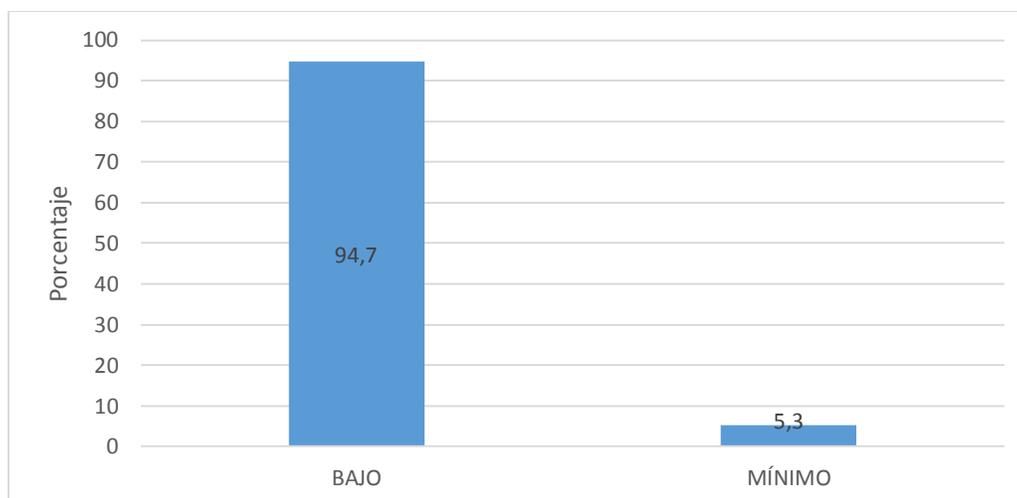


Figura 1. Resultados globales.

En cuanto a la primera competencia de representación y modelación, el 100% de los evaluados se ubicó en el nivel bajo. Esto implica que los 19 evaluados obtuvieron puntajes iguales o inferiores a 4, como se puede observar en la tabla 5 y la figura 2.

Tabla 5. Resultados representación y modelación prueba inicial.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido BAJO	19	100	100	100
Total	19	100	100	

Fuente: elaboración propia

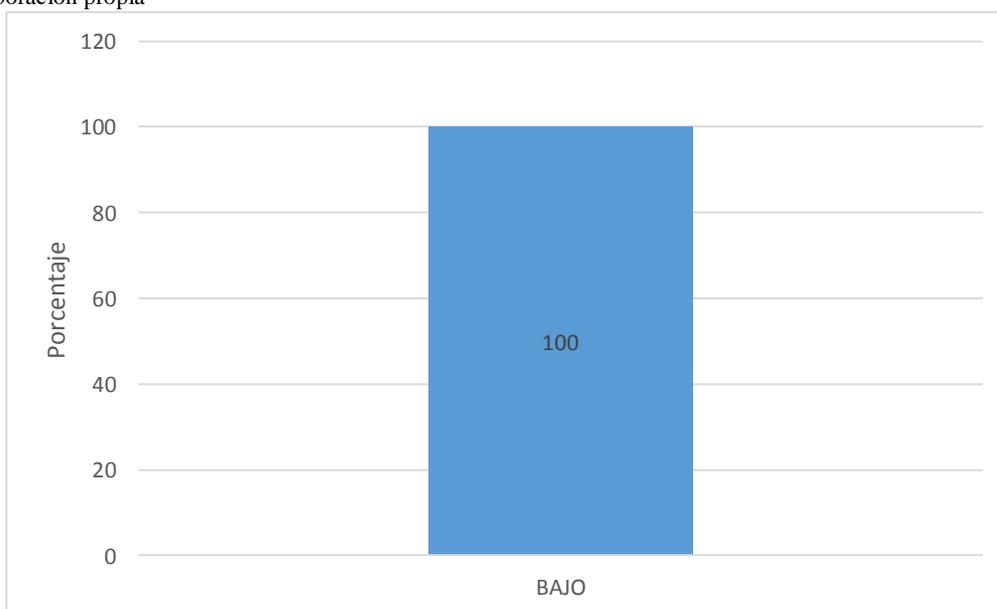


Figura 2. Resultados representación y modelación prueba inicial.

En cuanto al razonamiento y argumentación, los resultados son levemente mejores que los de la primera competencia ya que 15 de los 19 se ubicaron en el nivel bajo, esto representa el 78,9% de la muestra, el 21,1% restante, cuatro sujetos llegaron al nivel mínimo.

Tabla 6. Resultados razonamiento y argumentación prueba inicial.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido BAJO	15	78,9	78,9	78,9
MÍNIMO	4	21,1	21,1	100,0
Total	19	100,0	100,0	

Fuente: elaboración propia

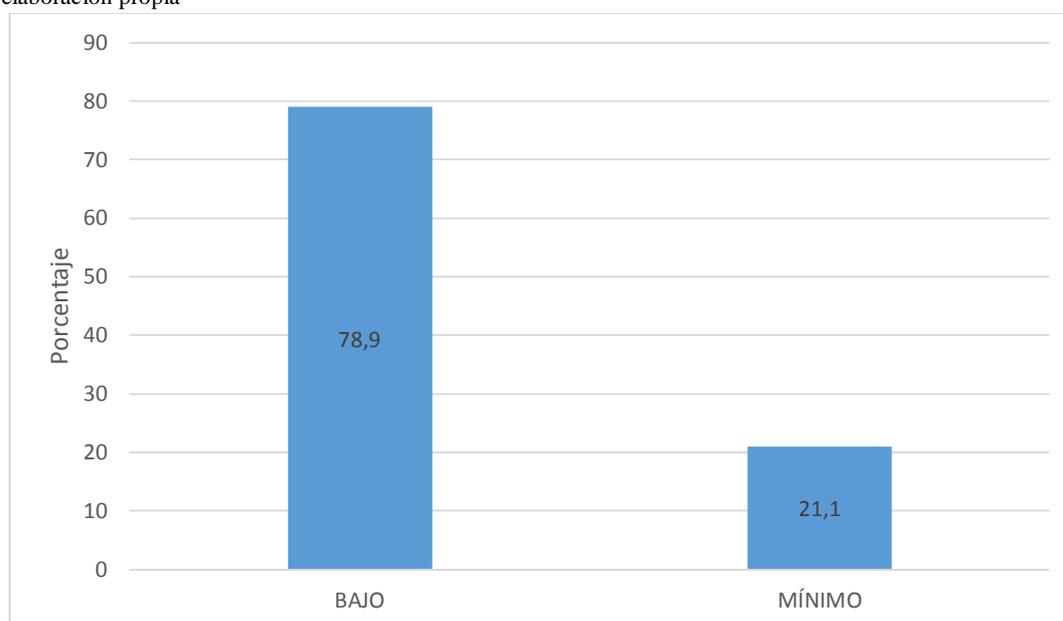


Figura 3. Resultados razonamiento y argumentación prueba inicial.

Por último, los resultados de la resolución de problemas, fue la única de las tres competencias donde 1 evaluado alcanzó el nivel alto. Sin embargo, el porcentaje de los que se ubicaron en el nivel bajo fue similar al de razonamiento y argumentación, es decir un 78,9% de los evaluados. El 15,8% restante, alcanzaron el nivel mínimo y el 5,3%, alcanzaron el nivel alto. (Ver figura 4 y tabla 7)

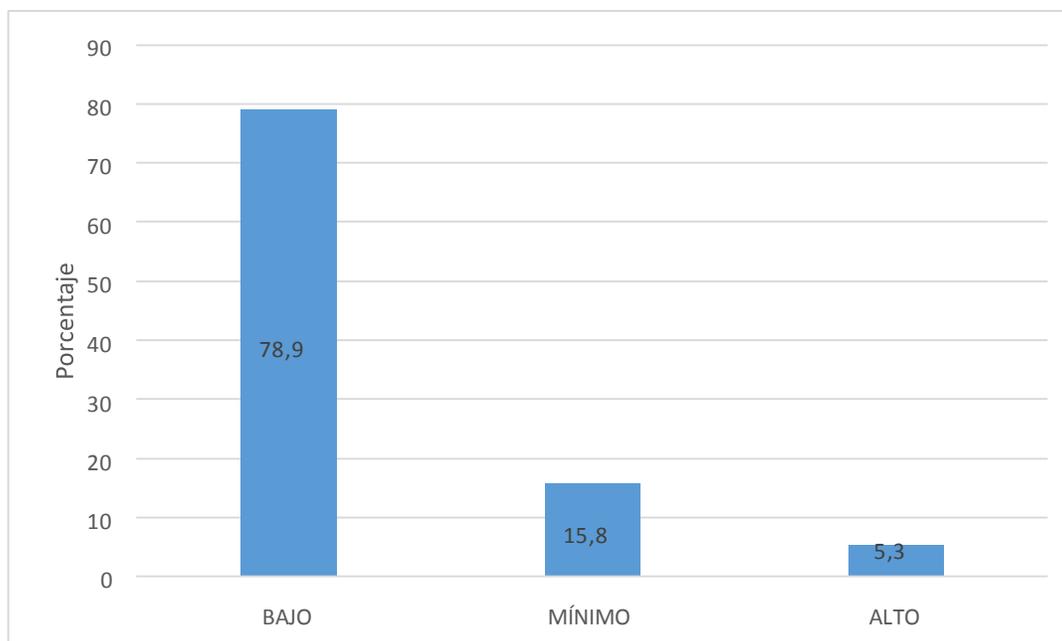


Figura 4. Resultados razonamiento y argumentación prueba inicial.

Tabla 7. Resultados resolución de problemas prueba inicial.

	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido BAJO	15	78,9	78,9	78,9
MÍNIMO	3	15,8	15,8	94,7
ALTO	1	5,3	5,3	100,0
Total	19	100,0	100,0	

Fuente: elaboración propia.

En general, se puede decir que los resultados obtenidos en la prueba inicial muestran que los participantes tienen un nivel bajo de desarrollo del pensamiento variacional, lo que se ve reflejado en manejo ineficiente de los conceptos asociados a la función lineal, situación que quedó plenamente demostrada en el análisis precedente.

4.2 Análisis prueba final.

La prueba final fue presentada por 16 participantes, tres menos que la inicial. Su estructura fue similar a la del pre-test, es decir 20 preguntas para los resultados generales, 7 para la competencia representación y modelación; 7 para razonamiento y argumentación y 6 para planteamiento y resolución de problemas.

En cuanto a los resultados globales se encontró que el 50% de los evaluados se ubicó en bajo, mientras que el otro 50% lo hizo en el nivel mínimo. De lo apuntado y comparando con la prueba inicial se pasó del 94,7% al 50%, lo que implica que más de la mitad de los evaluados presentó una mejora en los resultados, tal como se puede apreciar en la tabla 8 y la figura 5.

Tabla 8. Resultados globales prueba final.

		Frecuencia	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	BAJO	8	50,0	50,0
	MÍNIMO	8	50,0	100,0
	Total	16	100,0	

Fuente: elaboración propia

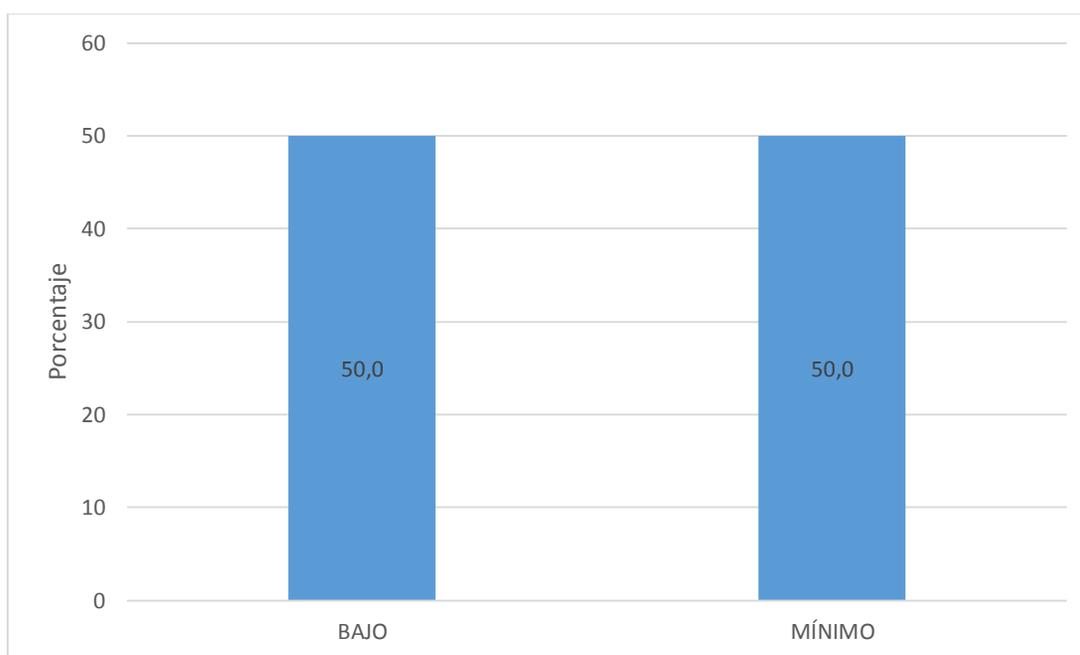


Figura 5. Resultados globales prueba final.

En cuanto a la competencia de representación y modelación, la mejora es significativa, puesto que en la prueba inicial la totalidad de los participantes se había ubicado en el nivel bajo, mientras que en la final solo lo hizo el 50%. De otro lado, el 18,8% alcanzó nivel mínimo, el 12,4% en el alto y el 18,8% en el superior. Lo encontrado muestra que la estrategia fue relevante,

en especial en esta competencia donde los resultados iniciales habían sido muy bajos. Los resultados analizados se presentan en la tabla 9 y la figura 6.

Tabla 9. Resultados representación y modelación prueba final.

		Frecuencia	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido	BAJO	8	50,0	50,0
	MÍNIMO	3	18,8	68,8
	ALTO	2	12,4	81,2
	SUPERIOR	3	18,8	100,0
	Total	16	100,0	

Fuente: elaboración propia.

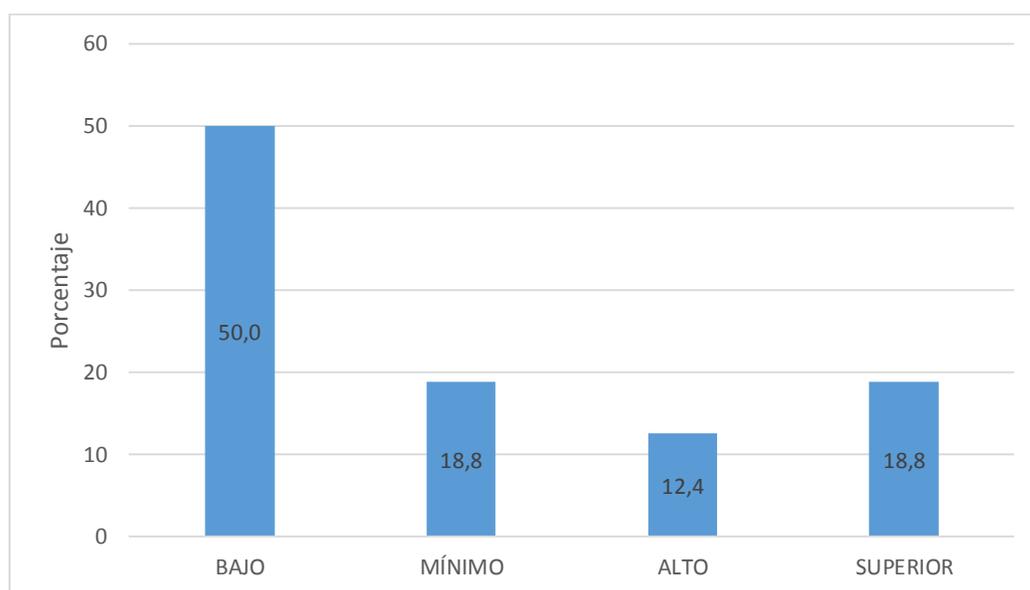


Figura 6. Resultados representación modelación prueba final.

En la competencia razonamiento y argumentación se dieron mejoras relevantes, ya que en la prueba inicial el 78,95% de los participantes se ubicaron en el nivel bajo, mientras que en la final solo fueron el 37,5% de los evaluados, mientras que el 6,2% lo hizo en el mínimo. Sin embargo, y para ratificar que la mejora fue significativa es preciso apuntar que el 43,8% alcanzó en nivel alto y el 12,5%, el superior, lo que implica que más de la mitad del grupo, 56,3% se ubicó en los dos niveles más alto, lo que muestra como la estrategia transformó los aprendizajes.

Los resultados de la competencia de razonamiento y argumentación se encuentran en la tabla 10 y la figura 7.

Tabla 10. Resultados razonamiento y argumentación.

	Frecuencia	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido BAJO	6	37,5	37,5
MÍNIMO	1	6,2	43,7
ALTO	7	43,8	87,5
SUPERIOR	2	12,5	100,0
Total	16	100,0	

Fuente: elaboración propia.

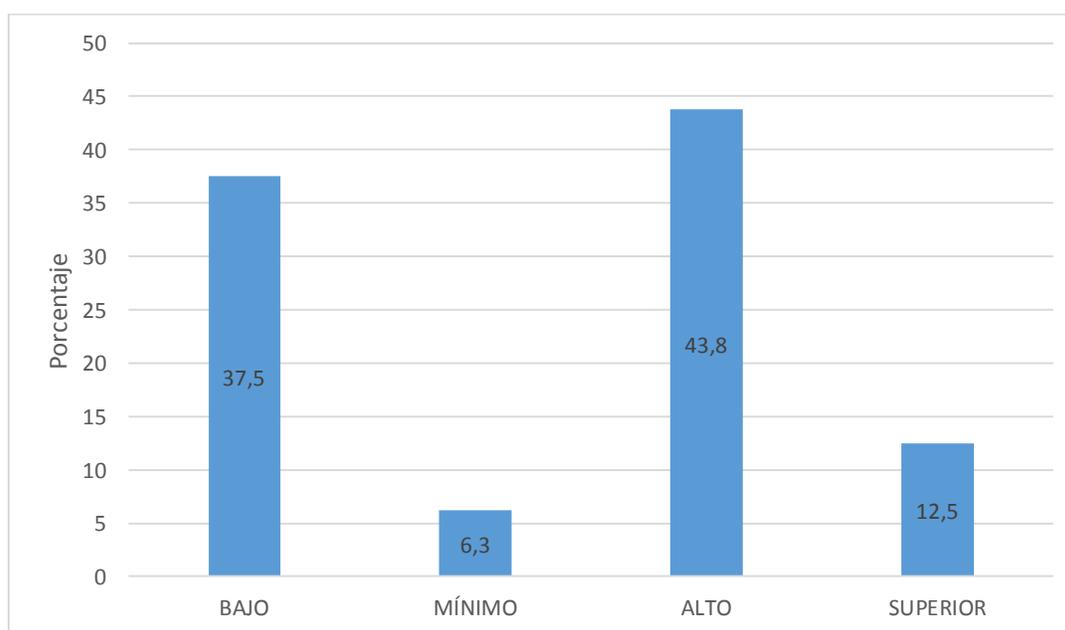


Figura 7. Resultados razonamiento y argumentación.

Entre tanto en la competencia planteamiento y resolución de problemas se dio un retroceso, pues en la inicial un pequeño porcentaje se había ubicado en los niveles mínimo y superior, y en la prueba final todos los hicieron en el nivel bajo. (Ver tabla 11 y figura 8)

Tabla 11. Resultados planteamiento y resolución de problemas.

	Frecuencia	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
Válido BAJO	16	100,0	100,0

Fuente: elaboración propia.

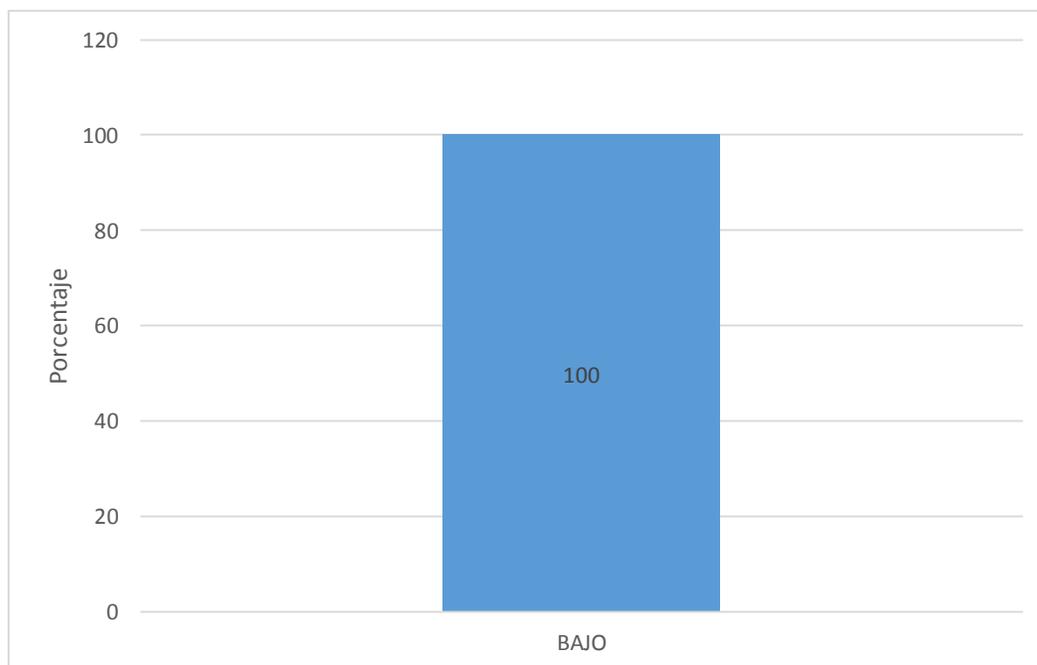


Figura 8. Resultados planteamiento y resolución de problemas.

4.3 Contraste de hipótesis.

Una vez realizado el análisis de cada una de las pruebas, se hace necesario compararlas con la finalidad de verificar si existe o no avance en el desarrollo del pensamiento variacional, o lo que es lo mismo, revisar si la estrategia implementada tuvo o no la relevancia esperada. Para ello, en primer lugar, se presenta una donde se comparan los estadísticos, media, mediana y desviación estándar, al igual que un diagrama de cajas y bigotes donde se presentan los resultados de las dos evaluaciones.

En este orden de ideas, la tabla 12 se pueden apreciar los citados estadísticos, pudiéndose comprobar que la media aumentó aproximadamente cuatro y medio puntos. Situación similar se da en la mediana. Respecto a la desviación, la disminución es de 0,2 puntos aproximadamente, y aunque esta es pequeña, muestra que la estrategia contribuyó en la disminución de la brecha de aprendizaje entre educandos. En general se puede decir que se dieron mejoras en el desarrollo de las competencias asociadas al pensamiento variacional.

Tabla 12. Estadísticos prueba inicial Vs. Final.

	PRUEBA INICIAL	PRUEBA FINAL
N Válido	19	16
Media	7,37	12,06
Mediana	8,00	12,50
Desviación	3,218	2,999

Fuente: elaboración propia.

Igualmente, y para visualizar de mejor manera la comparación de resultados, se presenta el diagrama de cajas y bigotes (Ver figura 9), donde se puede apreciar que en la prueba inicial el puntaje mínimo obtenido fue 2, mientras que en la final alcanzó un valor de 7, lo que significa que hay una diferencia de 5 puntos. En cuanto al valor máximo, en la prueba inicial fue 14 y en la prueba final 16. Por otro lado, el tercer cuartil de la primera prueba coincide con el primero de la final. Igualmente, el rango de datos, es decir la diferencia entre el puntaje más bajo y el más alto, para la primera prueba fue 12 y para la segunda 9, lo que demuestra que se cerraron las brechas entre los aprendizajes.

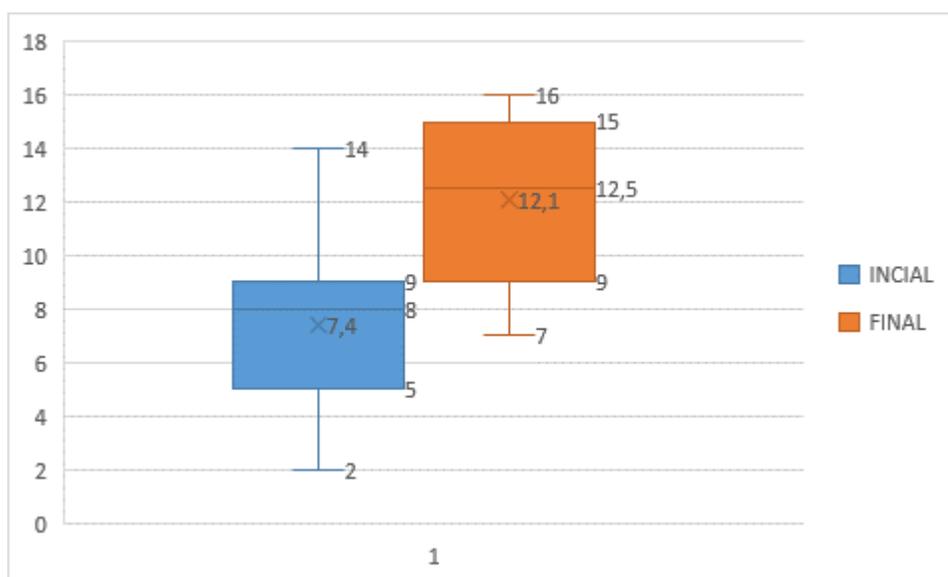


Figura 9. Diagrama de cajas y bigotes prueba inicial Vs final.

Sin embargo, a pesar de que son notorios los cambios en los resultados, es relevante verificar mediante una prueba estadística si se puede aceptar la hipótesis nula o la del investigador, para lo cual en la metodología se propuso el cálculo del factor ANOVA. En este punto, y para poderlo calcular, es imprescindible verificar si la distribución de los datos sigue o no una distribución normal, parámetro que es fundamental a la hora de poderlo aplicar. Por lo tanto, el paso a seguir dicha verificación es la prueba de normalidad. Las más conocidas son las de Kolmogórov-Smirnov aplicable para muestras mayores a 50 datos y la de Shapiro Wilk, para muestras inferiores a 50.

De acuerdo con esto, se tendrá en cuenta la segunda, con los siguientes parámetros 95% de confianza y el 5% de error, lo que implica un p-valor teórico de 0,05. Igualmente, las hipótesis de normalidad son las siguientes:

Hipótesis nula: los datos tienen una distribución normal.

Hipótesis alterna: los datos no siguen una distribución normal.

Si el p-valor calculado es superior a 0,05 se debe aceptar la hipótesis nula, es decir, la distribución de datos es normal, mientras que valores inferiores implica que debe aceptarse la alterna, lo cual indica que la distribución de datos no se puede considerar normal. En este orden de ideas en la prueba inicial la significación bilateral o p-valor fue 0,712, superior al valor teórico, por lo que se pueden considerar que la distribución es normal. Por otro lado, en la prueba final el p-valor fue $0,07 > 0,05$ es decir, la distribución también normal. (Ver tabla 13)

Tabla 13. Estadísticos de normalidad.

	Kolmogórov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
INICIAL	,134	16	,200	,963	16	,712
FINAL	,179	16	,180	,898	16	,074

Fuente: elaboración propia.

Una vez comprobado que las dos pruebas tienen una distribución normal, se procedió a realizar el contraste de hipótesis, mediante el factor ANOVA, cuyo propósito es medir la igualdad o no de las medias. Los parámetros para dicho factor fueron 95% de confianza y un 5% de error, lo que implica que el p-valor teórico corresponde a 0,05. Una vez realizado su cálculo se encontró que la significación bilateral fue $0,0005 < 0,05$ por lo que se puede concluir que se rechaza la hipótesis nula y acepta la alterna o del investigador, es decir, que se puede decir que una estrategia pedagógica basada en una App sobre la función lineal mejoró el nivel de pensamiento variacional de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio, municipio de los Patios. (Ver tabla 14)

Tabla 14. Factor ANOVA.

	Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Entre grupos	191,384	1	191,384	19,653	,0005
Dentro de grupos	321,359	33	9,738		
Total	512,743	34			

Fuente: elaboración propia.

5. Propuesta pedagógica.

5.1 Presentación de la propuesta.

El desarrollo del pensamiento es uno de las motivaciones fundamentales cuando se trata de abordar el aprendizaje de las matemáticas; además, esta área del conocimiento es fundamental para tratar de entender el mundo. Sin embargo, a pesar de su importancia su abordaje en el entorno escolar sigue siendo uno de los mayores retos que enfrenta los sistemas escolares.

En este sentido y tratando de establecer parámetros que contribuyan a facilitar el trabajo en el aula, el Ministerio de Educación Nacional elaboró los estándares básicos de competencias, cuyo propósito es establecer los aprendizajes mínimos que deben alcanzar los educandos cuando terminen su ciclo de educación obligatoria. Dichos estándares se centran en el desarrollo de cinco pensamientos, siendo uno de ellos el variacional, que de acuerdo con el MEN (2006) “tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos” (p. 66). Este pensamiento es el que busca abordar la presente propuesta pedagógica, que centra su interés en el estudio de la función y lineal y afín para potenciar el pensamiento variacional.

5.2 Justificación de la propuesta.

Desarrollar el pensamiento variacional no es una tarea sencilla; sin embargo, es una tarea que debe ser enfrentada pues este contribuye al establecimiento de relaciones entre dos cantidades que cambian en el tiempo. Su dominio permite, además del establecimiento de modelos para explicar fenómenos, hacer predicciones sobre dichos fenómenos, que en realidad es uno de los objetivos de las matemáticas.

De igual manera, centrarla en la función lineal y afín es relevante, pues además de la sencillez de dicha función, muchos problemas matemáticos se resuelven haciendo uso de ella. La

función lineal y afín es aplicable a muchas áreas del conocimiento entre las que se puede mencionar la biología y las ciencias económicas, entre muchas otras. Esto implica que el estudio del pensamiento variacional va mucho más allá de la simple solución de los problemas ideales presentados en los libros de texto, sino que puede ser una herramienta que ayuda a entender el mundo circundante.

5.3 Competencias a desarrollar.

Comprender las relaciones matemáticas en los sistemas de los números reales, funciones lineales y sus aplicaciones.

5.4 Objetivos.

Desarrollar el concepto de función.

Definir función lineal y afín.

Establecer los parámetros de perpendicularidad y paralelismo.

Aplicar las funciones lineales y afines a la solución de problemas.

5.5 Estructurar de la App.

La App se estructuró teniendo en cuenta seis módulos: el primer módulo está dedicado a repasar el concepto de función de variable real; el segundo módulo enfocado en la función lineal; mientras que el tercer módulo presenta la función afín; para continuar con el cuarto módulo con la ecuación de la recta, el quinto módulo explica los tipos de rectas y por último, el sexto módulo contiene las aplicaciones de la función lineal y afín aplicado a la solución de problemas.

Por otro lado, cada uno de dichos módulos, se estructura teniendo en cuenta cuatro momentos: exploración, que hace referencia a la activación de los conocimientos de los educandos, la cual se hace a través de preguntas que deben ser resueltas por el usuario, así como mediante la presentación de videos. Por otro lado, la estructuración que es el momento dedicado

a establecer los conceptos necesarios hacia los que apunta cada módulo. En cuanto a la ejercitación, el tercer momento, está pensado para que el usuario de la App resuelva algunas situaciones relacionadas con la temática, mientras que la cuarta, la evaluación; tiene como objetivo verificar los aprendizajes, lo que se hace a través de un cuestionario de selección múltiple, que será enviado por el usuario a un correo electrónico donde el profesor podrá revisarla. La figura 10 y 11 muestra la pantalla de inicio de la aplicación y la forma como se estructura cada módulo de aprendizaje.

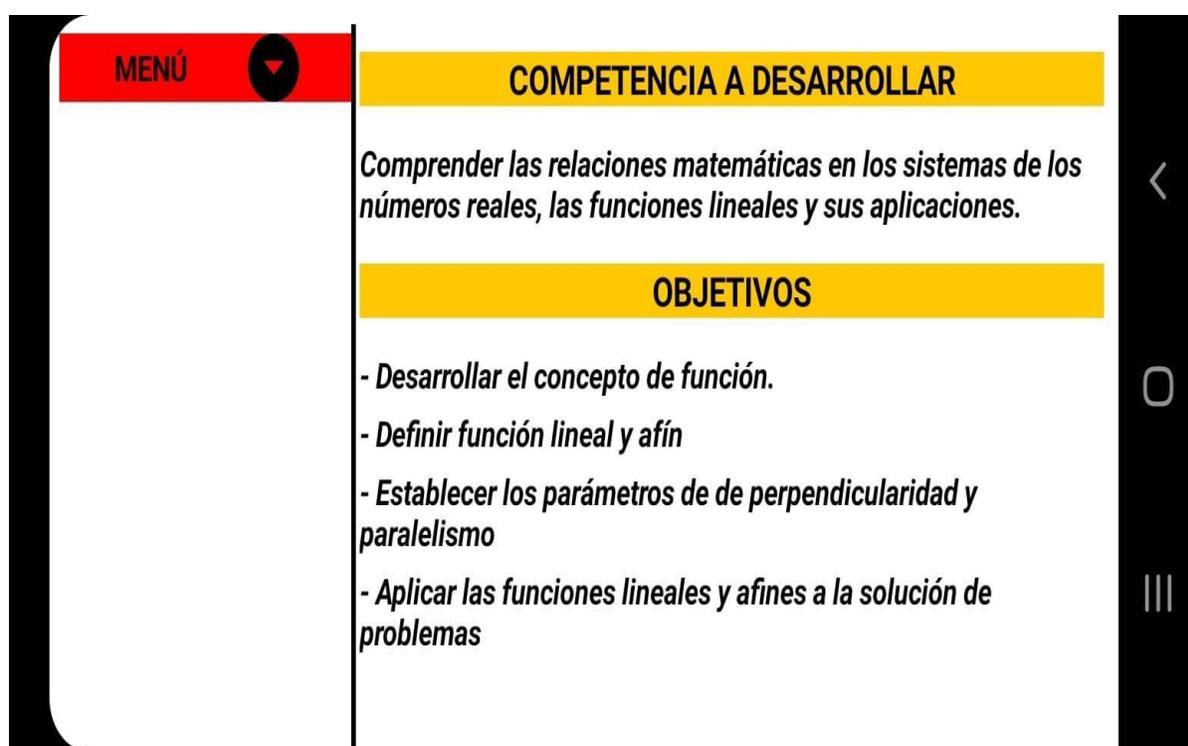


Figura 10. Pantalla de inicio de la App.

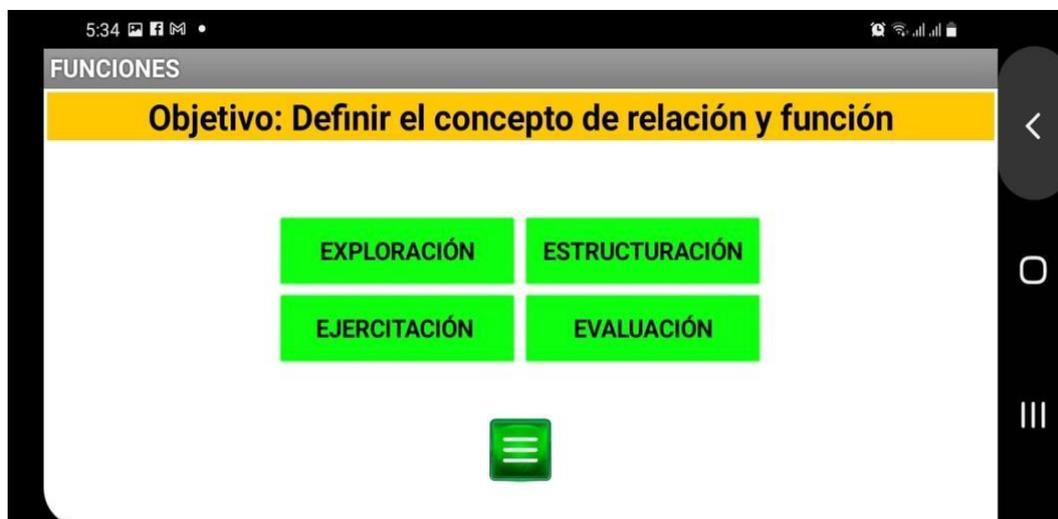


Figura 11. Pantalla de inicio de cada módulo.

Para comprender mejor la forma como se presenta la exploración se muestra la figura 12, donde se muestra un ejemplo del tipo de preguntas usadas en esta etapa. De igual manera aparecen tres iconos, la cámara conduce a una nueva ventana donde se presenta un video, que debe ser visto en línea, esto para evitar las limitaciones de espacio físico que presentan algunos dispositivos. De igual manera, el icono de la hoja y el lápiz lleva a una ventana que es una aplicación de dibujo geométrico. La flecha hacia atrás permite regresar a la ventana anterior.

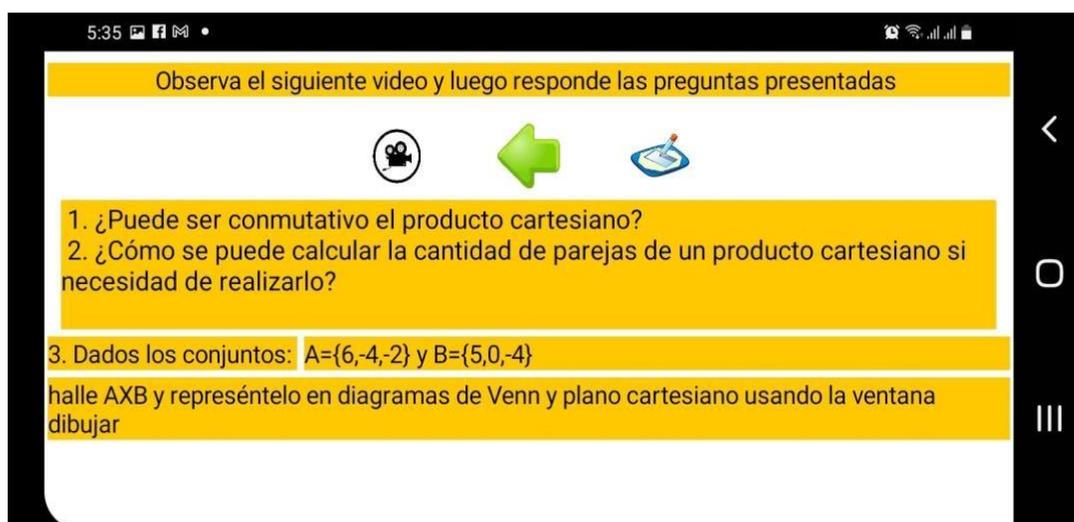


Figura 12. Pantalla de exploración módulo funciones.

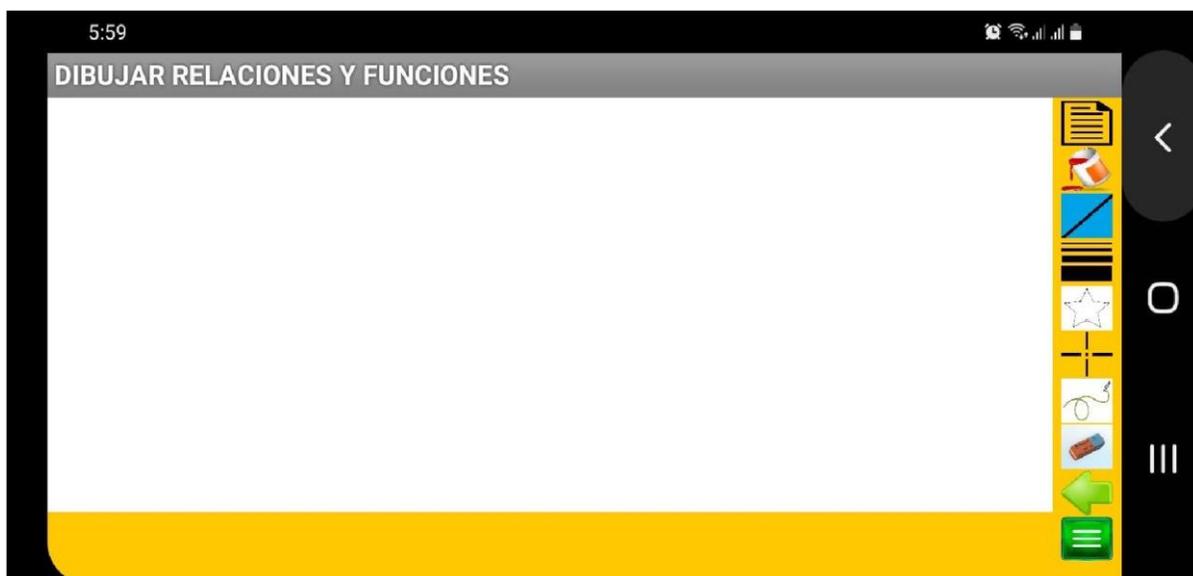


Figura 13. Pantalla aplicación de dibujo.

La pantalla presentada en la figura 13, es una aplicación de dibujo diseñada específicamente para la aplicación. El menú lateral presenta 10 iconos que se explican en la figura 14.

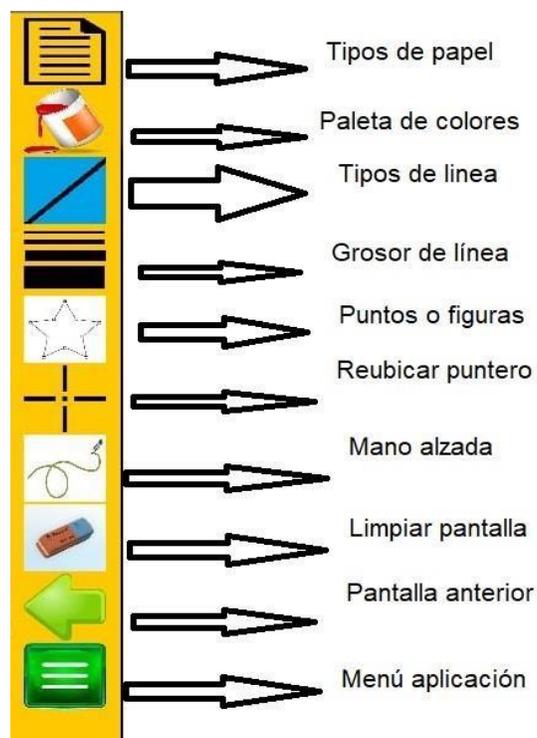


Figura 14. Menú aplicación de dibujo.

De igual manera, además de aplicación de dibujo, se construyó otra aplicación específica para la graficación de funciones lineales y afines, en las que se tiene la opción de construir el plano cartesiano, elegir el color en que se representará la línea recta, el botón para ver la gráfica, el botón limpiar pantalla y dos menús horizontales, cuantas funciones se van a graficar, y otro, donde se introduce el valor de la pendiente y el intercepto. Esta aplicación se muestra en las figuras 15 y 16.



Figura 15. Aplicación dibujar funciones lineales.

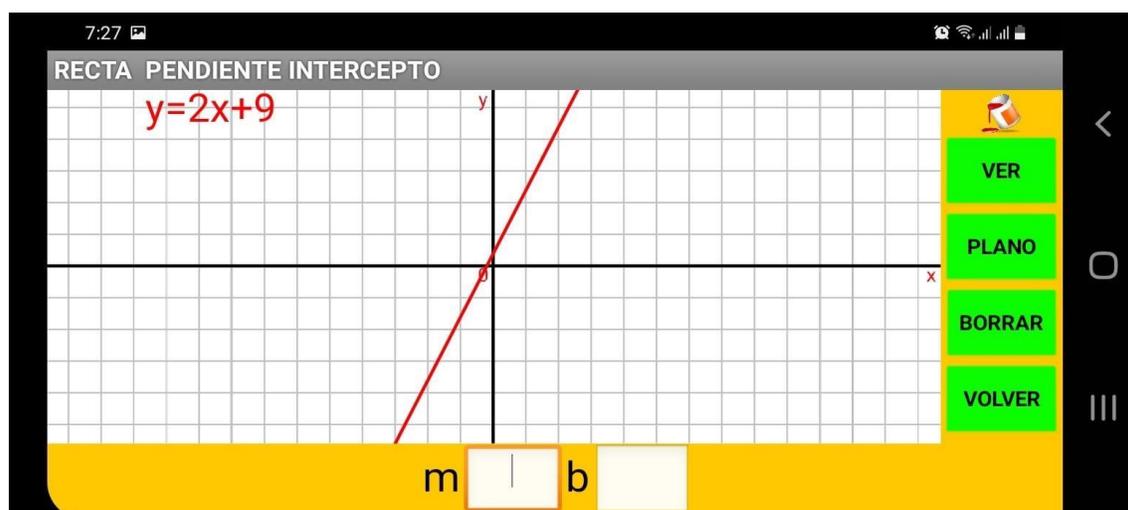


Figura 16. Ejemplo de función lineal en la aplicación.

Por otro lado, en la figura 17 se presenta un ejemplo de la ventana presentación de conocimientos, correspondiente al módulo funciones. Esta se lleva a cabo mediante el uso de texto en la misma App, haciendo uso de videos o documentos en línea.

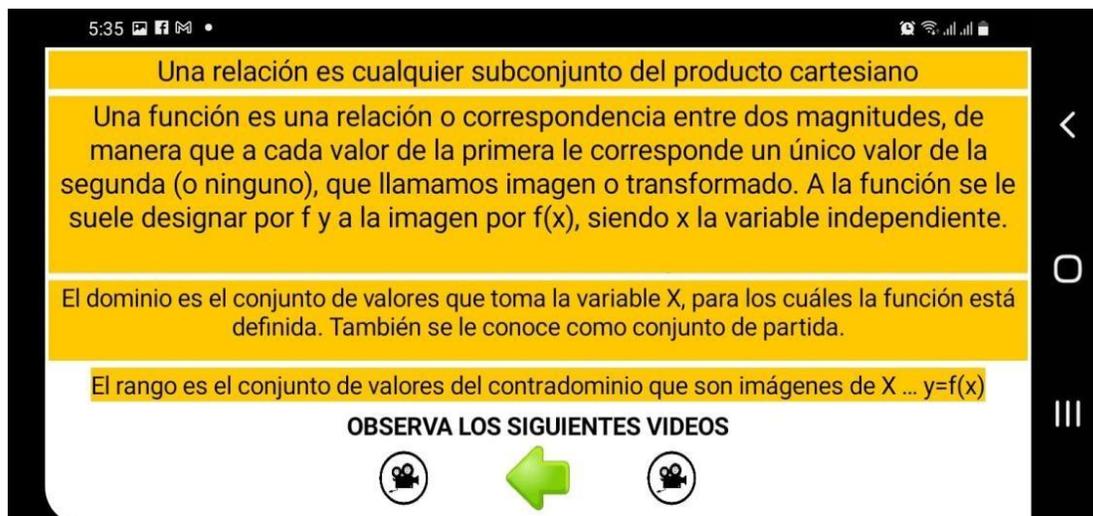


Figura 17. Módulo presentación de conocimientos funciones

Igualmente, la figura 18 muestra la ventana del módulo ejercitar. Esta tarea se realiza de diferentes formas, en el caso mostrado el trabajo se hace por medio de figuras que representan relaciones.

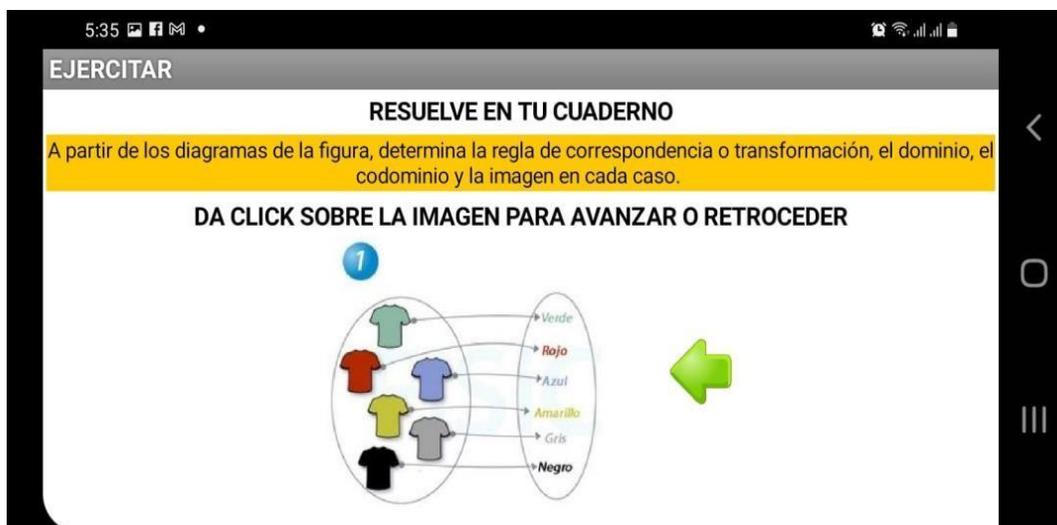


Figura 18. Módulo ejercitación funciones.

Por último, al hacer referencia sobre la evaluación, básicamente son preguntas de selección múltiple con única respuesta. Sin embargo, en el módulo de funciones se presentan preguntas de falso y verdadero. Igualmente, antes de ingresar a la evaluación, el estudiante debe identificarse, para poder continuar. Una vez iniciada la evaluación no hay posibilidades de regresar, hasta que la prueba esta enviada. (Ver figura 19 y 20)



Figura 19. Pantalla inicial de la evaluación.

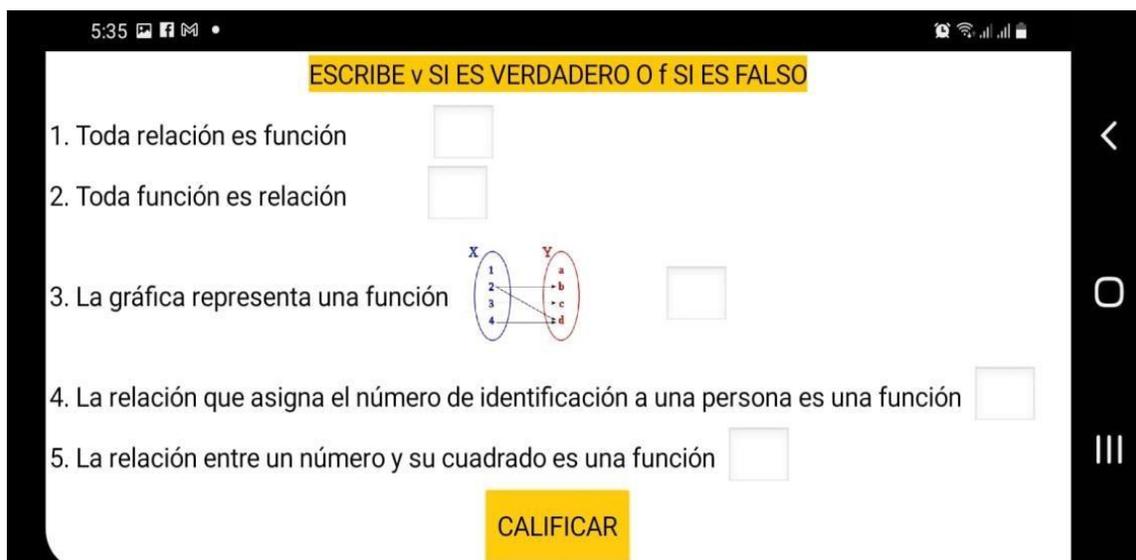


Figura 20. Evaluación de funciones.

5.6 Guías de trabajo.

5.6.1 Módulo funciones.

Objetivo: Definir el concepto de relación y función.

Exploración:

Para dar inicio a la exploración, se invita a los educandos observar el video que se encuentra alojado en el canal de YouTube creado para uso exclusivo de la App y que se encuentra disponible en <https://www.youtube.com/watch?v=-QneVkuKfy8>.

Luego se pide que respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Puede ser conmutativo el producto cartesiano?
2. ¿Cómo se puede calcular la cantidad de parejas de un producto cartesiano sin necesidad de realizarlo?
3. Dados dos conjuntos que el programa organiza de forma aleatoria se invitan a que el educando halle el producto cartesiano y lo grafique por medio de la aplicación de dibujo que forma parte de la App.

Exploración:

Concepto de relación: Una relación es cualquier subconjunto del producto cartesiano.

Concepto de función: Una función es una relación o correspondencia entre dos magnitudes, de manera que a cada valor de la primera le corresponde un único valor de la segunda (o ninguno), que llamamos imagen o transformado. A la función se le suele designar por f y a la imagen por $f(x)$, siendo x la variable independiente.

Variable independiente: la que se fija previamente.

Variable dependiente: La que se deduce de la variable independiente.

Concepto de dominio: El dominio es el conjunto de valores que toma la variable X, para los cuáles la función está definida. También se le conoce como conjunto de partida.

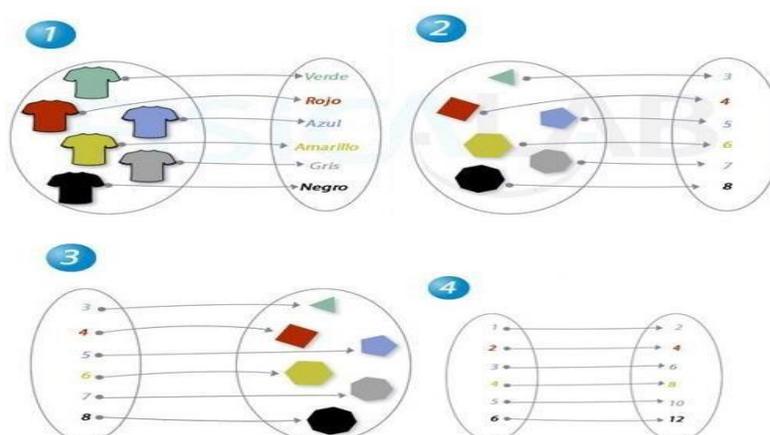
Concepto de rango: El rango es el conjunto de valores del contra dominio que son imágenes de X ... $y=f(x)$.

Luego se presentan dos videos relacionados con el tema y que se encuentran disponibles en: https://www.youtube.com/watch?v=HB0YT4kof_g

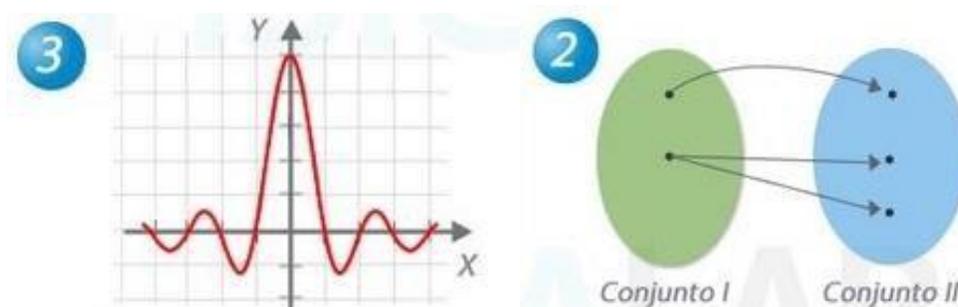
<https://www.youtube.com/watch?v=V47Cpvn6cY>

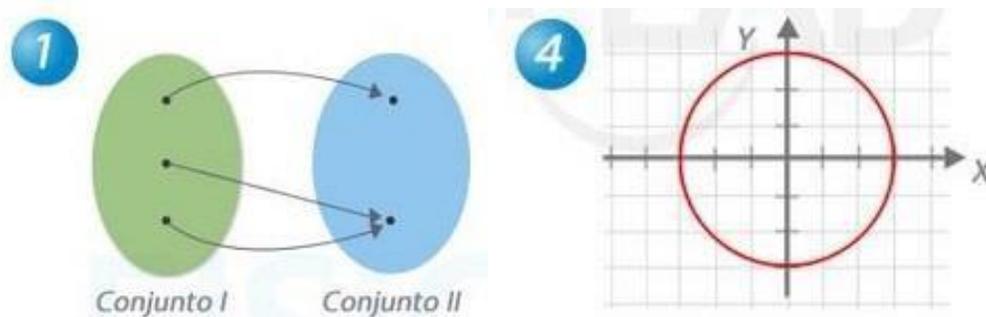
Ejercitación:

En la ejercitación se presentan en primer lugar una grafica que representa relaciones y la tarea consiste en definir cuál es la regla de formación de dichas funciones.



La segunda actividad presenta diagramas de Venn y cartesianos y se debe elegir cuales forman funciones.





Por último, se presentan cuatro tablas de valores y requiere que el educando decida cuales representan funciones.

X	1	1	1	1	1
Y	1	2	3	4	5

X	1	2	3	4	5
Y	1	2	3	4	5

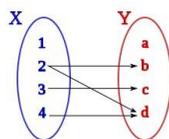
X	1	2	2	3	4
Y	3	6	12	9	12

X	1	2	3	4	5
Y	1	4	9	16	25

Evaluación:

En esta sección se presentaron 5 preguntas de falso y verdadero:

1. Toda relación es una función.
2. Toda función es relación.
3. La grafica representa una función:



4. La relación que asigna el número de identificación a una persona es una función.
5. La relación entre un número y su cuadrado es una función.

5.6.2 Módulo función lineal.

Objetivo: definir función lineal.

Exploración:

Analiza las siguientes situaciones y responde:

1. Un hombre pago \$4000 por una gaseosa de dos litros ¿Cuánto deberá pagar por 2,3,4,5,6,7,8 gaseosas?
2. Analiza la siguiente situación: para hacer una torta se requieren 15 huevos, 0,5 kilo de harina, 20 gramos de levadura, 0,5 kilo de azúcar ¿Cuántos ingredientes se requerirán para hacer 10 tortas?

Responde:

- a. ¿Cuáles variables están involucradas en cada situación?
- b. La relación entre las variables ¿es directa o inversa?
- c. Escribe una ecuación que relacione las variables
- d. Grafica las funciones encontradas. Describe sus características.

Estructuración:

En el proceso de estructuración se invita al educando a revise un video disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=RiVvD-BYzPA> y explorar un documento en línea,

disponible en: <https://cutt.ly/ZYUel0D>.

Ejercitación:

Completa las siguientes tablas de funciones lineales según indiquen cada uno de los enunciados:

1. María va a la frutería y compra plátanos a \$1.700/Kg.:

Cantidad en Kg.	0	1	2			7
Precio en \$	0			5100	8500	

2. Un número su doble:

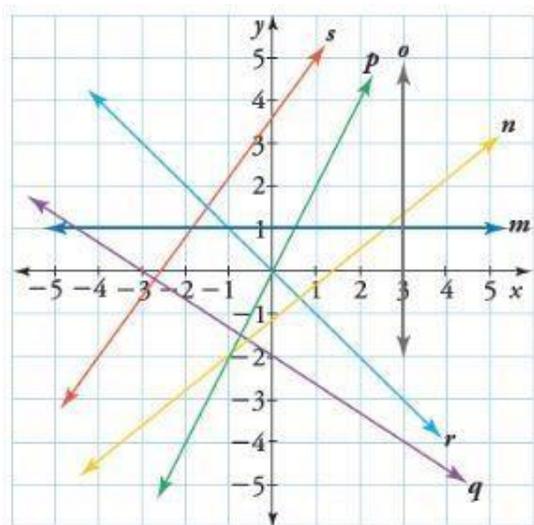
Número	-3	-2	-1	0	1	2	3
Doble							

3. Dadas las siguientes funciones lineales gráficelas en papel, luego usa la aplicación de dibujo para verificar si lo hiciste correctamente

$$Y=20x \quad y=-30x \quad y=x \quad y=-x \quad y = 50x$$

Evaluación:

1. Marque la respuesta correcta:



- La función m es lineal
- La función q es lineal
- La función p es lineal

EN LAS PREGUNTAS 2 A 5 MARCA LA RESPUESTA INCORRECTA:

2. Una función que asigna a cada valor el triple del número

x	-5	-2	0	3	6
y	-15	-6	0	8	18

3. No es una función lineal:

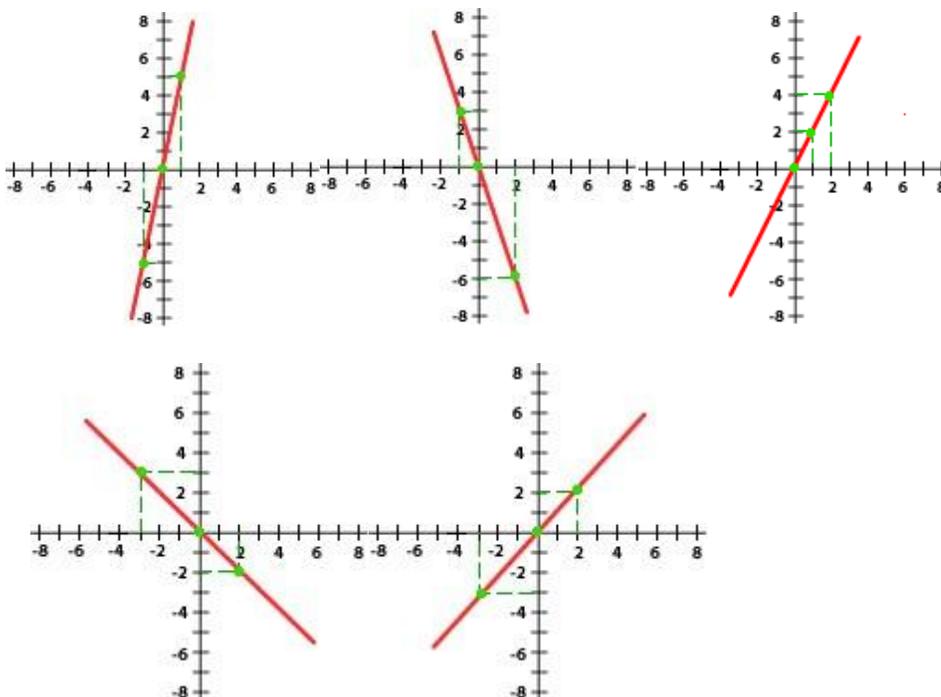
$$Y=2x \quad y=-12x \quad y=x+5 \quad y=35x \quad y=-5x$$

4. ¿Cuál es el valor que hace falta?

x	-4	2	0	5	6
y	-8	¿?	0	-10	-12

- a. -8 b. 4 c. 6 d. -6 e. 14

5. La grafica que corresponde a la función $y=2x$ es:



5.6.3 Módulo función afín.

Objetivo: establecer el concepto de función afín

Exploración:

Analiza la siguiente situación:

Juan compra un plan celular y le ofrecen las siguientes opciones:

Opción 1: cargo fijo mensual \$0 y \$300 por cada minuto hablado

Opción 2: cargo fijo mensual \$20.000 y \$100 por minuto

Ahora responde:

1. Escribe una función para cada situación
2. Gráficas las dos situaciones (Usa el graficador de la App)
3. ¿Qué diferencia hay entre las dos graficas?
4. ¿Qué representa el punto donde se cortan las rectas?

Estructuración:

Revisa la siguiente información:

Concepto de función afín: una función afín tiene la forma $y = mx + b$, donde m es la pendiente y b el valor donde la gráfica intercepta el eje vertical.

Además, observa los videos disponibles en:

<https://www.youtube.com/watch?v=36rZiQk3RMc>

<https://www.youtube.com/watch?v=hFlKx0R2moM&feature=youtu.be>

Ejercitación:

Vamos a resolver la actividad que se presenta en el documento disponible en el link:

https://www.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/files_public/contenidosaprender/G_9/M/M_G09_U03_L05/M/M_G09_U03_L05/M_G09_U03_L05_03_03.html

RECUERDA: has primero las gráficas en papel y luego en el graficador de la App, así podrás verificar tu trabajo

Toma una captura de las gráficas realizadas en la App para que puedas comparar.

Evaluación:

Elige la respuesta correcta:

1. La tarifa básica para el servicio básico de energía es \$25.000, y además se pagan \$800 por kilovatio consumido. El modelo matemático que resuelve el problema es:
 - a. $Y = 25000x + 800$
 - b. $y = 800x$
 - c. $y = 800x + 25000$
 - d. $y = (25000/800) x$
2. Haciendo referencia al problema del punto 1, si el consumo es de 25 kilovatios, el costo a pagar es:
 - a. \$45.000
 - b. no hay datos suficientes
 - c. \$258000
 - d. \$50800

EN LAS PREGUNTAS 3 A 5 SELECCIONA FALSO O VERDADERO:

3. Toda función afín pasa por (0,0)
4. El (1,2) pertenece a la función afín $y = x + 1$
5. El punto (0,0) pertenece a la función $y = 5x + 2$

5.6.4 Módulo ecuación de la recta.

Objetivo: estudiar las distintas formas de ecuación de la recta

Presentación de conocimientos:

Se invita al usuario a revisar los videos disponibles en:

<https://www.youtube.com/watch?v=hFIKx0R2moM&feature=youtu>

[.be https://www.youtube.com/watch?v=PRShXTg26Hg](https://www.youtube.com/watch?v=PRShXTg26Hg)

<https://www.youtube.com/watch?v=JLjIdevrD5g>

<https://www.youtube.com/watch?v=W-syuQFRI2Q>

Aplicar conocimientos:

La actividad consiste en representar en el plano los puntos dados y construir la figura.

Luego, encontrar la ecuación de la recta que contienen dichos puntos. (NOTA: para la representación hacer uso de la aplicación que contiene la App). Las parejas ordenadas se generan de forma aleatoria.

Evaluar:

SELECCIONE LA RESPUESTA CORRECTA.

1. La pendiente de la recta que pasa por (1,1) y (5,-6) es:

- a. $-7/4$ b. $-4/7$ c. -7 d. -4

2. La ecuación de la recta que pasa por (0,0) y tiene pendiente -2 es:

- a. $y=2x$ b. $y=-2x-2$ c. $y=-2x$ d. $x=-2y$

3. La ecuación de la recta que pasa por (1,1) y (2,2) es:

- a. $y=x$ b. $y=-x$ c. $y=x+1$ d. $y=x+2$

4. Víctor dice que la pendiente de la recta que pasa por los puntos (4,5) y (-2,4) es

4. ¿Víctor tiene la razón?

- a. Verdadero b. Falso

5. ¿Cuál de los siguientes puntos pertenece a la recta $y=2x+1$?

- a. (2,5) b. (-2,-5) c. (1,2) d. (0,5)

5.6.5 Tipos de rectas.

Objetivo: identificar los distintos tipos de rectas

Rectas paralelas y perpendiculares:

Se invita a observar el video disponible en el link:

https://www.youtube.com/watch?v=-bCQO_5H02k

Igualmente se proponen una serie de ejercicios para ejercitar los conocimientos.

1. Grafica en tu cuaderno dos rectas paralelas a $y=x+2$
2. Grafica en tu cuaderno dos rectas perpendiculares a $y=x+2$

NOTA: DESPUÉS DE QUE GRAFIQUES EN EL CUADERNO USA LA APLICACIÓN DE LA APP PARA VERIFICAR QUE LO HICISTE BIEN.

Pendiente cero:

Observa el video disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=5qgagJje3aU>

Pendiente infinita:

Observa el video disponible en: <https://www.youtube.com/watch?v=sMzgHkj5b8s>

Evaluar:

ELIGE LA RESPUESTA CORRECTA

1. Una recta paralela a la recta $y=5x+2$ es:
a. $y=5x+3$ b. $y=-5x+3$ c. $y=1/5x+3$ d. $y=-1/5x+3$
2. Las pendientes de dos rectas paralelas son inversas y de signo contrario
a. VERDADERO b. FALSO
3. Si una recta pasa por los puntos (1,2) y (4,5) que pendiente debería tener una recta paralela a ella:
a. -1 b. 2 c. 1 d. -1/2
4. Podemos decir que la recta $y=4$ es paralela al eje x:
a. VERDADERO b. FALSO
5. Podemos decir que la recta $x=-5$ es paralela al eje x
a. VERDADERO b. FALSO

5.6.6 Módulo aplicaciones.

Objetivo: resolver problemas haciendo uso de las funciones lineales y afines

Problemas 1:

Observa los videos disponibles en:

<https://www.youtube.com/watch?v=dIrk01INstk>

https://www.youtube.com/watch?v=_mg_HXEttYI

Problemas 2:

Observa los videos disponibles en:

<https://www.youtube.com/watch?v=g33MngoclhA>

<https://www.youtube.com/watch?v=ASOzRwZKdjw>

Practicar:

Resolver los siguientes problemas:

1. La arena que contiene un reloj de arena ocupa un volumen de 563 cm. Cúbicos, y el fabricante indica que la velocidad de caída de la arena es de 7 cm. Cúbicos. Averigua cuánto tarda la misma cantidad de arena en las dos partes del reloj.
2. Un fabricante de ventanas cuadradas cobra a razón de 3 euros por cada metro de marco y 12 euros por el cristal, sean cuales sean las dimensiones.
 - a. ¿Cuánto costará una ventana de dos metros de lado?
 - b. Por una ventana hemos pagado 60 euros, ¿Cuánto mide su lado?
 - c. Encuentra la expresión que nos dé el precio de la ventana en función de las dimensiones y realiza la representación gráfica de esta función.
3. Halla la ecuación de la función que describe la siguiente frase: un móvil está a 3 Km. de mí y se acerca a 2 Km/h”

4. Dos agricultores de zonas diferentes cultivan maíz con los rendimientos y costes que se indican abajo. Averigua cuántas hectáreas debe tener cada uno para empezar a tener beneficios y quién tiene más beneficio en función del número de hectáreas cultivadas.

Agricultor 1:	
Rendimiento:	7,20 Tm./ha.
Costes por riego, abono, etc:	219 €/ha.
Costes fijos (seguro, impuestos, etc):	5525 €
Agricultor 2:	
Rendimiento:	3,03 Tm./ha.
Costes por riego, abono, etc:	52 €/ha.
Costes fijos (seguro, impuestos, etc):	2000 €
Precio del maíz:	201 €/Tm

Evaluar:

Selecciona la respuesta correcta

- He comprado un kilo y medio de tomates y me han costado 1,2 euros. La función que da el coste de los tomates en función de su peso viene dada por la expresión:
 - $y=1,2x$
 - $y=0,8x$
 - $y=0,4x$
- En mi ciudad cobran la bajada de bandera, en los taxis, a 1,5 euros y después de cada kilómetro a 0,75 euros. La función que nos da el coste del recorrido (y) en función del número de kilómetros recorridos es:
 - $y=2,25x$
 - $y=1,5x+0,75$
 - $y=1,5x+0,75x$
- Por enviar un telegrama nos cobran 5 euros más 50 céntimos por palabra. La función que nos relaciona el número de palabras enviadas y el coste del mensaje es:
 - $y=50+5x$
 - $y=5+50x$
 - $y=5+0,5x$

4. En mi ciudad, el billete de autobús urbano cuesta 1,2 euros. Me ofrecen un bono mensual por 20 euros. ¿Cuántos viajes deberé hacer al mes, como mínimo, para que me salga rentable comprar el bono?
- a. 12 b. 17 c. 20

5.7 Ejemplos de códigos fuente.

El lenguaje de programación App inventor es un lenguaje de códigos de bloques, que es una forma de programación desarrollada para facilitar la construcción de programas informáticos sin necesidad de ser experto en programación. A continuación, se presentan algunas imágenes de códigos desarrollados para el App.

El código mostrado en la figura 21, tiene como propósito crear la interfaz para la introducción de las coordenadas a graficar en la aplicación de dibujo. En la primera parte, se valida si se introdujeron las coordenadas x e y, de lo contrario se envía un mensaje para que se realice este proceso, dependiendo si se va a graficar en un cuadrante o en los cuatro, dichos valores son introducidos en una lista, una para x, otra para y, de modo que cuando se dé la orden se grafiquen los puntos en el plano cartesiano y se escriban su coordenadas, para luego dibujar un polígono si se eligió esta opción, o solo los puntos en caso que esta haya sido la elección. Como puede apreciarse, las instrucciones son bloques que encajan y que dicen al programa cual es el proceso a realizar.

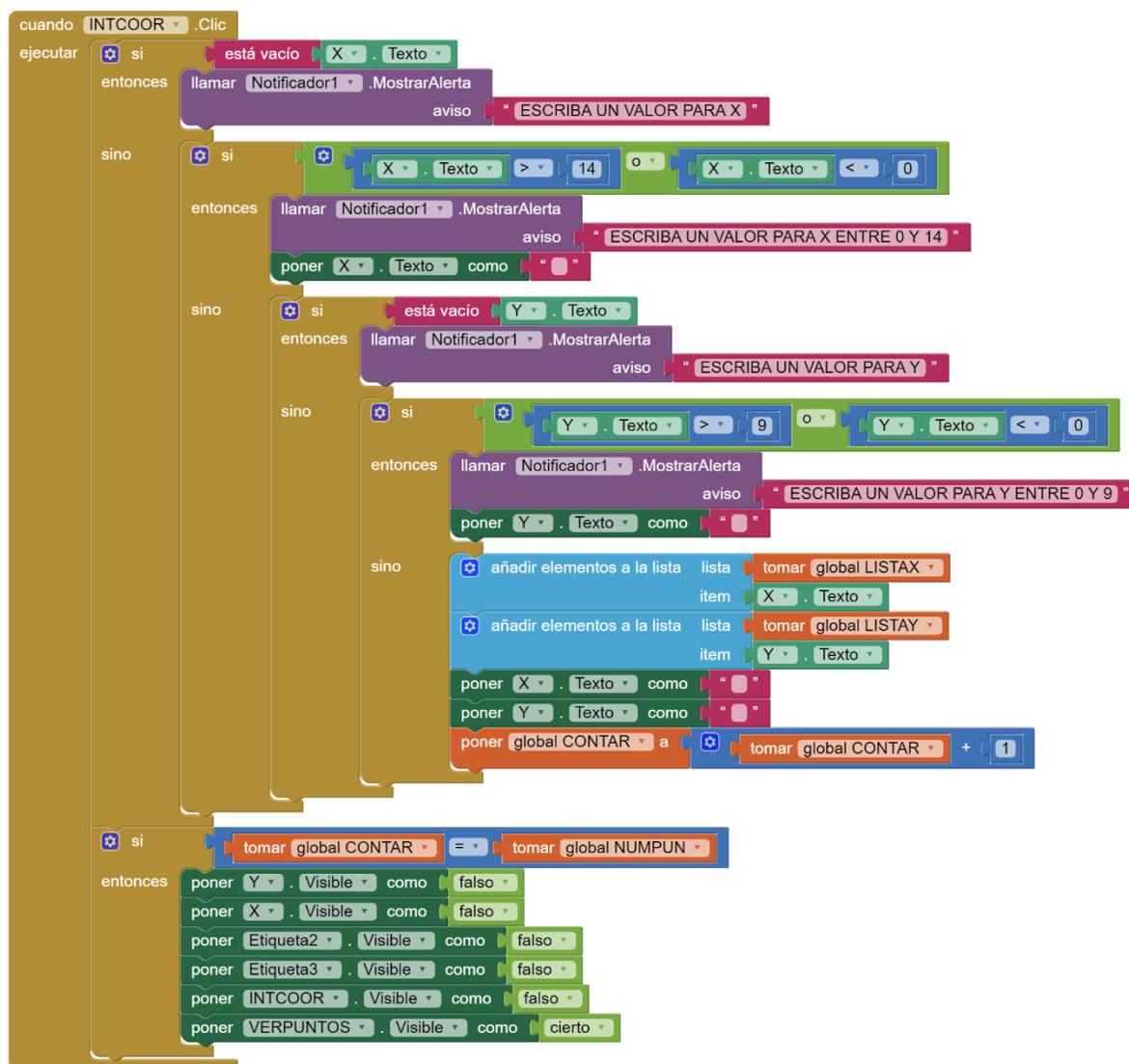


Figura 21. Código fuente introducir coordenadas en aplicación de dibujo

6. Conclusiones.

Una vez analizada la prueba inicial, se puede concluir que el nivel de desarrollo del pensamiento variacional del grupo de estudiantes participantes presenta un nivel bajo, ya que el promedio obtenido fue aproximadamente 7 puntos sobre 20. De igual manera, de las tres competencias evaluadas la de más bajo puntaje fue la representación y modelación, lo que implica que no se hace énfasis en la construcción de modelos matemáticos, esto es, transformar texto escrito en símbolos.

En cuanto a los resultados generales de la prueba inicial, de los evaluados, se puede concluir que el nivel alcanzado fue bajo, lo cual significa que se ubicó en el nivel mínimo en lo concerniente a la cantidad de respuestas correctas por cada estudiante (respondiendo menos de 12 respuestas correctas), lo que muestra el poco desarrollo de las competencias estudiadas al inicio de la aplicación de la estrategia y por su puesto el dominio bajo del pensamiento variacional.

De acuerdo a los resultados obtenidos en la prueba final, se evidencia una mejoría en la competencia de representación y modelación en los estudiantes de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio, puesto que en el pre-test, la totalidad de los participantes se había ubicado en el nivel bajo lo que indica que todos tuvieron dificultades en las preguntas correspondientes a la competencia de representación y modelación, mientras que en la prueba final, se evidencia que la mitad de los estudiantes lograron alcanzar o el nivel mínimo, el alto o el superior, lo que indica un incremento en el desarrollo del pensamiento variacional correspondiente a la competencia evaluada.

Con respecto a los resultados obtenidos en la prueba final, se refleja una mejoría en la competencia de razonamiento y argumentación en los estudiantes de la Institución Educativa

Colegio San Tarsicio, debido a que en el pre-test, en su mayoría los estudiantes presentaban nivel bajo lo que demuestra que tuvieron dificultades al responder las preguntas correspondientes a la competencia de razonamiento y argumentación, mientras que en la prueba final, se evidencia que la mayoría de los estudiantes lograron alcanzar o el nivel mínimo, el alto o el superior, lo que indica un incremento en el desarrollo del pensamiento variacional correspondiente a la competencia evaluada.

Tomando en cuenta los resultados obtenidos en la prueba inicial de la competencia de planteamiento y resolución de problemas, se pudo identificar que en su mayoría los estudiantes presentaron nivel bajo, pero se pudo identificar algunos estudiantes en el nivel mínimo o alto, mientras que en el post-test se reflejó un retroceso, puesto que todos los estudiantes obtuvieron un nivel bajo, lo que indica que aunque la tecnología en tres de las cuatro competencias obtuvieron resultados positivos, aún sigue siendo pertinente que los estudiantes solucionen de manera pragmática los ejercicios para reforzar la competencia de planteamiento y resolución de problemas.

Durante el proceso de intervención los participantes estuvieron motivados debido a lo novedoso de la estrategia planteada, ya que en un solo espacio y haciendo uso de una herramienta de uso para ellos, el celular, tuvieron acceso al desarrollo de los cuatro momentos de la clase, puesto que pudieron realizar la exploración, es decir, revisar sus conocimientos previos; igualmente, en la etapa de estructuración recibieron las explicaciones necesarias para entender la temática, mientras que en la ejercitación se dio la posibilidad de reforzar los conceptos aprendidos. Por último, la aplicación los evaluó y pudieron enviar sus respuestas directamente al maestro, lo que hace de la App una herramienta versátil para el aprendizaje.

Por otro lado, el análisis de resultados de la prueba final, permitió verificar que el uso de la aplicación ayudó a potenciar el desarrollo de las competencias matemáticas, debido a que el promedio de la prueba subió 5 puntos con respecto a la inicial. De igual manera, se pudo verificar una mejora significativa en 3 de las cuatro competencias, exceptuando la resolución de problemas, lo que implica que se requiere fortalecer la aplicación desde este punto de vista.

En general, se puede concluir que la estrategia pedagógica basada en la App produjo motivación en los participantes, puesto que en un solo espacio tuvieron acceso a todos los materiales necesarios para desarrollar una clase. En este sentido, es preciso decir que de acuerdo a los resultados de los test, y teniendo en cuenta que valor de significación bilateral del factor ANOVA fue 0,0005 muy por debajo del valor de referencia teórica 0,05 se puede afirmar que se rechaza la hipótesis nula, es decir, que la App no potencia el pensamiento aleatorio y se debe aceptar la alterna o del investigador, lo que implica que una estrategia pedagógica basada en una App sobre la función lineal si mejoró el nivel de pensamiento variacional de los estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Colegio San Tarcisio, municipio de los Patios.

7. Recomendaciones.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se hace pertinente recomendar que este tipo de estrategias sea aplicado en otras áreas del saber. Sin embargo, esto es una tarea a largo plazo y se requiere que la institución educativa centre sus esfuerzos en la capacitación de los maestros para que contribuyan en el desarrollo de las aplicaciones.

Por otro lado, esta estrategia debe concebirse como una forma de apoyo a las prácticas pedagógicas, esto quiere decir que el uso de las App no reemplaza el trabajo de aula, pero si son una herramienta que puede ser efectiva para reforzar los conocimientos de los educandos.

Además, es importante pensar en que los videos sean construidos por los profesores, es decir, no emplear material de YouTube, trabajo que es dispendioso, pero que una vez emprendido puede ser significativo, ya que es reutilizable siendo esto una de las fortalezas del uso de las multimedia.

Asimismo, es relevante pensar que los maestros de la institución aprendan a programar App, en un primer momento con la aplicación App inventor, pues su no uso de sintaxis facilita el trabajo, pero a largo plazo se debería pensar en utilizar otros lenguajes más potentes para mejorar las aplicaciones. En otras palabras, aproximar a los maestros a la programación mediante un lenguaje de bloques, puede desarrollar las competencias básicas de programación que luego pueden servir de base para el uso de lenguajes de programación más complejos.

Referencias bibliográficas.

- Betancur, S. (2000). Operacionalización de variables. *Hacia la promoción de la salud, 1*, 20-27.
- Bocanegra, E. R. (2017). *Desarrollo del pensamiento numérico variacional en el aprendizaje de porcentajes aplicado a la educación financiera en estudiantes de grado séptimo de básica secundaria del IETI comuna 17 de la ciudad de Cali*. Tesis de maestría, Universidad ICESI, Santiago de Cali, Colombia.
- Cabezas, C., y Mendoza, M. R. (2016). Manifestaciones Emergentes del Pensamiento Variacional en Estudiantes de cálculo inicial. *Formación universitaria, 9(6)*, 13-26.
- Cardona, M.Z. (2019). Identificación de las dificultades en la adquisición de las competencias básicas en matemáticas del pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos de los estudiantes de grado once de la institución educativa empresarial del municipio de Dosquebradas, desde el análisis de las situaciones didácticas. Tesis maestría, Universidad Tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia.
- Cardona, M.Z. (2019). Identificación de las dificultades en la adquisición de las
- Castrillón, C.C., y Ramírez, P.N. L. (2017). Desarrollo del pensamiento lógico matemático apoyado en el uso de blogs en la web 2.0 en los estudiantes de secundaria de la Institución Educativa Real Campestre la Sagrada Familia sede principal del municipio de Fresno-Tolima 2013-2014. Tesis de maestría, Universidad privada
- Norbert Wiener, Lima, Perú.
- Cauas, D. (2015). Definición de las variables, enfoque y tipo de investigación. *Biblioteca electrónica de la Universidad Nacional Abierta ya Distancia*.

- COLOMBIA APRENDE. (2018). Los derechos básicos de aprendizaje. Disponible en:
<http://aprende.colombiaaprende.edu.co/primerainfancia/94224>
- Conn, R. (2014). Guía de iniciación APP inventor. *Creative commons*.
- Constitución Política [Const.]. Gaceta Constitucional No. 116. 20 de Julio de 1991. [En línea].
Disponible en: <https://tinyurl.com/ycfe5brf>
- Dávila, O.W. C. (2018). *Desarrollo de Pensamiento Variacional en Estudiantes de Secundaria, mediado por GeoGebra*. Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia-Sede Manizales, Colombia.
- Decreto 1290. (2009). “Por el cual se reglamenta la evaluación del aprendizaje y promoción de los estudiantes de los niveles de educación básica y media”. Bogotá, D.C. Diario oficial 47322.
- Del Carpio, R. A. (2019). Las variables en investigación. [documento en línea]. Disponible en:
http://www.urp.edu.pe/pdf/clase_variablesdeinvestigacion.pdf
- De la Cruz, E. C. I. L., & Bailón, F. E. E. (2021). Conectivismo, ¿un nuevo paradigma del aprendizaje? *Desafíos*, 12(1), e259-e259.
- Delgado, D. C. M. (2001). Estrategias de investigación. Diseños observacionales 1 § parte. Estudios descriptivos. *La Revista Chilena*, 53(2), 229-233.
- Delgado, M., Arrieta, X., y Riveros, V. (2009). Uso de las TIC en educación, una propuesta para su optimización. *Omnia*, 15(3).

Díaz, B.A. (2007) Competencias en educación: Corrientes de pensamiento e implicaciones para el currículo y el trabajo en el aula. *Rev. iberoam. educ. super* [online]. vol.2, n.5, pp.3-24. ISSN

Flórez, R.E.L. (2019). Diseño de la *unidad* didáctica: “Función lineal y afin” Tesis de maestría. Universidad nacional de educación. Barcelona, Ecuador.

Gallo, D.E. (2018). *Resolución de problemas con la función lineal a través de una secuencia didáctica utilizando el programa GeoGebra con el fin de contribuir con el aprendizaje en los estudiantes del grado noveno de la IED Codema*. Tesis de maestría, Universidad de la Sabana, Bogotá, Colombia.

García, B.S. (2019). ¿Qué es el m-learning? ¿Es una opción viable para la educación del siglo XXI? [Documento en línea]. Disponible en: <https://observatorio.tec.mx/edunews/que-es-mobile-learning>

Godino, J. D., Batanero, C., y Vicenç, F. (2003). Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Universidad de Granada.

González, M.P. (2018). El trabajo colaborativo como estrategia para potenciar competencias del pensamiento variacional en los estudiantes de grado 8° de la sede educativa Marino Rengifo Salcedo de la ciudad de Cali. Tesis de maestría, Universidad ICESIS, Santiago de Cali, Colombia.

Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, L. (2014). Metodología de la investigación. México: Mc Graw Hill.

ICFES. (2017). Guía de orientación SABER 9.

ICFES. (2021). Resultados establecimiento educativo. [Documento en línea]. Disponible en:
<http://cort.as/-IcpM>

ICFES. (2019). Resultados pruebas SABER 11. Disponible en: <https://cutt.ly/Op51fnB>

Jaramillo, P., Castañeda, P., y Pimienta, M. (2009). Qué hacer con la tecnología en el aula:
inventario de usos de las TIC para aprender y enseñar. *Educación y educadores*, 12(2).

Ley 115. (8 de febrero de 1994). “Por la cual se expide la ley general de educación”. Bogotá,
D.C. Diario oficial 41214.

Lorenzo, C. R. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação. Revista
do Centro de Educação*, 31(1), 11-22.

Martínez, L.L. G., y Gualdrón, P.E. (2018). Fortalecimiento del pensamiento variacional a
través de una intervención mediada con TIC en estudiantes de grado noveno.
Revista de Investigación, Desarrollo e Innovación, 9(1), 91-102.

MEN. (2004). Como formar científicos sociales y naturales. *Al tablero*, 30. Pp. 3-8

MEN. (2006). Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y
Ciudadanas. Disponible en: https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-340021_recurso_1.pdf

Ministerio de Educación, M.E.N. (1998). Lineamientos curriculares área de matemáticas.
Bogotá, Colombia.

OECD. (2019). Country Note. Programme for international student assessment (PISA) results
from PISA 2018. Vol. I-III. Disponible en: <https://cutt.ly/BfT74KQ>

- Recaman, C.I. (2015). Guía para la elaboración del documento final de anteproyecto de grado bajo la norma APA de la corporación escuela de artes y letras institución universitaria. Corporación Escuela de Artes y Letras. [En línea]. Disponible en: <https://tinyurl.com/y9ozm8hy>
- Regader, B. (2018). La teoría del aprendizaje de Jean Piaget. [Documento en línea]. Disponible en: <https://psicologiymente.com/desarrollo/teoria-del-aprendizajepiaget>
- Requena, S. R. (2008). El modelo constructivista con las nuevas tecnologías, aplicado en el proceso de aprendizaje. *Universities and Knowledge Society Journal*, 5(2), 26-35.
- Roca, J. M. (2017). ¿Qué es una app? Obtenido de <https://www.informeticplus.com/que-esuna-app>
- Sousa, V., Driessnack, M., y Costa, I. (2007). Revisión de diseños de investigación resaltantes para enfermería. Parte 1: Diseños de investigación cuantitativa. *Rev Latino-am Enfermagem*, 15(3), 1-6.
- Tovar, P. J. E. (2018). Influencia del Software Winplot sobre el pensamiento variacional en estudiantes de grado décimo de la Institución Educativa José María Carbonell en el municipio de San Antonio (Tolima), 2016. Tesis de maestría, Universidad privada Norbert Wiener, Lima, Perú.
- Vera, T. T. (2003). El aprendizaje verbal significativo de Ausubel. Algunas consideraciones desde el enfoque histórico cultural. *Universidades* (26), 37-43.

ANEXOS



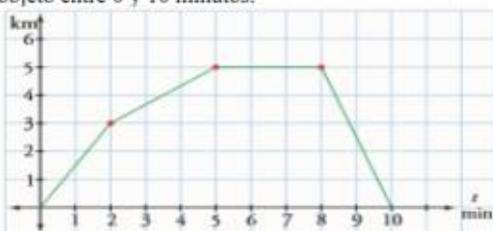
INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO SAN TARSICIO-LOS PATIOS
“Juntos construiremos el futuro de nuestros hijos”
2021 – AÑO DE LA PERSEVERANCIA Y REINVENCIÓN

d. La pendiente es 1 porque a medida que aumenta una unidad en el eje X, disminuye 1 unidad en el eje Y.

4. ¿Cuál es la ecuación de la recta?

- a. $y = x + 4$ b. $y = x - 4$.
 c. $y = -x + 4$ d. $y = -x - 4$.

5. La siguiente gráfica representa el movimiento de un objeto entre 0 y 10 minutos.



¿En qué intervalo de tiempo se recorrió más distancia?

- a. En el intervalo $[0,2]$. b. En el intervalo $[2,5]$.
 c. En el intervalo $[5,8]$ d. En el intervalo $[8,10]$.

**RESPONDE LAS PREGUNTAS 6 Y 7 DE
ACUERDO CON LA SIGUIENTE
INFORMACIÓN**

1. $2y - 2x = 7$, $4y - 4x = 10$
 2. $-3y + 2x = 15$, $-6y - 4x = 30$
 3. $4y - 4x = 4$, $5y + 5x = 5$
 4. $2x - y = 8$, $x - y = 4$

6. Dos rectas no verticales son paralelas si y sólo si sus pendientes son iguales. De acuerdo a lo anterior ¿Cuáles parejas de rectas son paralelas?

- a. La pareja de rectas 1 porque las pendientes de ambas rectas son igual a 1. b. La pareja de rectas 2 porque las pendientes de ambas rectas son igual a $-2/3$.
 c. La pareja de rectas 3 porque las pendientes de ambas rectas son igual a -1 . d. La pareja de rectas 4 porque las pendientes de ambas rectas son igual a 2.

7. Dos rectas son perpendiculares si y sólo si el producto de sus pendientes es igual a -1 . De acuerdo a lo anterior ¿Cuáles parejas de rectas son perpendiculares?

- a. La pareja de rectas 1. b. La pareja de rectas 2.
 c. La pareja de rectas 3. d. La pareja de rectas 4.

8. En una fábrica de lapiceros se realizó un estudio acerca de los costos y los ingresos de la producción, las siguientes ecuaciones representan los resultados de la investigación en millones: La ecuación de los costos, $10x - 2y + 20 = 0$ y la ecuación de los ingresos, $10x - y - 20 = 0$, donde x son las unidades producidas en miles. ¿Cuáles son los ingresos netos si se producen 7 mil unidades? Recuerde que los ingresos netos se calculan a partir de los ingresos por la venta de producción menos los costos de producción.

- a. Los ingresos netos son ganancias de 5 millones porque los ingresos son de 50 millones y los costos son de 45 millones.
 b. Los ingresos netos son pérdidas de 5 millones porque los ingresos son de 45 millones y los costos son de 50 millones.
 c. Los ingresos netos son nulos porque los ingresos son de 40 millones y los costos son de 40 millones.
 d. Los ingresos netos son ganancias de 10 millones porque los ingresos son de 60 millones y los costos son de 50 millones.

9. Para ingresar a un museo, Andrés paga \$22.000 por 3 entradas de adulto y 2 de niño. Mientras que Carlos por 5 de adulto y 4 de niño paga \$38.000. El sistema que describe perfectamente el enunciado anterior es:

- 1) $3x + 2y = 22.000$. 1) $2x + 3y = 22.000$.
 2) $4x + 5y = 38.000$. 2) $5x + 4y = 38.000$.
 1) $3x + 2y = 38.000$. 1) $3x + 2y = 22.000$.
 2) $5x + 4y = 22.000$. 2) $5x + 4y = 38.000$.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO SAN TARSICIO–LOS PATIOS
“Juntos construiremos el futuro de nuestros hijos”
2021 – AÑO DE LA PERSEVERANCIA Y REINVENCIÓN

DATOS DE IDENTIFICACION			
Area/asignatura	Matemáticas		
Docente:	Omar Alejandro Rivera Pérez	Grado:	NOVENO
Periodo:	Primer Periodo.	Fecha Inicio:	Valoración:
		Fecha de Entrega:	
Tipo de evento	Prueba diagnóstica función lineal.		
Competencia:	Utiliza expresiones numéricas, algebraicas o gráficas para hacer descripciones de situaciones concretas y tomar decisiones con base en su interpretación.		
Evidencia	Interpreta expresiones numéricas, algebraicas o gráficas y toma decisiones con base en su interpretación.		
Estudiante:		Curso:	9º

PRUEBA DIAGNOSTICA PENSAMIENTO VARIACIONAL GRADO NOVENO

Los datos recopilados con esta encuesta se utilizarán sólo con fines académicos cumpliendo con lo estipulado en la ley 1581 de 2012, decreto reglamentario 1377 de 2013 de protección de datos.

Objetivo: identificar las falencias que sobre pensamiento variacional presentan los estudiantes de grado noveno, de la Institución Educativa Colegio San Tarsicio.

Lee atentamente y contesta las siguientes preguntas de selección múltiple con única respuesta.

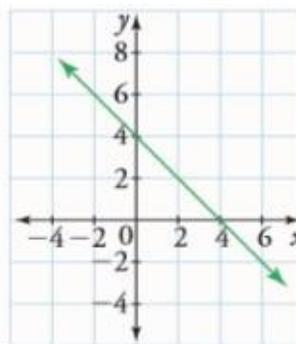
1. Un automóvil, en promedio, consume un galón de gasolina por cada 30 km realizando un recorrido en la ciudad. Si d representa la distancia recorrida en kilómetros y x representa la cantidad de gasolina consumida. Determinar la expresión que relaciona la cantidad de gasolina con la distancia recorrida.

- a. $x = 45d$ b. $d = 45x$
 c. $dx = 45$ d. $d = 45/x$

2. Rosa desea contratar los servicios de una empresa telefónica donde le explican un plan que posee un cargo fijo de \$1.500 y cada minuto cuesta \$50. Luego, Rosa desea conocer la ecuación que le permita calcular el costo de su factura mensual de acuerdo con la cantidad de minutos consumidos. Si C representa el costo en la factura y m representa en número de minutos consumidos en el mes, dicha ecuación será:

- a. $C = 50m$. b. $C = 1.500m + 50$.
 c. $C = 50m + 1.500$. d. $C = 1.500m$.

Responde las preguntas 3 y 4 de acuerdo con la siguiente gráfica.



3. ¿Cuál es la pendiente de dicha recta?

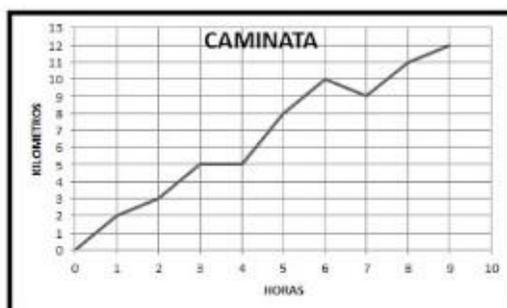
- a. La pendiente es -1 porque a medida que aumenta una unidad en el eje X, disminuye 1 unidad en el eje Y.
 b. La pendiente es 1 porque a medida que aumenta una unidad en el eje X, aumenta 1 unidad en el eje Y.
 c. La pendiente es -1 porque a medida que aumenta una unidad en el eje X, aumenta 1 unidad en el eje Y.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA COLEGIO SAN TARSICIO–LOS PATIOS
“Juntos construiremos el futuro de nuestros hijos”
2021 – AÑO DE LA PERSEVERANCIA Y REINVENCIÓN

RESPONDE LAS PREGUNTAS 15 A 17 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Se hizo una caminata ecológica en la Institución. Los registros de la distancia y el tiempo empleado se muestran en la siguiente gráfica:



15. Los estudiantes se tomaron un tiempo de descanso para almorzar:

- | | |
|--|--|
| a. Esto ocurrió entre las 2 y las 3 horas porque la pendiente de esa recta es positiva. | b. Esto ocurrió entre las 2 y las 3 horas porque la pendiente de esa recta es infinita. |
| c. Esto ocurrió entre las 2 y las 3 horas porque la pendiente de esa recta es nula. | d. Esto ocurrió entre las 2 y las 3 horas porque la pendiente de esa recta es negativa. |

16. Los estudiantes hablan de un momento crítico porque se extravió uno de sus compañeros y tuvieron que regresar a buscarlos:

- | | |
|--|--|
| a. Esto ocurrió entre las 2 y las 3 horas porque la pendiente de esa recta es positiva. | b. Esto ocurrió entre las 2 y las 3 horas porque la pendiente de esa recta es infinita. |
| c. Esto ocurrió entre las 2 y las 3 horas porque la pendiente de esa recta es nula. | d. Esto ocurrió entre las 2 y las 3 horas porque la pendiente de esa recta es negativa. |

17. ¿Cuál de los intervalos posee una pendiente negativa?

- | | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| a. En el intervalo [2,3]. | b. En el intervalo [3,4]. |
| c. En el intervalo [5,6] | d. En el intervalo [6,7]. |

18. Si $y - x = 4$ Es la ecuación que determina la demanda y $2y - 4x = 2$ es la ecuación de oferta, determinar el punto de equilibrio.

- | |
|---|
| a. $x = -3; y = -7$ porque es el punto donde se cortan las rectas de la oferta y la demanda. |
| b. $x = 3; y = -7$ porque es el punto donde se cortan las rectas de la oferta y la demanda. |
| c. $x = -3; y = 7$ porque es el punto donde se cortan las rectas de la oferta y la demanda. |
| d. $x = 3; y = 7$ porque es el punto donde se cortan las rectas de la oferta y la demanda. |

RESPONDE LAS PREGUNTAS 19 Y 20 DE ACUERDO A LA SIGUIENTE INFORMACIÓN.

Para producir un jugo concentrado se mezclan dos tipos de jugos, uno al 20% de fruta sólida y el otro al 50% de fruta sólida. ¿Cuántos litros de cada tipo de jugo se necesitan para producir 50 L. de jugo concentrado al 45% de fruta sólida?

19. El sistema de ecuaciones que representa la situación anterior es:

- | | |
|------------------------------|------------------------|
| 1) $x + y = 50.$ | 1) $x + y = 50.$ |
| 2) $0,2x + 0,5y = 0,45(50).$ | 2) $0,2x + 0,5y = 50.$ |

- | | |
|------------------------------|------------------------|
| 1) $x + y = 0,45(50).$ | 1) $x + y = 0,45(50).$ |
| 2) $0,2x + 0,5y = 0,45(50).$ | 2) $0,2x + 0,5y = 50.$ |

20. La cantidad de litros requerida para producir el jugo a dicha concentración es:

- | | |
|-------------------|--------------------|
| a. 7,33 L. | b. 8,33 L. |
| c. 9,33 L. | d. 10,33 L. |

Anexo B. Validación de instrumentos.

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

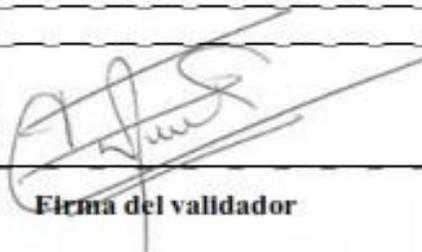
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

San José de Cúcuta, 24 de Junio del 2021.

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN.

Quien suscribe ciudadano: CESAR AUGUSTO HERNANDEZ SUAREZ con cédula de ciudadanía N° 88221652, de profesión docente investigador con estudios en: Mg. En Enseñanza de las Ciencias básicas mención Matemática, mediante la presente se hace constar que el Instrumento para la recolección de información de la investigación titulada: **“ESTRATEGIA PEDAGÓGICA BASADA EN UNA APP DE LA FUNCIÓN LINEAL, PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO”**, diseñado por el estudiante de maestría Omar Alejandro Rivera Pérez; aspirante al título de Magister en Educación Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander, reúne los requisitos suficientes, necesarios para ser válido y son aptos para alcanzar objetivos que se plantean en la investigación.

Observaciones:



Firma del validador

C.C. 88221652 de Cúcuta

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

San José de Cúcuta, 24 de junio del 2021.

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN.

Quien suscribe ciudadano: Walter Byron Pineda Isaza con cédula de ciudadanía N° 13.474.006, de profesión Docente

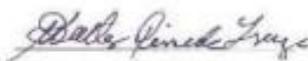
con estudios en: Maestría en Enseñanza Aprendizaje de las Ciencias Básicas Mención Matemática, mediante la

presente se hace constar que el Instrumento para la recolección de información de la investigación titulada: **“ESTRATEGIA PEDAGÓGICA BASADA EN UNA APP DE LA FUNCIÓN LINEAL, PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO”**, diseñado por el

estudiante de maestría **Omar Alejandro Rivera Pérez**; aspirante al título de Magister en Educación Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander, reúne los requisitos suficientes, necesarios para ser válido y son aptos para alcanzar objetivos que se plantean en la investigación.

Observaciones:

En el instrumento cuestionario con preguntas de selección múltiple con única respuesta el ítem # 16 contiene las mismas opciones de respuesta que el ítem # 15. Además, no aparece la opción correcta de respuesta que sería: “Esto ocurrió en entre las 6 y las 7 horas porque la pendiente de esa recta es negativa” En los demás ítems la redacción es correcta y no presenta ambigüedad.



Firma del validador

C.C. 13.474.006 de Cúcuta

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

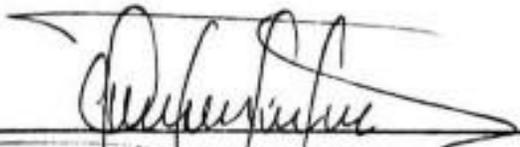
San José de Cúcuta, 24 de Junio del 2021.

CONSTANCIA DE VALIDACIÓN.

Quien suscribe ciudadano: Omar Castellanos Soñano con cédula de ciudadanía N° 88.196.172, de profesión Docente Instalado con estudios en: Maestría en Matemáticas de la UNET, mediante la presente se hace constar que el Instrumento para la recolección de información de la investigación titulada: "ESTRATEGIA PEDAGÓGICA BASADA EN UNA APP DE LA FUNCIÓN LINEAL, PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN ESTUDIANTES DE GRADO NOVENO", diseñado por el estudiante de maestría Omar Alejandro Rivera Pérez; aspirante al título de Magister en Educación Matemáticas de la Universidad Francisco de Paula Santander, reúne los requisitos suficientes, necesarios para ser válido y son aptos para alcanzar objetivos que se plantean en la investigación.

Observaciones:

Hay relación de los objetivos y las variables, tomar en consideración algunas observaciones en relación con la redacción de los ítems 6, 7 y 8.


Firma del validador
c.c. 88196172 de Cúcuta

	<u>N</u>	<u>Media</u>	<u>Desviación</u>	<u>Mínimo</u>	<u>Máximo</u>
V1	20	4,50	,607	3	5
V2	20	4,25	,716	3	5
V3	20	4,00	,918	3	5
V4	20	4,50	,513	4	5
V5	20	4,50	,607	3	5
V6	20	4,40	,754	3	5
V7	20	4,60	,598	3	5
V8	20	4,50	,607	3	5
V9	20	4,85	,489	3	5
V10	20	4,70	,470	4	5
V11	20	4,85	,489	3	5
V12	20	4,95	,224	4	5
V13	20	4,85	,489	3	5
V14	20	4,90	,447	3	5
<u>V15</u>	<u>20</u>	<u>4,90</u>	<u>,308</u>	<u>4</u>	<u>5</u>

<u>N</u>	<u>20</u>
W de Kendall ^a	,212
Chi-cuadrado	59,312
gl	14
<u>Sig. asintótica</u>	<u>,000</u>

Teniendo en cuenta la significación asintótica se puede decir que estadísticamente existe concordancia entre la medición de los expertos, pero este nivel es bajo.

Anexo C. Consentimiento informado


Universidad Francisco de Paula Santander
 Vigilancia Minutadora
 NIT 102200022-0

FORMULARIO DE CONSENTIMIENTO INFORMADO.

Yo, María Alejandra Gayeneche, con número de identificación (C.C.X, C.E., PAS.) 60'441 510, en mi calidad de acudiente/responsable del estudiante Samuel Gamba G. de la Institución Educativa Colegio San Tarcicio Los Patios declaro que el Docente OMAR ALEJANDRO RIVERA PÉREZ (omaralejandrorp@ufps.edu.co) en su calidad de investigador responsable del proyecto "Estrategia pedagógica basada en una app de la función lineal, para el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado noveno". Invito a mi hijo(a) a participar de dicho estudio, a lo cual doy mi visto bueno.

Toda la información que se aporte al proceso de investigación será manejada de forma confidencial, es decir, esta no será susceptible de divulgación y el investigador se hace responsable de su custodia bajo la figura de anonimato, pues el estudio esta libre de conflicto de intereses, ninguna persona implicada en el estudio y ningún tercero buscan beneficios personales con la recolección de la información.

Firma Acudiente: María Alejandra Gayeneche
 Documento de Identidad: 60'441 510 de Los Patios
 Firma estudiante: Samuel Gamba G.
 Documento de Identidad: 1093 750492 de Los Patios

Declaración del Investigador: Omar Alejandro Rivera Pérez declara que ha explicado al participante la naturaleza y el objetivo del proyecto y que esta persona entiende en que consiste su participación.

Firma del Investigador: _____

OMAR ALEJANDRO RIVERA PÉREZ
Docente de Matemáticas.
 Estudiante de Maestría en Educación Matemáticas.
 Universidad Francisco de Paula Santander.
 C.C. 1.090.484.672 de Cúcuta.

Anexo D. Evidencia de la intervención



