

	GESTIÓN DE RECURSOS Y SERVICIOS BIBLIOTECARIOS	Código	FO-SB- 12/v0
	ESQUEMA HOJA DE RESUMEN	Página	1/1

RESUMEN TRABAJO DE GRADO

AUTOR(ES):

NOMBRE(S): JOSÉ MIGUEL APELLIDOS: PATIÑO VIVAS

NOMBRE(S): _____ APELLIDOS: _____

FACULTAD: CIENCIAS BÁSICAS

PLAN DE ESTUDIOS: MAESTRIA EN EDUCACION MATEMATICA

DIRECTOR:

NOMBRE(S): CESAR AUGUSTO APELLIDOS: HERNÁNDEZ SUAREZ

CODIRECTOR:

NOMBRE(S): EDWIN GIOVANNI APELLIDOS: RODRIGUEZ PEREZ

TÍTULO DEL TRABAJO (TESIS): DIFICULTADES Y ERRORES EN LA RESOLUCIÓN DE PROCEDIMIENTOS ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES DEL PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

RESUMEN

El presente trabajo de investigación se realizó para caracterizar las dificultades y errores que presentan los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial, del programa Licenciatura en Matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander de Cúcuta, al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos. La investigación desarrollada tuvo como soporte el paradigma cuantitativo y se sustentó con un diseño descriptivo, en la cual se aplicó dos instrumentos para detectar las dificultades y errores en la población. Los resultados obtenidos permitieron detectar que, las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos, se consiguió tres tipos de dificultades de mayor aparición en la población: complejidad de los objetos matemáticos, métodos de enseñanza y dificultades actitudes afectivas y emocionales. Con respecto a los errores que se tomaron como dimensión en el estudio, siguiendo a García Suarez (2010), fueron todos replicados en la presente investigación, presentándose con mayor número de veces, error al realizar operaciones aritméticas algebraicas y procedimiento inconcluso.

PALABRAS CLAVE: dificultades, errores, procedimientos algebraicos.

CARACTERÍSTICAS:

PÁGINAS: 97 PLANOS: ILUSTRACIONES: CD ROOM: 1

Elaboró		Revisó		Aprobó	
Equipo Operativo del Proceso		Comité de Calidad		Comité de Calidad	
Fecha	24/10/2014	Fecha	05/12/2014	Fecha	05/12/2014

COPIA NO CONTROLADA

DIFICULTADES Y ERRORES EN LA RESOLUCIÓN DE PROCEDIMIENTOS
ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES DEL PROGRAMA LICENCIATURA EN
MATEMÁTICAS

JOSÉ MIGUEL PATIÑO VIVAS

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS
PLAN DE ESTUDIOS DE MAESTRIA EN EDUCACION MATEMATICA
SAN JOSE DE CÚCUTA

2019

DIFICULTADES Y ERRORES EN LA RESOLUCIÓN DE PROCEDIMIENTOS
ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES DEL PROGRAMA LICENCIATURA EN
MATEMÁTICAS

JOSÉ MIGUEL PATIÑO VIVAS

Trabajo de grado que se presenta como requisito para optar al título de:

Magister en Educación Matemática

Director:

CESAR AUGUSTO HERNÁNDEZ SUAREZ

Mg. En enseñanza de las Ciencias Mención Matemática

Codirector:

EDWIN GIOVANNI RODRIGUEZ PEREZ

Mg. Gerencia Educativa

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

PLAN DE ESTUDIOS DE MAESTRIA EN EDUCACION MATEMATICA

SAN JOSE DE CÚCUTA

2019

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA
ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TRABAJO DE GRADO**

FECHA: 16 de Mayo de 2019.

HORA: 4:00 pm

LUGAR: Edificio Fundadores Oficina 404

TITULO: "Dificultades y errores en la Resolución de procedimientos algebraicos en estudiantes de Licenciatura en Matemáticas"


NOMBRE DEL ESTUDIANTE	CÓDIGO	CUALITATIVA 4.2 CALIFICACIÓN	CUALITATIVA APROBADA
JOSE MIGUEL PATIÑO VIVAS	2390077	CUANTITATIVA	CUALITATIVA

JURADOS:


MÁRIA OLGA CÁCERES CARVAJAL


MARITZA PORRAS CHACÓN

DIRECTOR (A):


CESAR AUGUSTO HERNANDEZ SUAREZ

CODIRECTOR (A):


EDWIN GIOVANNI RODRIGUEZ PEREZ


MAWENCY VERGEL ORTEGA

Directora Programa Maestría en Educación Matemática

Dedicatoria

Dedico este trabajo de investigación principalmente a Dios, por haberme dado la vida y permitirme el haber llegado hasta este momento tan importante de mi formación profesional. A mi madre, por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, y por su motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien. A mis hermanos en especial a Andrés Adrián Restrepo Vivas (QEPD), que hoy físicamente no estas con nosotros, siento que estás conmigo siempre y aunque nos faltaron muchas cosas por vivir juntos, nos dejaste una hermosa niña para recordarte cada instante de la vida.

Agradecimientos

Principalmente doy gracias a Dios, por permitirme cumplir con otros de mis objetivos, gracias a mi familia por apoyarme incondicionalmente. También agradecer al Dr. Pablo Arellano García por su dedicación y entrega incondicional, ya que fue parte fundamental, el haberme guiado en la elaboración de este proyecto de investigación, y a mi director de tesis el Mg Cesar Augusto Hernández Suarez por dirigir la investigación.

Contenido

	pág.
Introducción	15
1. Problema	17
1.1 Título	17
1.2 Planteamiento del Problema	17
1.3 Formulación del Problema	21
1.4 Objetivos	21
1.4.1 Objetivo general.	21
1.4.2 Objetivos específicos.	21
1.5 Justificación	22
2. Marco Teórico	24
2.1 Antecedentes	24
2.2 Bases teóricas	29
2.2.1 Estudio del álgebra y su enseñanza.	29
2.2.1. Tipología del error.	33
2.2.3. Tipología de las dificultades.	38
2.3 Marco contextual	40
3. Marco Metodológico	44
3.1 Enfoque de Investigación	44
3.2 Diseño de Investigación	44
3.3 Población Objeto de Estudio	44
3.4 Técnicas e Instrumentos para recolección de datos	45
3.5 Operacionalización de Variables	45

3.6 Validez y confiabilidad de los Instrumentos de Recolección de Datos	46
3.7 Fases de Investigación	48
3.8 Técnica de Análisis de los Datos	48
4. Resultados de la Investigación	49
4.1 Análisis del Cuestionario de los Errores en Procedimientos Algebraicos en la Asignatura Precálculo	49
4.2 Análisis del Cuestionario de los Errores en Procedimientos Algebraicos en la Asignatura Cálculo Diferencial	56
4.3 Caracterización de los Errores en los Procedimientos Algebraicos en la Población de Estudio a Partir del Estudio de García Suarez	64
4.4 Descripción de las Dificultades	73
5. Conclusiones	77
6. Recomendaciones	79
Referencias Bibliográficas	80
Anexos	87

Lista de Tablas

	pág.
Tabla 1. Operacionalización de variables	45
Tabla 2. Valor de confiabilidad	47
Tabla 3. Fases de investigación	48
Tabla 4. Calificaciones del ítem 1	49
Tabla 5. Calificaciones del ítem 2	50
Tabla 6. Calificaciones del ítem 3	50
Tabla 7. Calificaciones del ítem 4	51
Tabla 8. Calificaciones del ítem 5	51
Tabla 9. Calificaciones del ítem 6	52
Tabla 10. Calificaciones del ítem 7	52
Tabla 11. Calificaciones del ítem 8	53
Tabla 12. Calificaciones del ítem 9	53
Tabla 13. Calificaciones del ítem 10	54
Tabla 14. Calificaciones del ítem 11	54
Tabla 15. Calificaciones del ítem 12	55
Tabla 16. Calificaciones del ítem 13	55
Tabla 17. Calificaciones del ítem 14	56
Tabla 18. Calificaciones del ítem 1	56
Tabla 19. Calificaciones del ítem 2	57
Tabla 20. Calificaciones del ítem 3	58
Tabla 21. Calificaciones del ítem 4	58
Tabla 22. Calificaciones del ítem 5	59

Tabla 23. Calificaciones del ítem 6	59
Tabla 24. Calificaciones del ítem 7	60
Tabla 25. Calificaciones del ítem 8	60
Tabla 26. Calificaciones del ítem 9	61
Tabla 27. Calificaciones del ítem 10	61
Tabla 28. Calificaciones del ítem 11	62
Tabla 29. Calificaciones del ítem 12	62
Tabla 30. Calificaciones del ítem 13	63
Tabla 31. Calificaciones del ítem 14	63
Tabla 32. Tipología de errores por ítem según García Suarez replicables en los sujetos de investigación	64
Tabla 33. Tipología de errores por ítem según García Suarez replicables en los sujetos de investigación. Estudiantes de Precálculo	65
Tabla 34. Tipología de errores por ítem según García Suarez replicables en los sujetos de investigación. Estudiantes de Cálculo Diferencial	65

Lista de Figuras

	pág.
Figura 1. Problema 1	66
Figura 2. Problema 2	67
Figura 3. Problema 3	67
Figura 4. Problema 4	68
Figura 5. Problema 5	68
Figura 6. Problema 6	69
Figura 7. Problema 7	69
Figura 7. Problema 7	69
Figura 8. Problema 8	70
Figura 9. Problema 9	71
Figura 10. Problema 10	71
Figura 11. Problema 11	72
Figura 12. Problema 12	72
Figura 13. Problema 13	73

Lista de Anexos

	pág.
Anexo 1. Instrumento de investigación	88
Anexo 2. Entrevista sobre dificultades en la solución de procedimientos algebraicos	90
Anexo 3. Formato de validación de instrumentos	91
Anexo 4. Transcripción de las entrevistas	96

Resumen

El presente trabajo de investigación se realizó para caracterizar las dificultades y errores que presentan los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial, del programa Licenciatura en Matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander de Cúcuta, al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos. La investigación desarrollada tuvo como soporte el paradigma cuantitativo y se sustentó con un diseño descriptivo, en la cual se aplicó dos instrumentos para detectar las dificultades y errores en la población. Los resultados obtenidos permitieron detectar que, las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos, se consiguió tres tipos de dificultades de mayor aparición en la población: complejidad de los objetos matemáticos, métodos de enseñanza y dificultades actitudes afectivas y emocionales. Con respecto a los errores que se tomaron como dimensión en el estudio, siguiendo a García Suarez (2010), fueron todos replicados en la presente investigación, presentándose con mayor número de veces, error al realizar operaciones aritméticas algebraicas y procedimiento inconcluso.

Abstract

The present investigation homework was realized to characterize the difficulties and errors that presented students of precalculus and differential calculus by the program master in mathematics of the Francisco de Paula Santander university of Cucuta, when facing the resolution of algebraic procedures. The research developed was supported by the quantitative parading and supported by a descriptive design, in which two instruments were applied to detect the difficulties and errors in the population the obtained result allowed to detect that difficulties that the students present when facing the resolution of algebraic procedures were obtained three type of difficulties of greater appearance in the population complexity of mathematical object method of teaching difficulties affective and emotional attitudes with respect to the errors that were token as dimension in the study, following Garcia Suarez (2010) were all replicated in the present investigation, presenting with a greater number of time, error to perform algebraic arithmetic operations and inconclusive procedure.

Introducción

El presente estudio es un trabajo de investigación realizado para obtener el título de magister en educación matemática, aplicado en la Universidad Francisco de Paula Santander. En este sentido, se puede decir que los involucrados en la enseñanza, saben que las actividades para lograr un buen aprendizaje en las distintas asignaturas no son, normalmente, manejadas en el aula por todos los docentes y el tiempo que dedican, particularmente a la enseñanza de la matemática, es insuficiente. Además, es muy escaso el trabajo con los errores que cometen los estudiantes para propiciar actividades, más bien se deja a los estudiantes librados a sus propias fuerzas.

Las ideas mencionadas son las que han permitido desarrollar el trabajo de investigación planteado. En el mismo, se plantean las dificultades y errores en la resolución de procedimientos algebraicos encontrados en los estudiantes del programa de Licenciatura en Matemática, en la Universidad Francisco de Paula Santander de la ciudad de Cúcuta, referente a las asignaturas de Precálculo y Cálculo diferencial. La investigación desarrollada tuvo como soporte el paradigma cuantitativo y se sustentó con un diseño descriptivo, donde la población estuvo constituida por 51 sujetos, presentándose un cuadro de operacionalización partiendo del soporte teórico de García Suarez (2010) sobre errores y en cuanto a dificultades, Abrate Pochulu y Vargas (2006).

El trabajo se organizó en cinco capítulos: en el primer capítulo se escribe la situación problemática donde se plantean los objetivos y se justifica el estudio. En el segundo capítulo se presenta todo lo referente a la teoría, donde se hace una presentación de los estudios previos fundándose con bases teóricas relacionadas con el álgebra y su enseñanza; se caracterizan además las dificultades y los errores en la resolución de actividades algebraicas, organizándose en el cuadro de operacionalización de variables.

En el tercer capítulo se presenta la metodología donde se da a conocer el enfoque de investigación, el diseño, la población y la muestra, las técnicas e instrumentos para la recolección de los datos, el proceso investigativo y la técnica de análisis. El capítulo IV evidencia los resultados de la investigación; en el capítulo V está dedicado a las conclusiones y luego se referencian las consultas bibliográficas y los anexos.

1. Problema

1.1 Título

DIFICULTADES Y ERRORES EN LA RESOLUCIÓN DE PROCEDIMIENTOS ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES DEL PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS

1.2 Planteamiento del Problema

En el mundo globalizado, los nuevos retos de la universidad aluden que la enseñanza debe estar basada en las necesidades y peculiaridades individuales. Al respecto, Castorina (2008) manifiesta que los contextos universitarios en la era de la tecnología deben establecer vías de aprendizajes flexibles e individualizados para todos los alumnos. Cabe destacar que el alumno en los nuevos paradigmas de enseñanza debería convertirse en el centro de su aprendizaje, ser activo y participativo, estar intrínsecamente motivado; y el proceso de enseñanza debería ser individualizado. En el ámbito universitario es importante tomar en consideración los hábitos de estudio y los estilos de aprendizaje de los alumnos para minimizar la deserción escolar, particularmente en aquellas asignaturas de álgebra.

La gran dificultad en la universidad en cuanto a las matemáticas es el álgebra; acorde a ello, Orton (2003) señala que la enseñanza de dicha materia por parte de los docentes ha sido en forma estricta y totalmente desvirtuada para los estudiantes. Por lo tanto, las querellas que ellos presentan antes esta problemática, son fundamentadas en el hecho de que lo aprendido en las clases son temáticas imposibles de aplicar en otros contextos, haciéndose innecesario el estudio del álgebra.

Salazar (2000) refiere que el problema en torno la enseñanza universitaria de las asignaturas referidas con la matemática surge porque no se considera, que el conocimiento que se transmite en una actividad de aprendizaje debe tener una doble organización, debe ser estructurado en sí mismo y ordenado con respecto al conocimiento que posee el estudiante. Como es frecuente y tradicional, el docente planifica a partir de la estructura de la disciplina que enseña, secuenciando los contenidos y los temas como si tuvieran igual dificultad. Si por experiencia ha tenido dificultad en la enseñanza de algún tema, opta por dedicarle más tiempo o por diseñar una nueva estrategia.

Cuando se trata de asignaturas como precálculo y cálculo diferencial, según lo que se observa diariamente, lo que se palpa, en los estudiantes, es aversión y poca inclinación hacia su estudio. Se podría decir que una de las razones de este malestar que encuentran los estudiantes, está referida a que los docentes no toman en consideración sus errores como elementos de aprendizaje sino como un elemento punitivo.

Probablemente, la causa que genera esta situación está relacionada con el planteamiento de Godino (2002) y Contreras (2002) quienes indicaron que una de las situaciones que se presentan en los estudiantes, cuando le toman aversión hacia cualquier asignatura referida a la matemática, es que existen docentes que tienen grandes deficiencias para su enseñanza. Estos autores indican, que ello se evidencia cuando los profesores cometen errores similares a los de sus estudiantes y cuando dan muestras de no poseer suficientes recursos cognitivos para responderles, y más allá de ello, sus estudiantes manifiestan no comprender las explicaciones de sus docentes.

Además, para el investigador del presente estudio, la actitud negativa que toman los estudiantes hacia Precálculo y Cálculo Diferencial también se debe a la metodología de

enseñanza y la falta de motivación por parte del docente. Además, se puede mencionar el ambiente de aula poco participativo. De igual forma, como refiere Gallego (1996) la descontextualización de los conceptos de las distintas asignaturas del plan de estudios universitario, de la realidad misma que lo genera, contribuye a que el estudiante no encuentre un significado de lo que aprenden o no consiguen aplicabilidad con el conocimiento, lo cual les lleva a crearse situaciones poco favorables hacia el Precálculo y Cálculo Diferencial.

Ahora bien, las situaciones mencionadas pueden generar en los estudiantes una serie de consecuencias, que a decir de Sanz (2013), Guba y Lincoln (1992) y De Zubiría (2001) se pueden organizar de la siguiente manera: a) para algunos estudiantes de educación superior los contenidos asociados a la matemática son difíciles de aprender, por cuanto los profesores no toman en consideración sus saberes previos y dan la clase igual para todos, b) son muy pocos los estudiantes universitarios que sienten atracción a los temas asociados con la matemática, c) para un grupo de estudiantes todo lo que se asocia con la matemática tiende a ser complejo, aburrido u odiado por quienes no comprenden los contenidos, generando, en consecuencia, frustración, angustia y aversión casi colectiva; d) genera resultados deficientes y preocupación entre los actores involucrados.

De igual manera, Sanz (2013), Alonso, Maroto y Palacios (2004) también se refieren a las dificultades que se presentan en los estudiantes con relación al aprendizaje de temas relacionados con la matemática, estos autores coinciden que la realidad pone de manifiesto que se trata de uno de los conocimientos más inaccesibles para muchos escolares. En las asignaturas asociadas con el área de la matemática, se concentra un gran número de dificultades y fracasos escolares universitarios. Además, los fallos y el bajo rendimiento en Precálculo y Cálculo Diferencial, no afectan, solamente, a los alumnos menos capacitados, sino que muchos estudiantes que se

muestran competentes y con altos rendimientos en otras áreas los resultados que obtiene en esta asignatura son bajos o negativos.

Son muchos los estudiantes universitarios que perciben el Precálculo y Cálculo Diferencial como un conocimiento, intrínsecamente, complejo que según Alonso, Maroto y Palacios (2004) generan sentimientos de ansiedad e intranquilidad, constituyendo una de las causas más frecuentes de frustraciones hacia la carrera en la que cursan estudios. De tal modo, los autores Coll (2000) y Carretero (2009) acotan que los profesores universitarios desarrollan investigaciones que relacionan los conocimientos y experiencias previas del individuo en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, pero ello no vislumbra un cambio en las prácticas pedagógicas de los temas referidos a la matemática.

Los aspectos mencionados se pueden evidenciar, por parte del investigador, en los estudiantes a nivel de educación superior, en este caso, en los estudiantes de Precálculo y Cálculo Diferencial de la Licenciatura en Matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander de la ciudad de Cúcuta. En la que, en muchos casos, refiere el investigador, en tanto profesor de dicha casa de estudios, se debe a falencias que traen los estudiantes de cursos precedentes.

No obstante, los docentes del área continúan con el desarrollo de los contenidos sin importar hacer un refuerzo que ayuden a mitigarlas. Y son estas dificultades en el proceso de enseñanza y de aprendizaje que ha sido motivo de especial preocupación para profesores, directores de programas y especialmente para los propios estudiantes de la Facultad, teniendo en cuenta el gran número de alumnos que pierden Precálculo y Cálculo Diferencial. Igualmente, otro aspecto que debe llamar la atención, lo constituye el hecho de pasar la materia con bajas calificaciones, lo cual puede estar asociado con la escasa participación del estudiante en clase y la no utilización de

las experiencias previas para la planificación.

De extenderse esta situación y no ponerle el foco de atención necesario para mejorarla, se continuaría concentrando, en el área de Precálculo y Cálculo Diferencial, un gran número de dificultades y fracasos escolares. Además, se continuarán los fallos y el bajo rendimiento en esta materia que no afectan solamente a los alumnos menos capacitados, sino que muchos estudiantes que se muestran competentes y con altos rendimientos en otras materias escolares los resultados que obtiene en esta disciplina académica son bajos o negativos. Además, son muchos los estudiantes que perciben las asignaturas mencionadas como un conocimiento intrínsecamente complejo que genera sentimientos de intranquilidad, constituyendo una de las causas más frecuentes de frustraciones y retiro de la asignatura.

1.3 Formulación del Problema

¿Cuáles son las dificultades y errores que evidencian los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial del programa Licenciatura en Matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander, en la resolución de procedimientos algebraicos?

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general. Caracterizar las dificultades y errores que presentan los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial del programa licenciatura en matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander, al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos.

1.4.2 Objetivos específicos. Identificar los errores que se presentan en los estudiantes al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos.

Describir las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos.

Analizar las dificultades y errores que presentan los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial del programa licenciatura en matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos.

1.5 Justificación

En la actualidad universidades se enfrentan a nuevos desafíos para responder con eficacia a las demandas de una sociedad que soporta profundos cambios económicos, sociales, culturales y políticos. Por esta razón, existe una conciencia generalizada en la comunidad universitaria y en el conjunto de la sociedad, de la necesidad de modernizar las estructuras académicas de Educación Superior con el fin de afianzar y ayudar a los jóvenes a cumplir sus sueños y sobre todo a ser grandes profesionales.

En este contexto, surge el debate de los estudiantes universitarios sobre las dificultades y los errores de los estudiantes en las distintas asignaturas, debate que se viene produciendo desde hace mucho tiempo, pues se trata de dos importantes aspectos para analizar y que en su gran mayoría los profesores pasan por alto en las discusiones universitarias. De tal modo que el debate sobre los aspectos mencionados parte de la importancia que tiene para los estudiantes que se tome en cuenta los errores y sus dificultades a la hora de repensar las evaluaciones.

En cuanto al estudio de las dificultades y los errores que presentan los alumnos en las matemáticas a nivel internacional, explícitamente en los procedimientos algebraicos, se evidencia en el sector universitario una relación directa con el pensamiento que direcciona su acción

educativa. Ante esta importancia en la impartición de la matemática se ha cuestionado al profesor respecto a su proceder pedagógico en la enseñanza del álgebra, debido a su falta de interés de responder ante los diferentes cambios que han presentado los modelos pedagógicos y estar a la altura de la calidad educativa universitaria del mundo de hoy.

Esta investigación, puede ser punto de referencia para los docentes de la Universidad Francisco de Paula Santander, de la ciudad de Cúcuta, pues se espera dejar un camino abierto para que trabajen con base en una tipología de dificultades y errores que les permita desarrollar propuestas de enseñanza tomando en consideración estos problemas en el aprendizaje de los estudiantes.

Los errores y dificultades en las actividades algebraicas deben considerarse para dimensionar, la complejidad de la tarea de la enseñanza universitaria. De tal manera que debido a la tasa de errores encontrados en los exámenes finales de Álgebra se propone analizar el tipo de errores cometido por los alumnos y las dificultades que les acarrea, con la idea de que, al realizar un estudio exhaustivo se puedan tener respuestas que permitan lograr una mejora en la apropiación de estos conceptos en la asignatura. Por otra parte, en la actualidad el error es considerado parte inseparable del proceso de aprendizaje, por lo cual según Socas (1997) y Rico (1995) el estudio de los errores en los estudiantes universitarios permite analizar la importancia que tiene el error considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no solo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción. Los investigadores en investigación matemática sugieren diagnosticar y tratar seriamente los errores de los alumnos, discutir con ellos sus concepciones erróneas y presentarles luego situaciones matemáticas que le permita reajustar sus ideas.

2. Marco Teórico

2.1 Antecedentes

Se presenta en primer término el trabajo que dio punto de partida a esta investigación como fue el estudio de José García Suárez (2010) Análisis de errores y dificultades en la resolución de procedimientos algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura. Investigación que partió del objetivo que permitió analizar los errores y dificultades al resolver procedimientos algebraicos que aparecen en las respuestas de una prueba departamental realizada por alumnos de primer curso a nivel de Licenciatura del Centro Universitario de la Costa Sur de la Universidad de Guadalajara, México.

La población estuvo constituida por 153 estudiantes de la asignatura de Matemáticas I, del curso académico 2008-B. Se administró un instrumento con 10 problemas en los cuales están presentes distintos procedimientos algebraicos como factorización, resolución de ecuaciones lineales y desigualdades. Dichos procedimientos algebraicos están presentados de forma simbólica y en formato de ejercicio.

Esta indagación permite una revisión teórica de los errores y las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a la solución de procedimientos algebraicos y fue de donde partió la idea del presente estudio. Por lo cual, la misma apoya el marco teórico y metodológico que subyace en esta investigación.

Sánchez Acevedo (2014) presentó un estudio sobre: Análisis de errores asociados a la resolución de ecuaciones De primer grado. Una aproximación desde la zona de Desarrollo próximo. Presentado en la Universidad Academia Humanismo Cristiano – Chile. Su objetivo fue

analizar tipos de errores en la resolución de ecuaciones de primer grado en primer año de secundaria de una institución educativa. La investigación se enmarca como un diseño de estudio de caso, utilizando como aproximación teórica la zona de desarrollo próximo (ZDP) de aprendizaje sociocultural de Vygotsky. Los resultados evidencian la potencialidad de esta aproximación teórica, dado que los errores cometidos en la resolución de ecuaciones de primer grado disminuyeron considerablemente. Los errores encontrados se presentaron en la mayoría de las ecuaciones propuestas y estas se atribuyen principalmente a errores que se dan en la prioridad de operaciones y confusión de inversos aditivos y multiplicativos.

Entre las conclusiones, se puede desprender que la voz de los estudiantes es importante dentro del proceso de aprendizaje en el aula dado que ellos ya tienen un bagaje, en términos de conocimientos adquiridos que se pueden potenciar fuertemente si el profesor como guía del proceso de aprendizaje entrega y otorga estos espacios de construcción y considera el error matemático como un recurso potencial en el aprendizaje matemático, particularmente en la resolución de ecuaciones de primer grado.

Esta exploración permite al presente estudio una revisión de las aproximaciones teóricas. Además, coadyuva con una mirada al diseño de investigación para revisar el procedimiento como se ejecutó dicho estudio y poder contar con mayores elementos relacionados con la metodología.

Cárdenas y González (2016) en la Universidad Libre de Colombia, presentaron un estudio bajo el título: Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José de Caldas. Su objetivo permitió determinar las estrategias que utilizan los estudiantes en la resolución de problemas de razonamiento matemático; para implementar una estrategia didáctica

basada en los principios de Polya y mediada por el uso de las TIC, que permita mejorar este proceso en estudiantes del grado octavo del Instituto técnico Francisco José de Caldas.

El enfoque cualitativo sustentado en la investigación descriptiva. La resolución de problemas Matemáticos, es de gran importancia en el desarrollo del razonamiento de los estudiantes, por ello es importante lograr una apropiación de la misma, en el proyecto se evidencia que al implementar el Método de George Polya, los estudiantes encontraron un camino tranquilo y pausado para llegar a la consecución de la respuesta de un problema de razonamiento matemático, siguiendo cada una de sus etapas minuciosamente ya que en el aula virtual se encuentran bien definidas.

Se concluye que la matemática para los estudiantes, siempre ha sido el área más complicada a lo largo de su vida escolar, por ello es necesario desarrollar otro tipo de estrategias didácticas para la enseñanza de esta rama, a través de la aplicación del proyecto se evidencio que el aula virtual de aprendizaje fue un factor motivacional para los estudiantes, ya que fue una forma novedosa de plantear un nuevo conocimiento matemático, que le permitió a ellos interactuar con diferentes herramientas.

Para esta investigación es importante este trabajo porque permite observar que el docente debe generar situaciones para enseñar a razonar al estudiante y también es algo que este debe desarrollar por sí mismo. Por ello, el estudio apoya los resultados y conclusiones dado que lo que se hace desde la labor pedagógica, es brindar estrategias que fortalezcan y a la vez mejoren el desempeño en este nivel cognitivo. Además esto permitió una revisión de los aspectos teóricos y metodológicos de esta investigación.

Otro de los estudios nacionales que se referencia es el presentado por Morales Díaz (2014) sobre: Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales. Fue presentado en la Universidad Autónoma de Manizales, departamento de Educación, para la Maestría en Enseñanza de las Ciencias. El objetivo de la investigación permitió Reconocer los errores y las dificultades que presentan los estudiantes de educación básica al enfrentarse a la resolución de problemas con los números racionales.

Obedece a un enfoque cualitativo con un alcance interpretativo que pretendió en primera instancia identificar los errores que se evidencian en la realización de talleres de resolución de problemas cuando se enfrentan con los números racionales. El proceso de recolección de la información se planteó en cuatro momentos: En un primer momento se aplicó un taller diagnóstico a 50 estudiantes, un segundo momento se propuso analizar la información que arrojó el instrumento del primer taller, un tercer momento se seleccionaron 10 estudiantes que mostraron gran compromiso con la investigación y según su registro académico asisten normalmente a clase.

Se verifica la recurrencia de los errores desde la tipología propuesta por Radatz (1979). Y además se puede evidenciar las dificultades presentadas por ellos en la resolución de problemas con números racionales. La comprensión del problema se convierte en una de las dificultades esenciales a la hora de solucionar problemas con números racionales, de acuerdo con los datos se puede afirmar que existe una necesidad de encontrar los datos cuantitativos con los cuales hacer cualquier operación matemática, de tal manera que, si no se encuentra explícito, se asume que no se comprende el problema.

El estudio permitió una mirada a los instrumentos utilizados. Esto aporta elementos para diseñar distintas formas de abordaje tanto en la elaboración del marco teórico, como los instrumentos.

Martínez Saavedra (2015) dio a conocer otro trabajo nacional, denominado Errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la Resolución de problemas numéricos y algebraicos en Estudiantes neo-tomasinos de ciencias administrativas y Económicas Maestría en Educación. Presentado para la Universidad Santo Tomás. El profundo interés por estudiar de manera concienzuda los errores matemáticos provenientes en el contexto de los estudiantes universitarios, en este caso particular los Neo-Tomasinos de la universidad Santo Tomas, se logra realizar el presente trabajo, partiendo de antemano de que dichos errores forman parte de cada una de las producciones de los estudiantes en su proceso de enseñanza y aprendizaje en cada uno de los niveles que ellos se ven inmersos en su proceso educativo.

En ese orden y teniendo presentes los objetivos de esta investigación que se desarrolló con estudiantes de primer semestre, tomando una muestra representativa y con el interés como docente de matemáticas de la USTA. Esta es una investigación mixta de tipo exploratorio, la cual se llevó a cabo con una muestra de 65 estudiantes de la facultad ciencias administrativas y económicas de la Universidad Santo Tomas.

Los instrumentos empleados para la recolección de datos fueron diseñados con el fin de hacerlo de una manera macroscópica y microscópica; es decir una mirada general desde lo macro de la prueba, los problemas establecidos para tal fin, y los subgrupos creados para organizar los diferentes temas a evaluar, y busca clasificar los errores generados o promovidos en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas numéricos y algebraicos en

estudiantes neo-tomasinos de ciencias administrativas y económicas.

A partir de las posibilidades que brindó la investigación, se logró la identificación de los elementos más importantes en la caracterización del concepto error y finalmente se logró una plena clasificación de los errores generados o promovidos en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la resolución de problemas numéricos y algebraicos en estudiantes neomasinos de Ciencias Administrativas y Económicas. Así se logró dar pie de acuerdo a las categorías de Radatz (1980) proponer una tipología de error y así plantear y organizar las diferentes categorías tratadas en la presente investigación y lograr un análisis exhaustivo de los mismos. Esto permitió lograr claridad absoluta en relación con los errores presentes en la resolución de la prueba por parte de los estudiantes.

El estudio mencionado permite al autor, revisar diversos aportes teóricos, entre ellos, la manera como se presenta los problemas en el área de matemática, para tener referencia sobre los mismos. Asimismo, permitió una mirada a los instrumentos utilizados. Esto aporta elementos para diseñar distintas formas de abordaje tanto en la elaboración del marco teórico como de los instrumentos.

2.2 Bases teóricas

2.2.1 Estudio del álgebra y su enseñanza. El vocablo Álgebra aparece en el diccionario de la Real Academia Española (2001) como parte de las matemáticas en la cual las operaciones aritméticas son generalizadas empleando números, letras y signos. Cada letra o signo representa simbólicamente un número u otra entidad matemática.

La conceptualización de Álgebra, según Serres (2011), está referida a varios aspectos: a) su relación con la aritmética y la definición de la misma como una aritmética generalizada, que presenta algunas dificultades para comprender los cambios de significado de los símbolos de la aritmética al álgebra, como es el caso del signo igual y de las operaciones, b) la acepción que plantea que el álgebra es vista como un lenguaje que sirve para comunicar las ideas de la matemática, para expresar generalizaciones a través de símbolos y c) aquella acepción que asocia el álgebra a actividad, a herramienta que se utiliza para resolver problemas y diseñar modelos matemáticos.

En este orden de ideas, Papini (2003) refiere que el álgebra puede considerarse desde dos dimensiones: a) vista como instrumento, se usa como una herramienta para resolver problemas tanto intramatemáticos como extramatemáticos y b) vista desde la dimensión de objeto como un conjunto estructurado que tiene parámetros, incógnitas, variables, ecuaciones, inecuaciones y funciones, y tiene propiedades que se tratan de modo formal con distintas representaciones. De igual manera, para Palarea (1999) y Cedillo (1999) el álgebra es concebida como una parte de las matemáticas que aborda la simbolización de las relaciones numéricas generales, las estructuras matemáticas y las operaciones de esas estructuras.

Por su parte, Molina (2015) distingue cinco concepciones del álgebra, que se describen a continuación: 1) El Álgebra como Aritmética generalizada y estudio de patrones donde el simbolismo algebraico es fundamental para capturar, revelar y describir los patrones y estructuras, utilizando las letras con el significado de números generalizados. 2) El álgebra como estudio de relaciones entre variables: En este caso, las letras representan variables con el significado de cantidades cambiantes. 3) Como herramienta para la resolución de problemas. 4) El álgebra como estudio de estructuras donde las letras se utilizan en expresiones algebraicas

como un objeto arbitrario en una estructura, no siendo necesaria su vinculación a números o cantidades como referentes. 5) El álgebra como lenguaje algebraico dispone de un lenguaje propio estandarizado con un conjunto de símbolos, signos y reglas para su uso. Se utiliza para representar ideas algebraicas separadas del contexto inicial y concreto del que surgen.

Con relación a la enseñanza del álgebra, una gran mayoría de los que enseñan el álgebra utilizando el tablero y muy pocos hacen uso del conocimiento previo del estudiante para permitirles construir conocimiento a partir de la resolución de problemas. Alfaro (2004), Coll, C., y otros (1998) plantean que en estas dos posturas se plasman dos grandes concepciones en los procesos de enseñanza de la matemática: una idea que lleva al docente como dador de clase (conductismo) y otra donde el aula se convierte en un espacio para la construcción de conocimientos (constructivismo)

Desde el conductismo, Shunk (1997) refiere que la enseñanza consiste básicamente en la organización adecuada de las contingencias de reforzamiento, con el propósito de promover con mayor eficiencia el aprendizaje del alumno. En este sentido, la enseñanza está dirigida a controlar las conductas de las personas, transmitir las pautas culturales y depositar contenidos en los estudiantes, propiciar la repetición y lograr del estudiante la respuesta deseada cuando se presenta un estímulo. Entonces, la enseñanza del álgebra es inducida y parte de la especificación de las conductas de entrada para determinar desde donde debe comenzar el proceso de enseñanza y por ello uno de los medios instruccionales más utilizados es el tablero.

Por ello, la enseñanza del álgebra viene a convertirse en un papel repetitivo y memorístico, un papel aplicado a problemas instrumentales para adquirir conocimientos. Como dice Skinner (1970) que la eficiencia en la instrucción se basa en objetivos bien formulados. Según Shunk

(1997) en esta concepción el nivel de actividad del estudiante se ve restringido por los arreglos de contingencia del profesor por lo cual la participación del estudiante está condicionada a un programa instruccional elaborado previamente. Entonces, se concibe el alumno como un ser receptivo capaz de relacionar estímulos y discriminar respuestas, repetitivo que da respuestas literales a las interrogantes planteadas.

Por otra parte, el paradigma cognoscitivista/constructivista existe una vasta literatura al respecto y diversas posiciones. Por lo cual, se toma las ideas de Pérez Gómez (1989) quien plantea que las teorías cognoscitivas más antiguas enfatizan la adquisición del conocimiento, mientras que las más recientes destacan su construcción. En el contexto de la teoría constructivista la enseñanza debe constituirse en un espacio donde se generen eventos didácticos estimulantes y favorecedores para los estudiantes.

En esta perspectiva, el docente debe ser un sujeto que también debe estar en constante encuentro con el conocimiento, pues debe conocer, por un lado, las características de sus estudiantes y por otro los contenidos a enseñar, además de una serie de suposiciones y creencias en torno a la didáctica. En este sentido, Godino, Batanero y Font (2003) refieren que los conocimientos asociados a las matemáticas no se construyen en el vacío, sino sobre los pilares de los conocimientos previos de los alumnos. El fin de la enseñanza de las matemáticas no es sólo capacitar a los alumnos a resolver los problemas cuya solución ya se conoce, sino prepararlos para resolver problemas. Para ello, hay que plantear un trabajo matemático auténtico, que no sólo incluye la solución de problemas, sino la utilización de los conocimientos previos en la solución de los mismos.

Olmedo, Galíndez, Peralta y Di Bárbaro (2015) refieren que el estudio del álgebra se entiende como una serie de ajustes proceso–objeto que los alumnos deben realizar para poder comprender los aspectos estructurales del álgebra. Progresivamente se va desarrollando la habilidad de ver una cadena de símbolos como un nombre para un número, más adelante se llega a considerar las letras en una fórmula como variables en vez de como incógnitas, y finalmente se perciben las funciones que se esconden tras las fórmulas. Estos autores expresan que ver un proceso como un objeto implica una significativa reestructuración cognitiva y que esta dualidad de los símbolos matemáticos, como proceso y como objeto dificulta la comprensión al estudiante, ya que es posible utilizar cualquiera de estas interpretaciones según lo que sea necesario o conveniente.

Piaget (1976) aboga por el uso de métodos activos basados en los alumnos, donde estos tengan, junto al docente, la oportunidad de elegir y planear actividades motivantes y favorecedoras de sus aprendizajes. Enseñar, entonces, sería promover discusiones sobre problemas planteados, tanto dentro como fuera de los centros escolares. En el enfoque constructivista, al alumno como sujeto cognoscente, Piaget le otorga un papel activo en el proceso de construcción del conocimiento, y el docente se constituye en creador de situaciones de aprendizaje cónsonas con los saberes, necesidades, experiencias y conocimientos de sus estudiantes, los cuales constituyen parte importantísima en la relación tripolar existente en todo acto educativo: docente - alumno – contenidos.

2.2.1. Tipología del error. Todas las teorías sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática coinciden en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información. El procedimiento del error es un asunto de interés en el marco de los procesos de enseñanza en la actualidad. Este tópico no sólo es considerado como normal sino necesario para el aprendizaje,

aunque muchas veces esto no se expresa en el aula. En consecuencia, según Gil (1997) el profesor debe ser sensible a las ideas previas de los alumnos y debería utilizar las técnicas del conflicto cognitivo para lograr el progreso en el aprendizaje.

Cuando se trata de contenidos matemáticos, pareciera que, en las instituciones educativas, nadie está satisfecho con los resultados de la enseñanza del álgebra ya que no se logran aprendizajes sólidos. Por una parte, algunos de los profesores de matemáticas consideran al álgebra una situación muy abstracta, sin ninguna correspondencia con situaciones concretas. Los alumnos, unos más, otros menos, sienten aversión hacia estos temas. Cuando se introduce la simbolización algebraica, se nota una ruptura en el proceso de ciertos alumnos que hasta entonces, por su habilidad, parecían muy capaces de trabajar con operaciones aritméticas, se resisten a usar símbolos.

Se puede decir que en el salón de clases es el sitio de concurrencia de los principales actores de la experiencia educativa, es ahí donde, de manera explícita o implícita, interactúan las costumbres, las creencias del profesor y los alumnos. Al respecto, Orton (2003) y Gardner (1988) refieren que es bien conocido que para que muchos estudiantes, el álgebra resulta difícil y desde luego irrelevante, algunos llegan a experimentar un rechazo tan intenso que impregna el conjunto de su actitud hacia las matemáticas. El punto de partida de todo aprendizaje son los conocimientos y experiencias previas que tiene el estudiante. Los estudiantes saben por comentarios que el álgebra es difícil. Esto constituye un obstáculo para el docente.

Socas (1997) alude que la comunicación de los objetos matemáticos, principalmente de forma escrita, se realiza a través de los signos matemáticos con el refuerzo del lenguaje habitual que favorece la interpretación de estos signos. Por ello, surgen diferentes conflictos asociados a la

comprensión y comunicación de los objetos matemáticos. Uno de estos conflictos nace de la ayuda que la lengua común presta a la interpretación de los signos matemáticos como es el error en los procesos.

Godino, Batanero & Font (2003) aluden a que todas las teorías sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas coinciden en la necesidad de identificar los errores de los alumnos en el proceso de aprendizaje, determinar sus causas y organizar la enseñanza teniendo en cuenta esa información. Se dice que hay un error cuando el alumno realiza una práctica que no es válida desde el punto de vista del docente, de acuerdo a sus propias creencias. Asimismo, Saucedo (2007) establece que el error está presente en la construcción y consolidación del conocimiento, no sólo escolar sino también del conocimiento científico. Esto se ha visto a través del tiempo ya que, en muchos casos, se han aceptado como válidos conceptos que luego se demostró que eran erróneos.

Rico (1997) señala que los errores pueden contribuir positivamente en el proceso de aprendizaje. Indica que los errores no aparecen por azar, sino que surgen en un marco conceptual establecido sobre conocimientos adquiridos previamente. Argumenta la necesidad de que cualquier teoría de instrucción modifique la tendencia a condenar los errores culpabilizando a los estudiantes, de acuerdo con las creencias de los docentes, reemplazándola por la previsión de errores y su consideración en el proceso de aprendizaje. En este orden de ideas, se puede decir que, a partir de sus errores, si el docente tiene una concepción constructiva, el estudiante puede aprender distintas propiedades de un concepto de las que no era previamente consciente. Al cometer un error, el alumno expresa el carácter incompleto de su conocimiento y permite a los compañeros o al profesor ayudarlo a completar el conocimiento adicional o llevarlo a comprender por sí mismo aquello que estaba mal.

Este estudio toma como punto de partida la tipología presentada por García Suárez (2010: p.61) por cuanto se tomó como eje para revisar si los errores presentados por este autor se replican en la muestra. De tal manera, que se asume una clasificación con doce tipos de errores, los cuales se presentan.

Errores al realizar operaciones aritméticas-algebraicas. Dentro de esta clasificación encontramos aquellas respuestas en las que aparentemente se sigue un procedimiento de resolución coherente, pero se comete un error al realizar alguna de las operaciones básicas aritméticas-algebraicas, tales como, multiplicación, reducción de términos semejantes, operaciones con números enteros, decimales o fracciones que incluyan variables.

Eliminación incorrecta de denominadores. Este tipo de error el alumno reconoce que para eliminar un denominador debe multiplicar toda la expresión por un múltiplo del denominador pero omite multiplicar todos los elementos de la misma, alterando de esta forma el resultado final; así mismo, el alumno pretende aplicar las reglas algebraicas validas de las propiedades de la transposición de términos, pero presenta dificultades para recordar que es necesario el que un término esté como denominador de todo el miembro para que pueda transponerlo multiplicando al otro miembro de la expresión.

Procedimientos propios incorrectos e inferencias no válidas. En algunas de las pruebas se identificaron errores en los cuales los alumnos utilizaban algún tipo de procedimiento en el que hacen inferencias no validas de reglas parcialmente recordadas, errores al transcribir datos, aplicación de métodos de tanteo y otras operaciones que aparentemente se realizan por el simple hecho de desarrollar algún procedimiento.

Procedimiento inconcluso. Se detectaron también algunas pruebas en las cuales el procedimiento estaba parcialmente correcto, pero no se terminó o se interpretaba de manera incorrecta el resultado.

Resolución aditiva de la potencia de un binomio. En estos casos los alumnos multiplican los exponentes de cada uno de los elementos de la expresión algebraica ignorando la fórmula correcta de resolución.

Aplicación incorrecta de la regla del cubo de un binomio. Este error se presenta cuando el estudiante intenta aplicar la fórmula correspondiente, pero al parecer no es capaz de recordarla de manera correcta, aunque en algunos casos los procedimientos posteriores tengan coherencia.

Error de cálculo simple. Este error se presenta cuando el alumno se equivoca al realizar alguna de las operaciones básicas de la aritmética y por lo tanto obtiene un valor incorrecto que sigue utilizando sin detectar el error.

Aplicación parcial de regla de factorización por factor común. Este error se presenta cuando el alumno intenta separar los factores comunes, pero no recuerda el paso siguiente del procedimiento dejando inconcluso la operación o no verifica la validez del factor común, así como no respetar las reglas de los exponentes del citado factor.

Asociación incorrecta de productos notables. En este caso los alumnos intentan asociar las formas y fórmulas de productos notables para resolver la operación.

Uso de la aritmética básica ignorando las reglas del álgebra. El alumno intenta resolver la expresión algebraica como una operación aritmética, ya sea suma, resta o multiplicación de los coeficientes y exponentes de la misma.

Error en la determinación de la potencia de otra potencia. Este error se encuentra en algunas pruebas en las cuales el alumno desarrolla la fórmula para el binomio al cubo, pero se equivoca al aplicar la regla de multiplicación de los exponentes al parecer por una omisión al multiplicar los mismos.

Error al realizar productos de polinomios. En este error el alumno descompone la expresión algebraica en factores simples, pero se equivoca al multiplicarlos para encontrar el resultado.

2.2.3. Tipología de las dificultades. La educación universitaria requiere de una revisión de distintos aspectos, por ello Pozo (2006) plantea una mira a las dificultades en los estudiantes en relación a los objetos matemáticos. Para ello se presenta, en este estudio las ideas Di Blasi Regner & Otros (2003) en Abrate, Pochulu y Vargas (2006, p.31) sobre las dificultades de los estudiantes en las asignaturas referidas con matemática, en este caso precálculo y cálculo diferencial, las cuales se clasifican en cinco y se presentan a continuación.

Dificultades cognitivas de los alumnos. La posibilidad de tener información sobre la naturaleza de los procesos de aprendizaje y conocimiento del desarrollo intelectual, permite conocer el nivel de dificultades, realizaciones y respuestas a cuestiones esperadas de los alumnos. Conocer los estadios generales del desarrollo intelectual, representado cada uno de ellos por un modo característico de razonamiento y por unos procedimientos específicos de Matemática que los alumnos son capaces de hacer, constituye una información valiosa para los profesores a la hora de diseñar el material de enseñanza.

Dificultades actitudes afectivas y emocionales. Se sabe que, a muchos estudiantes, incluyendo a algunos de los más capacitados, no les gusta la Matemática. Muchos discípulos

tienen sentimientos de tensión y miedo hacia ella. Sin lugar a duda muchos son los aspectos que influyen en esta aversión. Por ejemplo, la naturaleza jerárquica del conocimiento matemático, la actitud de los profesores, estilos de enseñanza, y las actitudes y creencias hacia la Matemática que les son transmitidas. Muchas de las actitudes negativas y emocionales hacia la Matemática están asociadas a la ansiedad y el miedo. La ansiedad por acabar una tarea, el miedo al fracaso, a la equivocación, suelen generar bloqueos de origen afectivo que repercuten en la actividad matemática de los estudiantes.

Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos. La comunicación de los objetos matemáticos, principalmente de forma escrita, se realiza a través de los signos matemáticos con la ayuda del lenguaje habitual que favorece la interpretación de estos signos. El docente, se encuentra, de esta manera, con diferentes conflictos asociados a la comprensión y comunicación de los objetos matemáticos. Uno de estos conflictos nace de la ayuda que la lengua común presta a la interpretación de los signos matemáticos.

Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático. Las dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático se ponen de manifiesto en la naturaleza lógica de la Matemática y en las rupturas que se dan necesariamente en relación con los modos de pensamiento matemático. Siempre se ha considerado como una de las principales dificultades en el aprendizaje de la Matemática, el aspecto deductivo formal. El abandono de las demostraciones formales en algunos programas de Matemática del nivel medio se ha estimado como adecuado, pero esto no incluye el abandono sobre el pensamiento lógico; es decir, la capacidad para seguir un argumento lógico, siendo esta incapacidad una de las causas que genera mayor dificultad en el aprendizaje de esta ciencia.

Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza. Las dificultades asociadas a los procesos de enseñanza tienen que ver con la institución escolar, con el currículo de Matemática y con los métodos de enseñanza. La institución escolar debe propiciar una organización que tienda a reducir las dificultades del aprendizaje de la Matemática dependiendo de los materiales curriculares, de los recursos y de los estilos de enseñanza. Esta organización afecta tanto a los elementos espacio y temporales como a los agrupamientos en clases homogéneas o heterogéneas, de acuerdo con sus habilidades en Matemática.

Por ello, los métodos de enseñanza deben estar ligados tanto a los elementos de la organización curricular. Varios son los aspectos a considerar, por ejemplo, el lenguaje, que debe adaptarse a las capacidades y comprensión de los alumnos; la secuenciación de las unidades de aprendizaje que debe estar adaptada a la lógica interna de la Matemática; el respeto a las individualidades que tiene que ver con los ritmos de trabajo en clase; los recursos y la representación adecuada.

2.3 Marco contextual

La investigación se desarrolló en la Universidad Francisco de Paula Santander. Es una Institución Pública de educación superior, se encuentra localizada en el barrio Quinta Oriental de la Ciudad de Cúcuta. La institución está inmersa en una comunidad heterogénea, conformada por habitantes de las diferentes regiones del país, cuyo único propósito es mejorar la calidad de vida.

Según la Universidad Francisco de Paula Santander (2007) tiene como misión orientar su actividad a la generación y difusión de conocimientos, por medio de la docencia, la investigación y la extensión, con fundamento en el aprendizaje permanente y la flexibilidad del currículo, con énfasis en su aplicación a la solución de los problemas de su entorno regional y binacional, para

fortalecer y promover su desarrollo económico y social; mejorar la calidad de vida de su comunidad; y formar, en este ambiente de compromiso social, egresados altamente cualificados, con competencias técnicas, pensamiento crítico e innovador, sentido de responsabilidad, en un contexto de pluralismo y diversidad cultural. Su visión es que en su quincuagésimo aniversario la Universidad Francisco de Paula Santander habrá logrado la acreditación institucional, por la calidad, pertinencia y competitividad de sus programas de docencia, investigación e integración con la comunidad, con su excelente clima organizacional y plenamente comprometida con el desarrollo sostenible de la región y del país.

Su enfoque pedagógico, propone un modelo dialógico crítico, desde una perspectiva que asume la práctica pedagógica como una cultura de paz; por lo tanto, se generarán políticas académicas que contribuyan a erradicar el simple transmisionismo de información y se privilegiarán aquellos modelos pedagógicos centrados en la construcción del conocimiento, a partir del diálogo permanente entre el maestro y su estudiante en torno a la ciencia, atendiendo la formación integral de nuestros profesionales. El programa de licenciatura en matemáticas de la universidad francisco de paula Santander está fundamentado en el modelo pedagógico dialógico-crítico y se convierte en columna vertebral del proyecto curricular cuyo propósito central es la formación de docentes en matemáticas.

El objetivo del programa es formar profesionales competentes para el ejercicio de la docencia en matemáticas en los distintos niveles básica y media del sistema educativo colombiano.

Objetivos específicos:

Adquirir conocimientos amplio, integrado y profundo de los fundamentos teóricos y prácticos de la educación matemática, con calidad humana y ética, capaces de enfocar su conocimiento y

ejercicio profesional hacia la transformación de la sociedad colombiana.

Emplear con idoneidad la metodología y la didáctica de la matemática, recursos pedagógicos y tecnológicos para mejorar su práctica pedagógica en los distintos niveles educativos.

Integrar y dirigir trabajos de interdisciplinarios en el ámbito de la educación, con el fin de actualizar e innovar proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y de esta manera contribuyan al desarrollo de la educación matemática.

Reflexionar sobre su práctica pedagógica, en torno a las políticas educativas y propuestas curriculares y pongan en marcha estrategias de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas pertinentes a las necesidades de su entorno.

Contenido programático:

Asignatura precálculo:

Unidad 1. Números Reales

Unidad 2. Conceptos Fundamentales del Álgebra

Unidad 3. Sistemas de Ecuaciones

Unidad 4. Relaciones y Funciones

Asignatura cálculo diferencial:

Unidad 1. Funciones y Límites

Unidad 2. La Derivada

Unidad 3. Aplicaciones de la Derivada

3. Marco Metodológico

3.1 Enfoque de Investigación

En esta investigación se analizó las dificultades y errores que presentan los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos en la Universidad Francisco de Paula Santander de la ciudad de Cúcuta. En ese sentido, se sustentó en el paradigma de investigaciones cuantitativa que de acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2008, p.5), recogen y analizan datos cuantitativos sobre variables.

3.2 Diseño de Investigación

El diseño fue descriptivo por cuanto se precisa delimitar las propiedades importantes de los estudiantes en cuanto a las dificultades y errores que presentan al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos. En otras palabras, los estudios descriptivos según Hurtado y Toro (1998) permiten seleccionar una serie de cuestiones, en las que se mide cada una de ellas independientemente, para así describir lo que se investiga, es decir que miden conceptos o variables.

3.3 Población Objeto de Estudio

La población estuvo constituida por dos grupos de 51 estudiantes, del programa licenciatura en matemática de la universidad francisco de paula Santander, se caracterizó de la siguiente manera: 21 son estudiantes de la asignatura precálculo y 30 son estudiantes de la asignatura cálculo diferencial con edades entre 17 y 30 años.

3.4 Técnicas e Instrumentos para recolección de datos

Se tomó como soporte, para elaborar el instrumento, la prueba de García Suarez. De este cuestionario se tomaron 2 preguntas, 12 preguntas hechas por el investigador para la elaboración del instrumento que contiene 14 preguntas en total. Además, se utilizó una entrevista con 5 preguntas que buscó recabar información sobre las dificultades que presentan los estudiantes del precálculo y cálculo diferencial del programa Licenciatura en Matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos.

3.5 Operacionalización de Variables

Tabla 1. Operacionalización de variables

VARIABLES	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES
Errores en la resolución de procedimientos algebraicas	Tipología de errores que presentan los estudiantes cuando dan respuesta a procedimientos algebraicas.	Eliminación incorrecta de denominadores
		Errores al realizar operaciones aritméticas-algebraicas
		Procedimiento inconcluso
		Procedimientos propios incorrectos e inferencias no validas
		Aplicación parcial de regla de factorización por factor común
		Asociación incorrecta de productos notables.
		Uso de la aritmética básica ignorando las reglas del álgebra.
		Error en la determinación de la potencia de otra potencia.
		Resolución aditiva de la potencia de un binomio.
		Aplicación incorrecta de la regla del cubo de un binomio.
		Error al realizar productos de polinomios.
Dificultades en la resolución de procedimientos algebraicas.	Indica el mayor o menor grado de éxito de los estudiantes ante la resolución de procedimientos algebraicas.	Error de cálculo simple
		Dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos.
		Dificultades asociadas a los procesos de pensamiento matemático.
		Dificultades asociadas a los procesos de enseñanza.
		Dificultades asociadas al desarrollo cognitivo de los alumnos.
Dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales		

3.6 Validez y confiabilidad de los Instrumentos de Recolección de Datos

De acuerdo con Hernández, Fernández y Baptista (2008: p.243), “la validez en términos generales, se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir” Para ello, se utilizó la validez de contenido, para lo cual se solicitó la colaboración de tres especialistas en álgebra y uno en metodología, quienes con su experticia formularon las siguientes observaciones: mejorar en la escritura de los verbos, modificar enunciados en las preguntas de aplicación, no colocar opciones de respuestas en la prueba y en la entrevista, dejarlas con preguntas abiertas.

La confiabilidad se obtuvo a través de una prueba piloto que según Hernández, Fernández y Baptista (2008) tiene como propósito fundamental saber si el instrumento ha de servir para recolectar la información que se necesita o mide lo que exactamente se quiere.

Esta prueba que, además sirve al investigador de ensayo, se aplicó a 13 alumnos no pertenecientes a la población. Luego de aplicada la prueba piloto se procederá a determinar la consistencia interna del instrumento a través del Coeficiente Alfa de Cronbach que produce valores que oscilan entre cero (0) y uno (1) estimándose, según el rango de Confiabilidad de Ruiz (1998), mediante la siguiente fórmula:

$$\alpha = \frac{K}{K - 1} \left(1 - \frac{\sum S_i^2}{St^2} \right)$$

En donde,

$\alpha = X$

$k = N^\circ$ ítems

$SI^2 =$ Varianza de cada ítem

$St^2 =$ Varianza de la suma de los ítems

Al sustituir los valores en la fórmula se obtuvo como resultado 0.869 lo cual da una magnitud muy alta, por lo cual el instrumento es confiable. (ver coeficiente de confiabilidad en anexos)

Valor de confiabilidad obtenida:

Tabla 2. Valor de confiabilidad

		N	%
Casos	Válido	13	100,0
	Excluido ^a	0	,0
	Total	13	100,0

a. La eliminación por lista se basa en todas las variables del procedimiento.

Alfa de Cronbach	N de elementos
,869	14

Rangos

0.81 a 1.00

0.61 a 0.80

0.41 a 0.60

0.21 a 0.40

0.01 a 0.20

Magnitudes

Muy alta

Alta

Moderada

Baja

Muy baja

3.7 Fases de Investigación

A continuación, se presenta un esquema de las fases de investigación.

Tabla 3. Fases de investigación

FASE	ACTIVIDADES
I. Selección del tema y planteamiento del problema.	Seleccionar el tema Elaborar el planteamiento del problema Construir la justificación Elaborar los objetivos
II. Revisión Bibliográfica.	Estudio y selección de los antecedentes Elaboración del marco teórico y metodológico
III. Elaboración de los instrumentos.	Elaboración de la primera versión de la entrevista Validación de expertos Aplicación de la prueba piloto Elaboración de los instrumentos finales Aplicación del instrumento a la población
IV. Proceso final.	Análisis de los resultados Elaboración de las conclusiones Elaboración y revisión del informe final

3.8 Técnica de Análisis de los Datos

Para el estudio se utilizó la estadística descriptiva para lo cual se elaboraron cuadros de doble entrada donde se calculó la frecuencia y porcentaje de respuestas de cada una de las interrogantes planteadas utilizando el software SPSS.

4. Resultados de la Investigación

En este segmento se organiza el análisis e interpretación de los resultados obtenidos productos de identificar las dificultades y errores que presentan los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial del programa Licenciatura en Matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander, al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos. Luego de aplicado los instrumentos, se procedió primero al análisis de los datos de la prueba los cuales son expuestos en tablas y luego se analizan los datos de la entrevista.

4.1 Análisis del Cuestionario de los Errores en Procedimientos Algebraicos en la Asignatura Precálculo

Ítem 1.- Encontrar el intervalo solución de la desigualdad: $4x + 1 \geq 3 - 5x > 10 - 7x$

Tabla 4. Calificaciones del ítem 1

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	14,3
	Incorrecto	14	66,7
	Incompleto	1	4,8
	No Responde	3	14,3
	Total	21	100,0

En la siguiente tabla se muestra los resultados del ítem1, donde el 66,7% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, mientras que 14,3% respondieron de forma correcta y no respondieron al interrogante y el 4,8% responden de forma incompleta.

Ítem 2.- Encontrar el valor de x para la siguiente ecuación: $\frac{3}{2} + \frac{2}{x} = \frac{1}{x}$

Tabla 5. Calificaciones del ítem 2

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	14,3
	Incorrecto	10	47,6
	Incompleto	4	19,0
	No Responde	4	19,0
	Total	21	100,0

En la tabla anterior se evidencia que 47,6% de los estudiantes responden de forma incorrecta, mientras un 14,3% responde de forma correcta y un 19% no termina y no responde con respecto al interrogante.

Ítem 3.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x + 2y + z = 1$$

$$5x + 3y + 4z = 2$$

$$x + y - z = 1$$

Tabla 6. Calificaciones del ítem 3

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	14,3
	Incorrecto	14	66,7
	Incompleto	3	14,3
	No Responde	1	4,8
	Total	21	100,0

En la tabla 3, se analiza que la mayoría de los estudiantes con un porcentaje de 66,7% respondieron de forma incorrecta, el 14,3% respondieron de forma correcta y e incompleto, mientras que 4,8% no respondió al interrogante.

Ítem 4.- Efectuar la siguiente división: $\frac{15ab+12a^4bc-35abc}{5abc}$

Tabla 7. Calificaciones del ítem 4

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	4	19,0
	Incorrecto	10	47,6
	Incompleto	4	19,0
	No Responde	3	14,3
	Total	21	100,0

Al analizar los resultados del ítem 4, se observa en la tabla que el 47,6% de los estudiantes dieron respuestas incorrectas, el 19% respondieron de forma correcta e incompleta, y el 14,3% no responde.

Ítem 5.- Factorizar la siguiente expresión: $8x^2y^2 + 12x^3y^3 + 20x^4y^5$

Tabla 8. Calificaciones del ítem 5

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	5	23,8
	Incorrecto	10	47,6
	Incompleto	3	14,3
	No Responde	3	14,3
	Total	21	100,0

En la siguiente tabla se puede apreciar que el 47,6% de los estudiantes dan respuestas incorrectas, mientras que un 23,8% dio respuestas correctas y un 14,3% no termina y no responde el ítem.

Ítem 6.- Encontrar el factor común del siguiente polinomio:

$$(x + 1)^3 x^2 + (x + y)(x + 1)^2$$

Tabla 9. Calificaciones del ítem 6

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	2	9,5
	Incorrecto	13	61,9
	Incompleto	2	9,5
	No Responde	4	19,0
	Total	21	100,0

En la siguiente tabla se puede observar que la mayoría de los estudiantes con un porcentaje de 61,9% dan respuestas incorrectas, un 19% no dan respuesta y 9,5% dan respuestas correctas y no responden.

Ítem 7.- Resolver la siguiente desigualdad $\frac{2x+3}{2} + 4 < 3x + 5$

Tabla 10. Calificaciones del ítem 7

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	14,3
	Incorrecto	11	52,4
	Incompleto	4	19,0
	No Responde	3	14,3
	Total	21	100,0

Al analizar los resultados del ítem 7, se puede apreciar en la tabla que 52,4% de los estudiantes responden de forma incorrecta, el 19% dan respuesta incompleta y un 14,3% dan respuestas correctas y no responden.

Ítem 8.- Desarrollar el siguiente binomio: $(3x - 4y^2)^2$

Tabla 11. Calificaciones del ítem 8

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	7	33,3
	Incorrecto	8	38,1
	Incompleto	4	19,0
	No Responde	2	9,5
	Total	21	100,0

Cuando se analizan los resultados reflejados en la tabla 8, se observa que el 38,1% de los estudiantes respondieron incorrecto, mientras que 33,3% respondieron de forma correcta, también el 19% respondieron incompleto y 9,5% no respondieron al ítem.

Ítem 9.- Desarrollar el siguiente binomio al cubo: $(xy^3 + z^2)^3$

Tabla 12. Calificaciones del ítem 9

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	14,3
	Incorrecto	11	52,4
	Incompleto	3	14,3
	No Responde	4	19,0
	Total	21	100,0

En la tabla 9, se puede apreciar que el 52,4% de los estudiantes dan respuestas incorrectas, el 19% no dan respuestas y el 14,3% dan respuestas correctas e incompletas.

Ítem 10.- Factorizar el siguiente polinomio: $8x^2y^3 - 2xy^2 + 4x^3y^2 + x^2y^2$

Tabla 13. Calificaciones del ítem 10

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	14,3
	Incorrecto	11	52,4
	Incompleto	5	23,8
	No Responde	2	9,5
	Total	21	100,0

En la tabla 10 se observa que el 52,4% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, mientras que un 23,8% dan respuestas incompletas, y un 14,3% dan respuesta correcta, y el 9,5% no dan respuesta.

Ítem 11.- Desarrollar la siguiente expresión: $5ab(4a^2 + 7b^3 - 5ab)$

Tabla 14. Calificaciones del ítem 11

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	8	38,1
	Incorrecto	9	42,9
	Incompleto	3	14,3
	No Responde	1	4,8
	Total	21	100,0

La tabla 11, se observa que el 42,9% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, el 38,1% dieron respuestas correctas, mientras el 14,3% dan respuestas incompletas y 4,8% no responden.

Ítem 12.- Una hoja de papel de forma rectangular tiene de largo $(m + 7)$ y de ancho $(m - 7)$ cm.

Tabla 15. Calificaciones del ítem 12

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	14,3
	Incorrecto	12	57,1
	Incompleto	2	9,5
	No Responde	4	19,0
	Total	21	100,0

En la siguiente tabla, se pueden observar los resultados de la prueba, considerándose así, que más de la mitad con un porcentaje de 57,1% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, el 19% no dan respuesta al interrogante, y una minoría de 14,3% y 9,5% dan respuestas correctas e incompletas.

Ítem 13.- Un tanque de almacenamiento de agua de una casa tiene forma cubica, con una base que mide $(6 + b)$. cm

Tabla 16. Calificaciones del ítem 13

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	14,3
	Incorrecto	11	52,4
	Incompleto	3	14,3
	No Responde	4	19,0
	Total	21	100,0

En la tabla 13, se puede apreciar los porcentajes obtenidos de acuerdo a sus repuestas, el 52,4% de los estudiantes dan respuestas incorrectas, el 19% no responden y 14,3% dan respuesta correctas e incompletas.

Ítem 14.- En una herencia, un abuelo necesita repartir una finca cuyo terreno tiene forma cuadrada, que mide $(4b - k)$ cm de lado. La distribución de la herencia se realizará dependiendo el área total del terreno.

Tabla 17. Calificaciones del ítem 14

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	2	9,5
	Incorrecto	13	61,9
	Incompleto	2	9,5
	No Responde	4	19,0
	Total	21	100,0

Al analizar los resultados del ítem 14, se puede apreciar en la tabla que 61,9% de los estudiantes responde de forma incorrecta, el 19% no dan respuestas y un 9,5% dan respuestas correctas e incompletas.

4.2 Análisis del Cuestionario de los Errores en Procedimientos Algebraicos en la Asignatura

Cálculo Diferencial

Ítem 1.- Encontrar el intervalo solución de la desigualdad: $4x + 1 \geq 3 - 5x > 10 - 7x$

Tabla 18. Calificaciones del ítem 1

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	1	3,3
	Incorrecto	17	56,7
	Incompleto	1	3,3
	No Responde	11	36,7
	Total	30	100,0

En la tabla anterior se evidencia que 56,7% de los estudiantes responden de forma incorrecta, mientras un 36,7% no responden y una minoría con un 3,3% dan respuesta correctas e incompletas.

Ítem 2.- Encontrar el valor de x para la siguiente ecuación: $\frac{3}{2} + \frac{2}{x} = \frac{1}{x}$

Tabla 19. Calificaciones del ítem 2

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	8	26,7
	Incorrecto	20	66,7
	No Responde	2	6,7
	Total	30	100,0

La siguiente tabla muestra los resultados del ítem2, donde el 66,7% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, mientras que 26,7% respondieron de forma correcta y el 6,7% no responden.

Ítem 3.- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x + 2y + z = 1$$

$$5x + 3y + 4z = 2$$

$$x + y - z = 1$$

Tabla 20. Calificaciones del ítem 3

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	10	33,3
	Incorrecto	11	36,7
	Incompleto	1	3,3
	No Responde	8	26,7
	Total	30	100,0

En la tabla 3, se analiza los resultados obtenidos de acuerdo a sus respuestas que el 36,7% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, el 33,3% respondieron de forma correcta, el 26,67% no responden y 3,3% dan respuestas incompletas.

Ítem 4.- Efectuar la siguiente división:
$$\frac{15ab + 12a^4bc - 35abc}{5abc}$$

Tabla 21. Calificaciones del ítem 4

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	6	20,0
	Incorrecto	15	50,0
	Incompleto	2	6,7
	No Responde	7	23,3
	Total	30	100,0

Al analizar los resultados del ítem 4, se observa en la tabla que el 50,0% de los estudiantes dieron respuestas incorrectas, el 20,0% respondieron de forma correcta, el 23,3 no responde y 6,7% dan respuestas incompletas.

Ítem 5.- Factorizar la siguiente expresión: $8x^2y^2 + 12x^3y^3 + 20x^4y^5$

Tabla 22. Calificaciones del ítem 5

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	12	40,0
	Incorrecto	11	36,7
	Incompleto	3	10,0
	No Responde	4	13,3
	Total	30	100,0

Al analizar los resultados del ítem 5, se puede apreciar en la tabla que 40,0% de los estudiantes responden de forma correcta, el 36,7% dan respuestas incorrectas, el 13,3% no responden y 10,0% dan respuestas incompletas.

Ítem 6.- Encontrar el factor común del siguiente polinomio:

$$(x + 1)^3x^2 + (x + y)(x + 1)^2$$

Tabla 23. Calificaciones del ítem 6

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	4	13,3
	Incorrecto	17	56,7
	No Responde	9	30,0
	Total	30	100,0

En la siguiente tabla se puede observar que la mayoría de los estudiantes con un porcentaje de 56,7% dan respuestas incorrectas, un 30,0% no dan respuesta y 13,3% dan respuestas correctas.

Ítem 7.- Resolver la siguiente desigualdad $\frac{2x+3}{2} + 4 < 3x + 5$

Tabla 24. Calificaciones del ítem 7

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	3	10,0
	Incorrecto	17	56,7
	Incompleto	1	3,3
	No Responde	9	30,0
	Total	30	100,0

En la siguiente tabla se puede apreciar que el 56,7% de los estudiantes dan respuestas incorrectas, mientras que un 30,0% no dio respuestas, el 10,0% dan respuestas correctas y un 3,3% no termina del responder el ítem.

Ítem 8.- Desarrollar el siguiente binomio: $(3x - 4y^2)^2$

Tabla 25. Calificaciones del ítem 8

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	23	76,7
	Incorrecto	3	10,0
	Incompleto	1	3,3
	No Responde	3	10,0
	Total	30	100,0

En la tabla 8, se puede apreciar que la mayoría de los estudiantes con un porcentaje 76,7% dieron respuestas correctas, el 10,0% dan respuestas incorrectas y no responden, y el 3,3% no dan respuestas completas.

Ítem 9.- Desarrollar el siguiente binomio al cubo: $(xy^3 + z^2)^3$

Tabla 26. Calificaciones del ítem 9

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	15	50,0
	Incorrecto	10	33,3
	Incompleto	4	13,3
	No Responde	1	3,3
	Total	30	100,0

Cuando se analizan los resultados reflejados en la tabla 9, se observa que el 50,0% de los estudiantes respondieron correctamente, mientras que 33,3% respondieron de forma incorrecta, también el 13,3% respondieron incompleto y 3,3% no respondieron al ítem.

Ítem 10.- Factorizar el siguiente polinomio: $8x^2y^3 - 2xy^2 + 4x^3y^2 + x^2y^2$

Tabla 27. Calificaciones del ítem 10

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	9	30,0
	Incorrecto	11	36,7
	Incompleto	4	13,3
	No Responde	6	20,0
	Total	30	100,0

La tabla 10, se observa que el 36,7% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, el 30,0% dieron respuestas correctas, mientras el 20,0% no dan respuestas y 13,3% dan respuestas incompletas.

Ítem 11.- Desarrollar la siguiente expresión: $5ab(4a^2 + 7b^3 - 5ab)$

Tabla 28. Calificaciones del ítem 11

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	25	83,3
	Incorrecto	3	10,0
	No Responde	2	6,7
	Total	30	100,0

En la siguiente tabla, se pueden observar los resultados de la prueba, considerándose así, que más de la mitad con un porcentaje de 83,3% de los estudiantes respondieron de forma correcta, y una minoría del 10,0% y 6,7% dan respuestas incorrectas y no responde al ítem.

Ítem 12.- Una hoja de papel de forma rectangular tiene de largo $(m + 7)$ y de ancho $(m - 7)$ cm.

Tabla 29. Calificaciones del ítem 12

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	8	26,7
	Incorrecto	13	43,3
	Incompleto	5	16,7
	No Responde	4	13,3
	Total	30	100,0

En la siguiente tabla se observa que el 43,3% de los estudiantes respondieron de forma incorrecta, el 26,7% dieron respuestas correctas, mientras el 16,7% dan respuestas incompletas y 13,3% no responden.

Ítem 13.- Un tanque de almacenamiento de agua de una casa tiene forma cubica, con una base que mide $(6 + b)$ cm.

Tabla 30. Calificaciones del ítem 13

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	8	26,7
	Incorrecto	9	30,0
	Incompleto	7	23,3
	No Responde	6	20,0
	Total	30	100,0

Al analizar los resultados del ítem 13, se puede apreciar en la tabla, que todas las barras son casi del mismo tamaño, indicando así, que los resultados obtenidos en cada respuesta el porcentaje de los estudiantes son muy similares, que el 30,0%, 26,6%, 23,3% responden de forma incorrecta, correcta, incompleta y el 20,00% no dan respuestas al ítem.

Ítem 14.- En una herencia, un abuelo necesita repartir una finca cuyo terreno tiene forma cuadrada, que mide $(4b - k)$ cm de lado. La distribución de la herencia se realizará dependiendo el área total del terreno.

Tabla 31. Calificaciones del ítem 14

		Frecuencia	Porcentaje
Válido	Correcto	12	40,0
	Incorrecto	9	30,0
	Incompleto	3	10,0
	No Responde	6	20,0
	Total	30	100,0

En la tabla 14, se puede apreciar los porcentajes obtenidos de acuerdo a sus repuestas, el 40,0% de los estudiantes dan respuestas correctas, el 30,0% dan respuestas incorrectas, el 20,0%

no dan respuestas al ítem y 10,0% dan respuestas incompletas.

4.3 Caracterización de los Errores en los Procedimientos Algebraicos en la Población de Estudio a Partir del Estudio de García Suarez

Revisado ítem por ítem para extraer los tipos de errores que presentan los estudiantes, se organiza un cuadro con el número de veces que apareció cada error formulado por García Suarez (2010) y que fueron replicados en los ejercicios resueltos por los participantes de la investigación desarrollada, estudiantes del programa Licenciatura en Matemática de las asignaturas precálculo y cálculo diferencial de la Universidad Francisco de Paula Santander de la ciudad de Cúcuta.

Para empezar el estudio de los errores de los ítems, se consideraron los datos obtenidos del análisis de cada prueba, que muestra la tendencia de agrupamiento de los mismos debido principalmente por su parecido del contenido temático entre ellos. Por esta razón, para este agrupamiento se dispuso examinar cada una de las respuestas de las pruebas aplicadas en esta investigación, en seguida se tomaron aquellos que estuvieron más representativos que surgen en el análisis de cada ítem.

Tabla 32. Tipología de errores por ítem según García Suarez replicables en los sujetos de investigación

ÍTEM	TIPOLOGÍA DE ERRORES PROPUESTOS POR GARCÍA SUAREZ												Total de errores por ítem
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
3		17	4	3								5	29
4		20	6	5									31
7	20	5	5	3									33
9			7	3				4	4	8	2		28
10			9	4	9	6	3						31
12			7			12	5				8		32
Total de errores	20	42	38	18	9	18	8	4	4	8	10	5	184

Tabla 33. Tipología de errores por ítem según García Suarez replicables en los sujetos de investigación. Estudiantes de Precálculo

ÍTEM	TIPOLOGÍA DE ERRORES PROPUESTOS POR GARCÍA SUAREZ												Total de errores por ítem
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
3		9	3	2								3	17
4		8	4	2									14
7	7	3	4	1									15
9			3	2				3	2	3	1		14
10			5	2	4	3	2						16
12			2			6	2				4		14
Total de errores	7	20	21	9	4	9	4	3	2	3	5	3	90

Tabla 34. Tipología de errores por ítem según García Suarez replicables en los sujetos de investigación. Estudiantes de Cálculo Diferencial

ÍTEM	TIPOLOGÍA DE ERRORES PROPUESTOS POR GARCÍA SUAREZ												Total de errores por ítem
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
3		8	1	1								2	12
4		12	2	3									17
7	13	2	1	2									18
9			4	1				1	2	5	1		14
10			4	2	5	3	1						15
12			5			6	3				4		18
Total de errores	13	22	17	9	5	9	4	1	2	5	5	2	94

De donde:

I	II	III	IV	V	VI
Eliminación incorrecta de denominadores	Error al realizar operaciones aritméticas - algebraicas	Procedimiento inconcluso	Procedimientos propios incorrectos e inferencias no validas	Aplicación parcial de regla de factorización por factor común	Asociación incorrecta de productos notables
VII	VIII	IX	X	XI	XII
Uso de la aritmética básica ignorando las reglas del álgebra	Error en la determinación de la potencia de otra potencia	Resolución aditiva de la potencia de un binomio	Aplicación incorrecta de la regla del cubo de un binomio	Error al realizar productos de polinomios	Error de cálculo simple

Descripción de los errores detectados en esta investigación:

A continuación, se describen los errores detectados que surgieron del análisis de las pruebas realizadas y que coinciden con los de García Suarez.

Eliminación incorrecta de denominadores: Analizando las pruebas, se pudo observar que, los estudiantes cometen errores al quitar el denominador como, simplificando en una suma olvidado que debes simplificar en cada uno de los términos si lo desean hacer. Ejemplo en el ítem 7.

The image shows a student's handwritten work for an inequality problem. The steps are as follows:

$$\begin{aligned} 7/ & \cdot \frac{2x+3}{2} + 4 < 5x+5 \\ \frac{(2)x+3}{2} + 4 & < 5x+5 \\ x+3+4 & < 5x+5 \\ x+7 & < 5x+5 \\ 5x-x & > 7-5 \\ 4x & > 2 \\ x & > \frac{2}{4} \end{aligned}$$

The student incorrectly simplified the fraction $\frac{2x+3}{2}$ to $x+3$ by dividing only the numerator by 2, without dividing the denominator. This leads to an incorrect final solution of $x > \frac{2}{4}$.

Figura 1. Problema 1

Errores al realizar operaciones aritméticas-algebraicas: En esta clasificación se observaron respuestas que su procedimiento de resolución aparentemente coherente, pero se comete un error al realizar alguna de las operaciones básicas. Algunos ejemplos a continuación: Para el ítem 3, en la parte para encontrar el valor de la variable z, el error se encuentra cuando va a sumar las constantes que están negativas.

Handwritten mathematical work for Problem 2. The work shows several steps of polynomial division and solving for a variable z .

$$\begin{array}{r} 5x + 13y + 14z = 2 \\ -5x - 5y + 5z = -5 \\ \hline 8y + 9z = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4y5 - 2 \quad -y + 7z = 1 \\ -2y + 9z = -3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2y - 14z = -2 \\ -2y + 9z = -3 \\ \hline -5z = -6 \\ z = \frac{-6}{-5} \\ z = \frac{6}{5} \end{array}$$

Other terms visible: $+ 20x^4y^5 + 5x^3y^4$

Figura 2. Problema 2

Para el ítem 4, se observa que en la división de polinomios comete el error de colocar en el primer término la variable con exponente positivo.

Handwritten mathematical work for Problem 3. The work shows a polynomial division:

$$4 \quad \frac{15ab + 12a^4bc - 35abc}{5abc} = 3c + 2,4a^3 - 7$$

Figura 3. Problema 3

Procedimiento inconcluso: En este caso se observó también que algunas pruebas en las cuales los procedimientos estaban parcialmente correcto, pero no se finalizó o se interpreta de manera incorrecta el resultado. Por ejemplo: En el ítem 7, el estudiante presenta su resultado de la siguiente forma.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{7} \quad & \frac{2x+3}{2} + 4 < 3x + 5 \\
 & \frac{2x+3}{2} - \frac{3x}{1} < 4+5 \\
 & \frac{2x+3 - 6x}{2} < 9 \\
 & \frac{x+\frac{3}{2} - 3x}{2} < 9 \\
 & \frac{-2x+\frac{3}{2}}{2} < 9
 \end{aligned}$$

Figura 4. Problema 4

De otra forma, un estudiante concluye su ejercicio así, en el ítem 4.

$$\begin{aligned}
 \textcircled{4} \quad & \frac{15ab + 12a^3bc - 35abc}{5abc} \\
 & \frac{a(15b + 12a^3bc - 35bc)}{a(5bc)} \\
 & \frac{15b + 12a^3bc - 35bc}{5bc} \\
 & \frac{b(15 + 12a^3c - 35c)}{b(5c)} \\
 & \frac{15 + 12a^3c - 35c}{5c}
 \end{aligned}$$

Figura 5. Problema 5

Procedimientos propios incorrectos e inferencias no validas:

En el ítem 3, se observa que el estudiante resuelve el ejercicio sumando de manera vertical los coeficientes de las incógnitas y los valores de las constantes.

$$\begin{array}{r} \textcircled{3}. \quad 3x + 2y + z = 1 \\ \quad \quad 5x + 3y + 4z = 2 \\ \quad \quad x + y - 2z = 1 \\ \hline \quad \quad 8x + 6y - 4z = 4 \end{array}$$

Figura 6. Problema 6

Aplicación parcial de regla de factorización por factor común: En estos ejercicios los estudiantes cometen ciertos tipos de errores como de agrupar las constantes y las variables en cada uno de los términos, también olvidando así las reglas de los exponentes o las propiedades de la potenciación. Por ejemplo: En el ítem 10, donde el estudiante suma todos sus términos de manera horizontal asocia en grupo de dos y suma normal sus términos y sus variables y al final vuelve a sumar.

$$\begin{array}{l} \textcircled{10} \quad 8x^2y^3 - 2xy^2 + 4x^3y^2 + x^2y^2 \\ \quad \quad \underbrace{\hspace{10em}} \quad \underbrace{\hspace{10em}} \\ \quad \quad 6xy + 3x \\ \quad \quad \boxed{9x^2y} \end{array}$$

Figura 7. Problema 7

Asociación incorrecta de productos notables: En este caso los estudiantes asocian fórmulas de productos notables, para la resolución del ejercicio, pero al finalizar lo hacen de manera

incorrecta. Por ejemplo: en el ítem 12, se observa la respuesta.

(12)

$m+7$

$m-7$

$A = b \times A$

$A = (m+7)(m-7)$

$A = (m-7)^2$

Figura 7. Problema 7

Uso de la aritmética básica ignorando las reglas del algebra: el estudiante resuelve una expresión algebraica como una operación aritmética, sin tener en cuenta que en cada uno de sus términos sus variables no comparten el mismo exponente. Por ejemplo:

En el ítem 10, se observa el siguiente resultado.

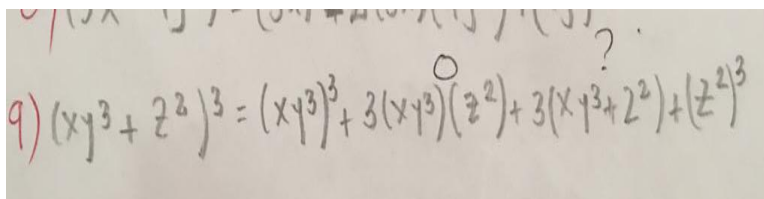
10) $8x^2y^3 - 2xy^2 + 4x^3y^2 + x^2y^2$

$62x^6y^9$

Figura 8. Problema 8

Error en la determinación de la potencia de otra potencia: en este caso se observó que algunos estudiantes saben cómo desarrollar un binomio al cubo, pero se le olvida aplicar la regla de la multiplicación de los exponentes. Por ejemplo:

Por ejemplo, en el desarrollo del ítem 9, se observa la siguiente respuesta.

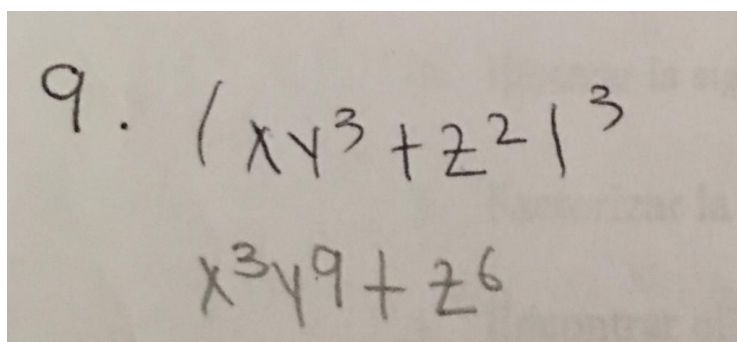


Handwritten solution for problem 9: $(xy^3 + z^2)^3 = (xy^3)^3 + 3(xy^3)(z^2) + 3(xy^3 + z^2) + (z^2)^3$. The student incorrectly adds the binomial instead of using the binomial theorem.

Figura 9. Problema 9

Resolución aditiva de la potencia de un binomio: este error se observa en algunos estudiantes, que multiplican los exponentes en cada uno de los términos olvidando su procedimiento correcto de la resolución aditiva de un binomio elevado a una potencia a la n. Por ejemplo:

En el ítem 9, se presenta la siguiente resolución.



Handwritten solution for problem 9: $9. (xy^3 + z^2)^3$
 $x^3y^9 + z^6$. The student incorrectly applies the binomial cube formula, resulting in a sum of two terms instead of a trinomial.

Figura 10. Problema 10

Aplicación incorrecta del cubo de un binomio: en este caso el error se muestra por el estudiante cuando no recuerda la fórmula del binomio, aunque tenga procesos anteriores coherentes. Por ejemplo:

Por ejemplo, el desarrollo del siguiente binomio al cubo se presenta su respuesta así.

$$9. (xy^3 + z^2)^3$$

$$x^3 y^9 + 3xy^3 z^2 + z^6$$

Figura 11. Problema 11

$$12. L = (m + 7)$$

$$A = (m - 7)$$

$$(m + 7)(m - 7)$$

$$m^2 + m \cdot 7 - 7m - 7 \cdot 7$$

Figura 12. Problema 12

Error al realizar productos de polinomios: En este caso se puede visualizar que el estudiante plantea el producto de dos polinomios, pero se equivoca al realizar el producto entre ellos para encontrar su resultado. Por ejemplo:

Error de cálculo simple: este error ocurre cuando el estudiante se equivoca al realizar alguna de las operaciones básicas de la aritmética, obteniendo así un valor incorrecto, pero así él continúa realizando el ejercicio sin detectar el error. Por ejemplo:

En el ítem 3, se observa que el estudiante realiza la operación de la suma encontrando un valor equivocado y así va continuando sin detectar el error.

$$\begin{cases} 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{1} \begin{array}{r} 3x + 2y + z = 1 \quad (-5) \\ 5x + 3y + 4z = 2 \quad (-3) \\ \hline -15x - 10y - 5z = -5 \\ +15x + 9y + 12z = 6 \\ \hline -y + 7z = 1 \end{array}$$

$$\textcircled{2} \begin{array}{r} 5x + 3y + 4z = 2 \\ x + y - z = 1 \quad (-5) \\ \hline -5x - 5y + 5z = -5 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \\ \hline -2y + 9z = -3 \end{array}$$

$$\textcircled{3} \begin{array}{r} -y + 7z = 1 \quad (-2) \\ -2y + 9z = -3 \\ +2y - 14z = 2 \\ \hline -5z = -2 \\ z = \frac{2}{5} \end{array}$$

$$\textcircled{4} \begin{array}{r} -y + 7(\frac{2}{5}) = 1 \\ -y + \frac{14}{5} = 1 \\ -y = 1 - \frac{14}{5} \\ -y = \frac{-9}{5} \quad (-1) \\ y = \frac{9}{5} \end{array}$$

$$\textcircled{5} \begin{array}{r} 3x + 2y + z = 1 \\ 3x + 2(\frac{9}{5}) + (\frac{2}{5}) = 1 \\ 3x + \frac{18}{5} + \frac{2}{5} = 1 \\ 3x + 4 = 1 \\ 3x = 1 - 4 \\ 3x = -3 \\ x = \frac{-3}{3} \\ x = -1 \end{array}$$

$$\boxed{x = -1 \quad y = \frac{9}{5} \quad z = \frac{2}{5}}$$

Figura 13. Problema 13

4.4 Descripción de las Dificultades

Al revisar la entrevista a los estudiantes y relacionar las respuestas con las ideas Di Blasi Regner y Otros (2003) citados por Abrate, Pochulu y Vargas (2006), se consiguió, de las dificultades tomadas en el soporte teórico, solo tres: complejidad de los objetos matemáticos, métodos de enseñanza y dificultades actitudes afectivas y emocionales.

1) Complejidad de los objetos matemáticos. Sobre este aspecto Pino, Godino y Font (2011) refieren que hay un aspecto en el que muchas teorías coinciden, es el que una característica de los objetos matemáticos que deben ser enseñados y aprendidos es su complejidad. Rojas (2012) refiere que la complejidad de los objetos matemáticos conjuntamente con el hecho, de que solo a través de representaciones semióticas es posible una actividad sobre ellos y la complejidad de su proceso de enseñanza, son unas de las razones de que exista una pluralidad de teorías en el área de Educación Matemática, y que en estos momentos se plantee la necesidad del dialogo y la articulación de teorías. La complejidad del objeto matemático lleva a pensar a los investigadores Pino, Godino, y Font (2011) que no en un objeto unitario sino en un sistema complejo formado por partes o componentes.

2) Dificultades referidas a los métodos de enseñanza como la dificultad asociada a los tipos de errores. Al respecto, Rosa (2010) plantea que debe buscarse la manera de poder formar a los docentes en cuanto a los errores de los estudiantes. Pues como dicen Cid y Batanero (2004) la matemática es el resultado del ingenio y la actividad del educador y en consecuencia este debe ser el motor que guie a los estudiantes hacia la resolución procedimientos matemáticos.

Coronata (2014) alude en los procesos de enseñanza de la matemática los docentes bien podrían aplicar la visión filosófica del constructivismo social, que indica que el aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los estudiantes tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores.

De igual manera Torijano (2004) plantea que los profesores deben generar situaciones didácticas constructoras de sentido procurando que los conceptos que se enseñen se inscriban en situaciones significativas. Ello puede permitir favorecer un ambiente de reconocimiento y respeto, en el cual el educando debe sentir que es reconocido por su profesor, compañeros y adultos cercanos como una persona capaz de aprender y luego hacer del aula un espacio social que promueva el intercambio serio de ideas, que invita a la participación y donde todos se esmeren por reconocer y respetar la diferencia.

De ahí que los docentes deben plantear el conocimiento matemático como una actividad social que debe tener en cuenta los intereses y la afectividad del estudiante, de tal manera que se pueda conducir al educando a la apropiación de elementos de su cultura y a la construcción de significados socialmente compartidos, en una reflexión hermenéutica entorno a los procesos de enseñanza. Para ello se debe asumir una actitud de apoyo y acompañamiento constante desde las diferentes técnicas pedagógicas, donde la enseñanza, siga siendo una actividad de alto significado

para el estudiante, en donde, sin lugar a dudas, se formen personas útiles a la sociedad.

3) Dificultades actitudes afectivas y emocionales. Al respecto, Estrada (2009) refiere que la estructura del autoconcepto de cualquier sujeto como aprendiz de Matemática está estrechamente relacionada con sus actitudes, con las emociones que ha experimentado en situaciones de aprendizaje, con la perspectiva del mundo matemático y con su identidad social. Así, refleja que algunas de las actitudes y comportamientos más habituales en el proceso de aprendizaje que manifiestan los estudiantes son las aversiones.

Uno de los aspectos que más se correlaciona con la realización matemática es el agrado–temor que la persona siente hacia esta disciplina, presentándose los dos polos del elemento que comúnmente se denomina aversión hacia las matemáticas. Así, es importante desarrollar actitudes positivas en los estudiantes, lo cual facilitará un cambio en las creencias y expectativas hacia la asignatura, favoreciendo su acercamiento hacia las mismas por lo que es prioritario investigar desde el inicio de un ciclo formativo el tipo de actitudes que poseen los estudiantes.

Los estudiantes entrevistados sienten ansiedad por los problemas matemáticos. Al respecto, Moliné y Aquino (2004) refieren que se sabe que, a muchos estudiantes, incluyendo a algunos de los más capacitados, no les gusta la Matemática. Muchos discípulos tienen sentimientos de tensión y miedo hacia ella. Sin lugar a duda muchos son los aspectos que influyen en esta aversión.

En cuanto a las actitudes afectivas y emocionales Bonilla (2004) plantea que en el aula se observa como los trastornos emocionales interfieren en los procesos de aprendizaje. Los estudiantes deprimidos, enfadados o ansiosos no aprenden, mientras los felices, relajados y optimistas no tienen dificultades en la escuela. Al respecto, Goleman (1996). Refiere que los

estados emocionales positivos favorecen la integración de la información y de las experiencias, mientras los estados emocionales negativos agobian hormonalmente el cerebro y limitan severamente la capacidad de aprender.

Damasio (2005) refiere que las prácticas pedagógicas y didácticas en el aula han concedido siempre una importancia capital al manejo y desarrollo de las emociones como instrumentos fundamentales del aprendizaje, cuya justificación reside en el conocimiento del desarrollo psicobiológico de los niños. A medida que se hacen mayores y se desarrollan, la educación emocional va disminuyendo gradualmente su relevancia en favor de la educación racional y cognitiva.

5. Conclusiones

En este estudio sobre Caracterizar las dificultades y errores que presentan los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial del programa licenciatura en matemática de la Universidad Francisco de Paula Santander, al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos, se plantean las conclusiones por objetivos.

En cuanto al primer objetivo donde se trató de identificar los errores que se presentan en los estudiantes al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos. Se puede decir que los errores que surgieron fueron, eliminación incorrecta de denominadores, error al realizar operaciones aritméticas-algebraicas, procedimiento inconcluso, procedimientos propios incorrectos e inferencias no validas, aplicación parcial de regla de factorización por factor común, asociación incorrecta de productos notables, uso de la aritmética básica ignorando las reglas del álgebra, error en la determinación de la potencia de otra potencia, resolución aditiva de la potencia de un binomio, aplicación incorrecta de la regla del cubo de un binomio, error al realizar productos de polinomios y error de cálculo simple, de este mismo modo, los errores que más se presentaron con mayor repetición, en los estudiantes de precálculo y cálculo diferencial son, errores al realizar operaciones aritméticas algebraicas y procedimiento inconcluso.

Con respecto al objetivo sobre describir las dificultades que presentan los estudiantes al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos, se consiguió tres tipos de dificultades de mayor aparición en la muestra: complejidad de los objetos matemáticos, métodos de enseñanza y dificultades actitudes afectivas y emocionales.

Sobre la complejidad de los objetos matemáticos Rojas (2012) refiere que este problema constituye una de las razones de que exista una pluralidad de teorías en el área de Educación

Matemática, y que en estos momentos se plantee la necesidad del dialogo y la articulación de teorías. Con respecto a los procesos de enseñanza, Coronata (2014) indica que el aprendizaje y la enseñanza deben tener en cuenta que es natural que los estudiantes tengan dificultades y cometan errores en su proceso de aprendizaje y que se puede aprender de los propios errores. En relación a las actitudes afectivas y emocionales, se puede acotar que este constituye uno de los aspectos que más se correlaciona con la realización matemática dado que es el agrado y temor que los estudiantes sienten hacia esta disciplina, presentándose los dos polos del elemento que comúnmente se denomina aversión hacia las matemáticas.

Cuando en conjunto se presentan las dificultades y errores de los estudiantes de precálculo y calculo diferencial del programa licenciatura en matemática al enfrentarse a la resolución de procedimientos algebraicos hay que finalizar comentando que según los informantes encuestados los errores en las asignaturas mencionadas emergen, principalmente, por las dificultades que se presentan en los procesos de enseñanza.

6. Recomendaciones

Para que los profesores universitarios puedan partir de los errores de los estudiantes implica saber enseñar tomando el camino adecuado al estudiante, seguirle la pista para ver si da frutos, pero también, lograr que los alumnos estén más dispuestos a intentar lo desconocido, a la hora de trabajar ellos mismos.

Lo anterior lleva a que el docente debe buscar actividades que favorezcan la discusión, la reflexión, y que les faciliten los medios de ver cómo se puede conseguir resultados de manera más eficiente. En la medida en que se tome en cuenta a los alumnos a pensar independientemente y a utilizar los conocimientos de que disponen, se puede desarrollar con éxito un trabajo pedagógico que implique el error como fuente de nuevos aprendizajes y no como fuente de penalización.

Se sugiere que los resultados de la presente investigación sean socializados en el departamento de matemáticas y estadística y al director del plan de estudios de licenciatura en matemática como insumo para generar estrategias de transformación y cambio en los pre saberes, teniendo en cuenta una preparación exhaustiva de los futuros docentes en formación.

Referencias Bibliográficas

- Abrate, S., Pochulu, D. & Vargas, J. (2006). Errores y dificultades en Matemática. Análisis de causas y sugerencias de trabajo. Córdoba: Universidad Nacional de Villa María.
- Academia Española Real (2001). Diccionario de la lengua española. Recuperado de:
<http://www.rae.es>.
- Alfaro, M. (2004). Planificación del Aprendizaje y la Enseñanza. Caracas: Fedupel
- Alonso, T., Maroto, R. & Palacios, A. (2004). ¿Por qué se rechazan las matemáticas? análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas. Recuperado de:
http://www.revistaeducacion.educacion.es/re334/re334_06.pdf
- Bonilla, A. (2004). El enfoque diferencial en el estudio del sistema sexo/género. Madrid: Pearson-Prentice Hall.
- Cárdenas, C. & González, D. (2016). Estrategia para la resolución de problemas matemáticos desde los postulados de Polya mediada por las TIC, en estudiantes del grado octavo del Instituto Francisco José De Caldas. Universidad Libre de Colombia, Facultad de Educación, Bogotá. Recuperado de:
<https://repository.unilibre.edu.co/bitstream/handle/10901/9559/TESIS.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Carretero, M. (2009). Constructivismo y Educación. Buenos Aires, Paidós
- Castorina, J. (2008). Un análisis crítico de la tradición constructivista para el estudio del conocimiento de las ciencias sociales. Recuperado: <http://www. In->

cognito.net/new/imágenes/article.pdf.

Cedillo, T. (1999). Nubes de puntos y modelación algebraica. México: Iberoamérica.

Cid, J. y Batanero, C. (2004). Didáctica de las matemáticas para maestros. Granada: Universitaria.

Coll, C. (1998). El Constructivismo en el Aula. Barcelona: Grao.

Coll, C. (2000). Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje, en Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (eds.). Desarrollo psicológico y educación, 2: Psicología de la educación escolar, Madrid: Alianza.

Contreras, L. (2002). Dificultades y obstáculos para el cambio en el aula. Una perspectiva desde la Educación Matemática. Recuperado de: <http://www2.uhu.es/luis.contreras/Novedades/articulo02.htm>.

Coronata, C. (2014). Presencia de los procesos matemáticos en la enseñanza del número de 4 a 8 años. Transición entre la Educación Infantil y Elemental. Tesis doctoral. Girona: Universidad de Girona. Recuperado de: <http://dugi-doc.udg.edu/handle/10256/9750>

Damasio, A. (2005). En busca de Spinoza. Neurobiología de la emoción y de los sentimientos. Barcelona: Crítica.

De Zubiría, J. (2001) De la escuela nueva al constructivismo. Bogotá: Magisterio,

Estrada, A. (2009). Las actitudes hacia la estadística en la formación de los profesores. Buenos Aires: Milenio-Lleida.

Gallego, R. (1996). *Saber Pedagógico*. Santafé de Bogotá: Magisterio

García, J. (2010). *Análisis de errores y dificultades en la resolución de procedimientos algebraicas por alumnos de primer ingreso en nivel licenciatura*. Universidad de Granada. Facultad de Ciencias de la Educación. Recuperado de:
https://fqm193.ugr.es/media/grupos/FQM193/cms/Jose_Garcia.pdf

Gardner, M. (1988). *Matemáticas para divertirse*, Buenos Aires: Juan Granica.

Gil, D. (1997). *Formación del profesorado de las Ciencias y la matemática*. Madrid: Editorial Popular S.A.

Godino, J. (2002). *La formación Matemática y didáctica de maestros como campo de acción e investigación para la didáctica de las Matemáticas: El proyecto Edumat-Maestros* Recuperado de: <http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/descripción.pdf>

Godino, J., Batanero, C. & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada. Recuperado de:
<http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>

Goleman, D. (1996). *Inteligencia Emocional*. Barcelona: Kairós.

Guba, E. & Lincoln, Y. (1992). *Paradigmas en pugna en la investigación cualitativa*. In N. Denzin, & I. Lincoln, *Handbook of Qualitative Research* (pp. 105-117). London: Sage.

Hernández, R., Fernández, C. & Baptista, P. (2008) *Metodología de la Investigación*. México: McGrawHill.

Hurtado, E. & Toro, R. (1998) Paradigma y métodos de investigación en tiempos de cambio.

Caracas: Episteme Consultores Asociados C.A.

Martínez, J. (2015). Errores en el aprendizaje de algoritmos matemáticos en la Resolución de problemas numéricos y algebraicos en Estudiantes neo-tomasinos de ciencias administrativas y Económicas Maestría en Educación. Universidad Santo Tomás. Recuperado de:

<http://repository.usta.edu.co/handle/11634/3496>

Molina, M. (2015). Concepciones del álgebra escolar. Granada: Dpto. Didáctica de la

Matemática, Universidad de Granada. Recuperado de:

http://funes.uniandes.edu.co/7652/1/Concepciones_algebra_2015.pdf.

Moliné, R. & Aquino, H. (2004). ¿Cómo corregir errores y no equivocarse en el intento? Madrid:

Edelsa.

Morales, R. (2014). Dificultades y errores en la solución de problemas con números racionales.

Universidad Autónoma de Manizales. Departamento de Educación. Maestría en Enseñanza de las Ciencias, Manizales. Recuperado de:

<http://repositorio.autonoma.edu.co/.../Informe%20final%20Raul%20Morales%20con%20to...>

Olmedo, N., Galíndez, M., Peralta, J. & Di Bárbaro, M. (2015). Errores y concepciones de los alumnos en álgebra. Conferencia interamericana de educación matemática. Chiapas.

Recuperado de: <http://xiv.ciaem->

redumate.org/index.php/xiv_ciaem/xiv_ciaem/paper/viewFile/877/367

Orton, A. (2003) Didáctica de las matemáticas, cuarta edición, España ediciones Morata.

Palarea Medina, María de las Mercedes (1999). La adquisición del lenguaje algebraico: reflexiones de una investigación. *Revista de didáctica de las Matemáticas*, 40(1), 1. Recuperado de: <http://www.sinewton.org/numeros/numeros/40/Articulo01.pdf>

Papini, M. (2003). Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del álgebra. *Revista latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*. Vol. 6. Núm. 1. pp 41-71. Disponible en: <https://es.scribd.com/document/183364710/papini-c-2003-algunas-explicaciones-vigotskianas>

Pérez, A. (1989) *Análisis Didáctico de las Teorías del Aprendizaje*
Málaga: Secretariado de Publicaciones de la Universidad de Málaga

Piaget, J. (1976). *Psicología de la Inteligencia*. Madrid: Editorial Psique.

Pino, L.; Godino, J. & Font, V. (2011). Faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático sobre la derivada. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), pp. 141-178

Pozo, J. (2006). *Teorías Cognitivas del Aprendizaje*. Madrid: Ediciones Morata.

Rico, L. (1995). Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas. En Kilpatrick, J.; Gómez, P., Y Rico, L.: *Educación matemática*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Rico, L. (1997). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. *Épsilon*, 38, 185-198.

Rojas, P. (2012). *Articulación y cambios de sentido en situaciones de tratamiento de representaciones simbólicas de objetos matemáticos*. Tesis doctoral no publicada, Bogotá, Colombia, Universidad Distrital Francisco José de Caldas.

- Rosa, E. (2010). Didáctica de la matemática. San José: Edit. Piedra Santa.
- Ruiz, C. (1998). Instrumentos de investigación educativa. Procedimientos para su diseño y validación. Barquisimeto: CIDEG.
- Salazar, J. (2000). Material Educativo para Docentes. Resolución de Problemas de Matemática y Prácticas de Laboratorio. Caracas: Litobrit
- Sánchez, N. (2014). Análisis de errores asociados a la resolución de ecuaciones de primer grado. Una aproximación desde la zona de Desarrollo próximo. Universidad Academia Humanismo Cristiano – Chile Disponible en: http://www.funes.uniandes.edu.co/7757/1/Extenso_JNEM_2014.pdf
- Sanz de A. (2013). Competencias cognitivas en educación superior. Bogotá: Narcea/ediciones de la U.
- Saucedo, G. (2007). Categorización de errores algebraicos en alumnos ingresantes a la Universidad. itinerarios educativos 2 · 43
- Serres, Y. (2011). Iniciación del aprendizaje del álgebra y sus consecuencias para la enseñanza. SAPIENS vol.12 no.1 Caracas. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/410/41030367007.pdf>.
- Shunk, D. (1997) Psicología de la Educación, Teorías del aprendizaje, México, Prentice-Hall.
- Skinner, B. (1970) Tecnología de la Enseñanza. Barcelona: Labor.
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. En: Rico, L. (1997). La educación matemática en la enseñanza

secundaria. Barcelona: ICE/Horsori.

Torijano, J. (2004). Errores de aprendizaje, aprendizaje de los errores. Madrid: Arco Libros.

Universidad Francisco de Paula Santander (2007). Proyecto Educativo Institucional. Recuperado de:<http://www.ufps.edu.co/ufpsnuevo/archivos/PEI.pdf>.

Vygotsky, L.S. (1979). El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Grijalbo.

ANEXOS

Anexo 1. Instrumento de investigación

I. DATOS GENERALES:

- Código del estudiante: _____
- Semestre _____
- Edad: _____ Género: M _____ F _____
- Regular _____ Repitiente: _____
- Observación: _____

II. Variable: Errores en la solución de procedimientos algebraicos

1. Encontrar el intervalo solución de la desigualdad: $4x + 1 \geq 3 - 5x > 10 - 7x$

2. Encontrar el valor de x para la siguiente ecuación: $\frac{3}{2} + \frac{2}{x} = \frac{1}{x}$

3. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$3x + 2y + z = 1$$

$$5x + 3y + 4z = 2$$

$$x + y - z = 1$$

4. Efectuar la siguiente división: $\frac{15ab + 12a^4bc - 35abc}{5abc}$

5. Factorizar la siguiente expresión: $8x^2y^2 + 12x^3y^3 + 20x^4y^5$

6. Encontrar el factor común del siguiente polinomio:

$$(x + 1)^3x^2 + (x + y)(x + 1)^2$$

7. Resolver la siguiente desigualdad $\frac{2x+3}{2} + 4 < 3x + 5$

8. Desarrollar el siguiente binomio: $(3x - 4y^2)^2$

9. Desarrollar el siguiente binomio al cubo: $(xy^3 + z^2)^3$

10. Factorizar el siguiente polinomio: $8x^2y^3 - 2xy^2 + 4x^3y^2 + x^2y^2$

11. Desarrollar la siguiente expresión: $5ab(4a^2 + 7b^3 - 5ab)$

Determinar la expresión algebraica para cada uno de los siguientes enunciados, según corresponda al área o al volumen.

12. Una hoja de papel de forma rectangular tiene de largo $(m + 7)$ y de ancho $(m - 7)$ cm.

13. Un tanque de almacenamiento de agua de una casa tiene forma cubica, con una base que mide $(6 + b)$.cm.

14. En una herencia, un abuelo necesita repartir una finca cuyo terreno tiene forma cuadrada, que mide $(4b - k)$ cm de lado. La distribución de la herencia se realizará dependiendo el área total del terreno.

Anexo 2. Entrevista sobre dificultades en la solución de procedimientos algebraicos

III. Variable: dificultades en la solución de procedimientos algebraicos

1. Cuando resuelve ejercicios de matemáticas: comprende los ejercicios que se le presentan.
2. Piensas que tienes la capacidad para seguir un argumento lógico.
3. Crees que como te enseñan las matemáticas entiendes los procesos matemáticos.
4. Consideras que tienes la capacidad cognitiva para desarrollar los ejercicios y problemas matemáticos del semestre.
5. Cuando asiste a las clases de Matemática te da ansiedad.

Anexo 3. Formato de validación de instrumentos



San José de Cúcuta, 13 de agosto de 2018

Estimado

Profesor: _____

Asunto: Validación de Instrumento

Cordial saludo,

Como maestrante de la Universidad Francisco de Paula Santander de la Maestría en Educación Matemática, en estos momentos estoy elaborando los instrumentos de aplicación para el proyecto de investigación titulado ERRORES Y DIFICULTADES EN LA SOLUCIÓN DE PROCEDIMIENTOS ALGEBRAICOS EN ESTUDIANTES DEL PROGRAMA LICENCIATURA EN MATEMÁTICA DE LA UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER, por tanto, acudo a sus saberes disciplinares y académicos para convalidar el instrumento.

El instrumento será aplicado a los estudiantes participantes de la investigación. Para su conocimiento, se exponen los objetivos de la investigación, el instrumento de investigación, un formato para su uso como validador y la planilla correspondiente a sus observaciones finales y a sus datos personales y profesionales.

Ahora bien, reiterando su experticia disciplinar en el área de competencias matemáticas y de educación, solicitamos de su valiosa colaboración, para la revisión del instrumento anexo y el diligenciamiento del formato de observaciones y validación general.

Finalmente le expreso mi agradecimiento por su receptividad para dar su opinión como experto en la materia.

Atentamente,

JOSE PATIÑO

Maestrante – Maestría en Educación Matemática

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

Otorgue a cada una de las preguntas, del instrumento dirigido a los estudiantes, la calificación de 1 a 4, teniendo en cuenta la siguiente tabla de indicadores:

CATEGORÍA		INDICADOR
CLARIDAD: la pregunta se comprende fácilmente, es decir, su sintáctica y semántica son adecuadas.	1	Las preguntas no son claras
	2	Las preguntas requieren modificaciones o reordenación de sus palabras.
	3	Se requiere una modificación específica en algunos términos.
	4	Las preguntas son claras, tiene semántica y sintaxis adecuada.
COHERENCIA: la pregunta tiene relación lógica con la competencia evaluada.	1	Las preguntas no tienen relación lógica con el objetivo.
	2	Las preguntas tienen una relación tangencial con el objetivo.
	3	Las preguntas tienen una relación moderada con el objetivo.
	4	Las preguntas se encuentra completamente relacionada con el objetivo
PERTINENCIA: la pregunta es adecuada u oportuna por lo que debe ser incluida.	1	Las preguntas pueden ser eliminadas sin que se vea afectada la categorización.
	2	Las preguntas tienen alguna relevancia pero en otra de las preguntas se está orientando lo mismo.
	3	Las preguntas son relativamente importantes
	4	Las preguntas son relevantes y debe ser incluida.

**FORMATO PARA EL VEREDICTO DE LA PRUEBA SOBRE ERRORES EN
PROCEDIMIENTOS ALGEBRAICOS**

<i>ITEMS</i>	<i>APROBADO</i>	<i>MODIFICADO</i>	<i>ELIMINAD O</i>	<i>OBSERVACIONES</i>
<i>1</i>				
<i>2</i>				
<i>3</i>				
<i>4</i>				
<i>5</i>				
<i>6</i>				
<i>7</i>				
<i>8</i>				
<i>9</i>				
<i>10</i>				
<i>11</i>				
<i>12</i>				
<i>13</i>				
<i>14</i>				

**FORMATO PARA EL VEREDICTO DE LA PRUEBA SOBRE DIFICULTADES EN
PROCEDIMIENTOS ALGEBRAICOS**

<i>ITEMS</i>	<i>APROBADO</i>	<i>MODIFICADO</i>	<i>ELIMINAD O</i>	<i>OBSERVACIONES</i>
<i>1</i>				
<i>2</i>				
<i>3</i>				
<i>4</i>				
<i>5</i>				

DATOS DEL VALIDADOR

Nombres y Apellidos:

Formación Académica de Pregrado:

Título de posgrado:

Áreas de experiencia profesional:

Institución donde labora:

Correo electrónico:

Observaciones generales al instrumento:

FIRMA DEL VALIDADOR

Anexo 4. Transcripción de las entrevistas

Informante 1

INTERROGANTES	RESPUESTAS
1.- Cuando resuelve ejercicios de matemáticas: comprende los ejercicios que se le presentan.	Sí, tengo dificultad al momento de comprender algún problema, en el tema de inecuaciones, se me dificulta un poco al momento de realizar desigualdades porque me confundo con las variables al momento de cambiarlas de posición y el momento en el cual se debe cambiar el signo.
2.- Piensas que tienes la capacidad para seguir un argumento lógico.	No, ya que no contaba con el respectivo argumento lógico al momento de realizar la operación, ya que no tengo claro las bases ni la teoría clara en cómo desarrollar una inecuación.
3.- Crees que como te enseñan las matemáticas entiendes los procesos matemáticos.	Yo creo que los métodos matemáticos todos son verdaderos, ya el resto infiere en la enseñanza que nos ejerce el maestro, ya que esta algo claro que las matemáticas son exactas.
4.- Consideras que tienes la capacidad cognitiva para desarrollar los ejercicios y problemas matemáticos del semestre.	Sí, es una dificultad ya que en el momento, por el carecer de practica en el respectivo tema, se olvidamos los pasos a seguir en resolver el ejercicio que se me dificultó.
5.- Cuando asistes a las clases de matemáticas te da ansiedad.	Ansiedad en el momento de aprender cosas nuevas, nuevos temas y a veces se torna como miedo de pensar si será difícil o fácil el respectivo tema.

Informante 2

INTERROGANTES	RESPUESTAS
1.- Cuando resuelve ejercicios de matemáticas: comprende los ejercicios que se le presentan.	En algunos casos los ejercicios no se me dificultan, ya en los problemas se me dificultan en el momento de interpretar dicho problema en entenderlos, comprenderlos para desarrollarlos sería extraer los datos y la realización del procedimiento que vaya hacer.
2.- Piensas que tienes la capacidad para seguir un argumento lógico.	Pienso que no, puedo tener algún tipo de duda y la desconfianza de no tener el conocimiento para poder continuar con un argumento lógico.
3.- Crees que como te enseñan las matemáticas entiendes los procesos matemáticos.	Algunos profesores que no saben explicar y eso hacen que los estudiantes tengan dificultades, lo hacen siempre de la misma forma en cada caso y no cambian nada y algunos profesores emplean métodos que ayudan a que los estudiantes les guste ya se por su didáctica.
4.- Consideras que tienes la capacidad cognitiva para desarrollar los ejercicios y problemas matemáticos del semestre.	Pienso que no, porque me haría falta conceptos para poder desarrollar procedimientos con mayor dificultad, en el momento sería capaz de desarrollar ejercicios de menor dificultad o fáciles y falta de conocimientos previos.
5.- Cuando asistes a las clases de matemáticas te da ansiedad.	En clase de explicar temas no me da mucha ansiedad en momentos de presentar un previo o quiz y cuando un tema esta interesante y me gusta me da ansiedad por lo que quiero aprender o la busco solo.