	<b>GESTIÓN DE SERVICIOS ACADÉMICOS Y BIBLIOTECARIOS</b>		<b>CÓDIGO</b>	FO-GS-15
			<b>VERSIÓN</b>	02
	<b>ESQUEMA HOJA DE RESUMEN</b>			
			<b>FECHA</b>	03/04/2017
		<b>PÁGINA</b>	1 de 1	
<b>ELABORÓ</b>		<b>REVISÓ</b>	<b>APROBÓ</b>	
Jefe División de Biblioteca		Equipo Operativo de Calidad	Líder de Calidad	

## RESUMEN TRABAJO DE GRADO

AUTOR(ES): NOMBRES Y APELLIDOS COMPLETOS

NOMBRE(S): ALVARO FERNEY APELLIDOS: ALGARRA RINCON

NOMBRE(S): \_\_\_\_\_ APELLIDOS: \_\_\_\_\_

NOMBRE(S): \_\_\_\_\_ APELLIDOS: \_\_\_\_\_

FACULTAD: INGENIERÍA

PLAN DE ESTUDIOS: INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA

DIRECTOR:

NOMBRE(S): JOSE RICARDO APELLIDOS: BERMUDEZ SANTAELLA

NOMBRE(S): \_\_\_\_\_ APELLIDOS: \_\_\_\_\_

TÍTULO DEL TRABAJO (TESIS): DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA UNA TURBINA HIDRÁULICA TIPO FRANCIS.

En este trabajo se realizó el diseño de un sistema de control para el modelo matemático implementando en la herramienta computacional Simulink de una turbina hidráulica tipo Francis con una velocidad nominal de 300 RPM, se indagó sobre la estabilidad en la respuesta de velocidad de la máquina antes perturbaciones del 20 y 50 % de pérdida de carga como salida de la actuación de un controlador tradicional y un controlador inteligente, los métodos de sintonización del controlador utilizados fueron Nichols y Ziegler, Smith y regresión computacional de la respuesta del modelo en NNTOOL de un controlador PI, demostrando que la solución para la regulación de la velocidad en la turbina Francis fue un controlador tipo PID con características de un tiempo de estabilización de 80s, y un sobre impulso del 9.3% al inicio de puesta en marcha del sistema, además de determinar que las constantes  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  poseen valores de 0.4053, 0.0338 y 1.2158 respectivamente. Además, que el error en estado estacionario es igual al 0%, todas estas características del sistema de control, así como su acción, están dentro del funcionamiento normal de un sistema de generación con base en una turbina tipo Francis.

PALABRAS CLAVES: Hidroeléctrica, Turbina, Francis, Control, Sostenible.

CARACTERÍSTICAS:

PÁGINAS: 138 PLANOS: \_\_\_\_\_ ILUSTRACIONES: \_\_\_\_\_ CD ROOM: \_\_\_\_\_

DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA UNA TURBINA HIDRAÚLICA TIPO  
FRANCIS

ALVARO FERNEY ALGARRA RINCÓN

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERÍA

PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA

2022

DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA UNA TURBINA HIDRAULICA TIPO  
FRANCIS

PROYECTO DE GRADO PARA OPTAR AL TÍTULO DE INGENIERO  
ELECTROMECAÁNICO

ALVARO FERNEY ALGARRA RINCÓN

Director

M.s.C. I.E JOSÉ RICARDO BERMÚDEZ SANTAELLA

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA

2022

**ACTA DE SUSTENTACIÓN PROYECTO DE GRADO  
MODALIDAD INVESTIGATIVO**

**FECHA:** 24 de agosto del 2022

**HORA:** 4:00 p.m

**LUGAR:** Sala del Departamento de Electrónica

**PLAN DE ESTUDIOS:** INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA

**TITULO DEL TRABAJO DE GRADO:** "DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL  
PARA UNA TURBINA HIDRÁULICA TIPO FRANCIS"

**JURADOS** Phs: FRANCISCO ERNESTO MORENO GARCÍA  
Mg: NORBEY CHINCHILLA HERRERA

**DIRECTOR:** Mg: JOSE RICARDO BERMUDEZ SANTAELLA

**MERITORIA**

<b>NOMBRE DEL ESTUDIANTE:</b>	<b>CÓDIGO</b>	<b>CALIFICACION</b>
ÁLVARO FERNEY ALGARRA RINCÓN	1091364	4.6

**FIRMA DE LOS JURADOS:**





**VOBO. COORDINADOR COMITÉ CURRICULAR**



Magister C.é.

## **DEDICATORIA**

*A mis padres, en especial a mi madre Alcira Rincon,*

*Por enseñarme a creer en lo imposible, apoyarme en todos mis proyectos y demostrarme que siempre se puede empezar de nuevo con el propicio de fortalecernos, por brindarme comprensión y fortalece en los tiempos difíciles.*

*A mi hermana Erika Algarra,*

*Por su apoyo incondicional en todos mis objetivos de vida y dedicar el tiempo suficiente a los compromisos de vida fundamentales, y brindarme un espacio en donde poder avanzar en mi desarrollo personal y profesional.*

*A todas y cada una de las personas,*

*Que, con una parte de su conocimiento y tiempo, aportaron un pequeño empuje para estar cumpliendo una de muchas metas que alguna vez siendo joven me planteé para mi vida.*

## AGRADECIMIENTOS

*A mis padres putativos Yolanda y Alfonso,*

*Por sus enseñanzas de vida, su empuje y apoyo en la construcción de mi modelo de vida, por aconsejarme y brindarme un según hogar en mi crecimiento académico y personal, por desearme éxitos en mis metas.*

*Al MSc. Ing José Ricardo Bermúdez Santaella*

*Por ser un gran mentor y amigo, por sus constantes retos y la confianza de creer que lo podía lograr, por su motivación y disposición a escuchar mis dudas, y responderlas con gran facilidad, mil gracias.*

*Al MEng. Cristian Leonardo Tarazona Celis,*

*Por ser además de un gran profesor un amigo, dispuesto a brindarme su colaboración en todas las ocurrencias y dudas durante mi formación profesional, a todos los profesores que impartieron conocimientos de vida les estaré eternamente agradecidos.*

*A mis compañeros de del grupo de investigación GIDPI, y el semillero de investigación SEMCI, por brindarme su amistad sincera, apoyo y compromiso de crecimiento espiritual y profesional mutuo, importantes para el desarrollo de este proyecto.*

## Tabla de Contenido

Introducción	15
Ingeniería Conceptual	16
1. Descripción del problema	17
1.1.Titulo	17
1.2.Planteamiento del problema	17
1.3.Objetivos	18
1.3.1. Objetivo general	18
1.3.2. Objetivos específicos	18
1.4.Formulación del problema	19
1.5.Justificación	19
1.6.Alcances y delimitaciones	20
1.6.1. Alcances	20
1.6.2. Delimitaciones	20
1.6.2.1.Delimitación temporal.	20
1.6.2.2.Delimitación conceptual.	20
2. Marco Referencial	21
2.1.Antecedentes	21
2.1.1. Antecedentes internacionales	21
2.1.2. Antecedentes nacionales	23
2.2.Marco teórico	25
2.2.1. Central hidroeléctrica	25

2.2.1.1.Tipo de embalse.	25
2.2.1.1.1. Centrales de agua fluyente.	25
2.2.1.1.2. Centrales de agua embalsada.	25
2.2.1.1.3. Centrales de acumulación por bombeo.	26
2.2.1.2. Potencia.	26
2.2.1.2.1. Pequeñas centrales hidroeléctricas.	26
2.2.1.2.2. Centrales de gran potencia.	27
2.2.2. Turbina hidráulica	27
2.2.2.1.Máquinas radiales.	27
2.2.2.2.Máquinas axiales.	27
2.2.2.3.Máquinas mixtas.	27
2.2.3. Turbina Francis	27
2.2.3.1.Estructura de la turbina Francis.	28
2.2.4. Gobernador de turbina Francis	29
2.2.5. Estrategias de control.	30
2.2.5.1.Control clásico.	30
2.2.5.2.Control adaptativo.	31
2.2.5.3.Control inteligente.	32
2.3.Marco conceptual	33
3. Diseño metodológico	34
3.1.Tipo de investigación	34
3.2.Actividades y metodología	35



3.3.Técnica de recolección de datos	36
Ingeniería Básica	37
4. Modelamiento matemático	38
4.1.Revisión de literatura	38
4.2.Criterios de selección del modelo matemático	40
4.3.Consideraciones generales	41
4.4.Nomenclatura del modelo matemático	42
4.5.Ecuaciones del modelo matemático de la planta	45
4.6.Parámetros calculados para el modelo matemático de la planta	48
4.6.1. Tiempo de inicio del agua del túnel	49
4.6.2. Pérdidas en túnel	50
4.6.2.1.Ecuación de Darcy – Weisbach.	50
4.6.2.2.Factor de fricción.	50
4.6.2.3.Reynolds para tuberías rectas y circulares.	51
4.6.2.4.Principio de continuidad.	51
4.6.2.5.Coeficiente de pérdidas para cada sección de tuberías.	52
4.6.3. Pérdidas en tubería forzada	53
4.6.4. Constante de almacenamiento del tanque de compensación	54
4.6.5. Constante de tiempo elástico de la tubería forzada	55
4.6.6. Impedancia de compensación hidráulica de la tubería forzada	57
4.6.7. Apertura de alabes móviles	57
4.6.8. Momento de inercia	58

4.6.8.1.Constante de inercia.	58
4.6.8.2.Velocidad de sincronismo.	58
4.6.8.3.Velocidad angular.	59
4.6.9. Balance de torque	60
4.6.9.1.Potencia mecánica.	60
4.6.10. Torque electromagnético	62
4.6.11. Ajuste del flujo sin carga	62
4.7.Ecuaciones del modelo matemático del transmisor de velocidad	64
4.8.Ecuaciones del modelo matemático del servomecanismo	64
5. Implementación del modelo matemático	66
5.1.Modelo matemático en Simulink	66
5.2.Estimulación de la planta en lazo abierto	70
6. Diseño del sistema de control de velocidad para la turbina hidráulica tipo Francis	75
6.1.Sistema de control en lazo cerrado	75
6.1.1. Punto de referencia	76
6.1.2. Configuraciones del controlador	77
6.1.3. Servomecanismo	78
6.1.4. Planta	79
6.1.5. Transmisor	79
6.2.Sintonización de controladores	79
6.2.1. Método de ganancia máxima	80
6.2.2. Curva de reacción	91

6.2.3. Toolbox PID Tuner	93
6.2.4. Sintonización experimental	100
6.3.Comparativa de controladores	115
7. Recursos financieros	120
8. Conclusiones	122
9. Recomendaciones	125
10. Referencias	126
11. Anexos	131

## Lista de Figuras

Figura 1. Esquema de una central hidroeléctrica típica.	25
Figura 2. Estructura de la turbina Francis.	28
Figura 3. Sistema básico de control del gobernador	30
Figura 4. Control PID de una planta	31
Figura 5. Esquema de los conductos de la central hidroeléctrica	45
Figura 6. Sistema de ecuaciones implementadas en Matlab/Simulink 2021a	66
Figura 7. Conducto compuerta-túnel-tanque de compensación	67
Figura 8. Tanque de compensación	67
Figura 9. Turbina Francis	68
Figura 10. Inercia del transporte en la tubería forzada debido al efecto de ariete	68
Figura 11. Balance de torque en el eje de rotación turbina-generador	69
Figura 12. Pérdidas de energía en el intercambio de potencia en el eje	69
Figura 13. Evaluación de la apertura de alabes móviles	71
Figura 14. Estabilidad de la velocidad en la turbina Francis	72
Figura 15. Respuesta del proceso a entrada de escalón	74
Figura 16. Sistema de control de velocidad de la turbina	76
Figura 17. Evaluación de la ganancia máxima	81
Figura 18. Evaluación del comportamiento oscilatorio	82
Figura 19. Herramienta de medición y búsqueda de picos	83
Figura 20. Modelo matemático del controlador implementado en Simulink	86
Figura 21. Respuesta del proceso y comparativa de los controladores según Smith	87
Figura 22. Respuesta del proceso y comparativa de los controladores según Gaviño	88
Figura 23. Respuesta del proceso con variantes PID iniciales y reducidas	89
Figura 24. Acción del sistema de control ante perturbaciones de rechazo de carga	90
Figura 25. Parámetros de tiempo característico de la curva de reacción	92
Figura 26. Respuesta del proceso ante las variantes del controlador sintonizado	93
Figura 27. Interfaz de usuario para sintonización de controladores del PID Tuner	94

Figura 28. Parámetros de la acción del controlador sintonizado sobre el proceso	96
Figura 29. Respuesta del proceso ante las variantes del controlador sintonizado en Toolbox	97
Figura 30. Verificación de la recuperación de velocidad del eje turbina/generador	99
Figura 31. Verificación de la respuesta del controlador a condiciones de velocidad	100
Figura 32. Respuesta del proceso frente a reducciones iniciales de las constantes del controlador	101
Figura 33. Respuesta del proceso a diferentes reducciones de las constantes del controlador	102
Figura 34. Comportamiento de los diferentes controladores implementados al proceso de estabilización de la velocidad	104
Figura 35. Respuesta del proceso frente a los aumentos de la constante $K_d$ del controlador	105
Figura 36. Respuesta del controlador frente a los aumentos de la constante $K_d$ del controlador	106
Figura 37. Respuesta del proceso frente a los disturbios generados por pérdida de carga	108
Figura 38. Respuesta del controlador frente a los disturbios generados por pérdida de carga	109
Figura 39. Respuesta del proceso frente al cambio de SP de 300 a 270	110
Figura 40. Respuesta del controlador frente al cambio de SP de 300 a 270	111
Figura 41. Respuesta del proceso frente al cambio de SP de 300 a 330	112
Figura 42. Respuesta del controlador frente al cambio de SP de 300 a 330	112
Figura 43. Respuesta del proceso a las configuraciones sobresalientes determinadas	113
Figura 44. Salida del controlador frente a las configuraciones sobresalientes determinadas	114
Figura 45. Método seleccionador para el proceso de comparación de la configuración del controlador en Simulink	116
Figura 46. Comparación de la respuesta del proceso con el SP por medio de Data Inspector	117
Figura 47. Efecto de pérdida de carga en el balance de Torques del eje turbina/generador	118

## Lista de Tablas

Tabla 1. Artículos científicos preseleccionados	39
Tabla 2. Análisis del cumplimiento de criterios	41
Tabla 3. Descripción de la simbología de variables físicas	42
Tabla 4. Parámetros del modelo matemático de la HEPP utilizados por Murat	44
Tabla 5. Velocidad del flujo sin carga suministrada por Murat y modificada	63
Tabla 6. Fórmulas para ajuste con ganancia ultima con asentamiento de un cuarto	84
Tabla 7. Método de sintonización Ziegler-Nichols con la ganancia ultima	84
Tabla 8. Sintonización de controladores mediante el método de Ziegler - Nichols	91
Tabla 9. Sintonización de controladores mediante Toolbox PID Tuner	95
Tabla 10. Parámetros obtenidos del sistema de control	98
Tabla 11. Presupuesto global	120
Tabla 12. Gastos en personal	120
Tabla 13. Gastos en equipos	121

## Introducción

En la actualidad, la energía eléctrica cumple un rol importante en el confort y la calidad de vida de una gran cantidad de seres vivos, siendo ésta a su vez utilizada y consumida por tecnologías de uso final. Sin embargo, en muchos casos la generación de la energía que impulsa los cambios en la humanidad ocasiona fuertes emisiones de gas de efecto invernadero (*GEI*), como el dióxido de carbono ( $CO_2$ ), principal causa del cambio climático y el deterioro ambiental en las últimas décadas (Li et al., 2020; Shiji et al., 2021).

Este proyecto se encuentra estructurado para la búsqueda de soluciones ante el cambio climático, a través de un componente de generación hidroeléctrica como lo son las turbinas tipo Francis, donde en ella se va a diseñar una estrategia de control, que se adapte y mejore el funcionamiento eficiente de éstas. Con esto se pretende contribuir a que la generación eléctrica sea asequible y sostenible en las zonas remotas que encuentran o no, interconectadas (ZNI) al sistema energético.

Por ende, este proyecto estipulará la utilización de herramientas computacionales confiables como Matlab/Simulink, para la simulación del funcionamiento y el diseño del sistema de control del gobernador de la turbina dentro del marco de las innovaciones más notables en el ámbito de la energía hidroeléctrica como las relacionadas con la operación de velocidad variable, incremento del rango operativo de las turbinas hidráulicas, eficiencia y estrategias de control, culminando con el análisis respectivo de las mejoras existentes de la aplicación de una determinada estrategia de control clásica con respecto a una moderna.

# **INGENIERÍA CONCEPTUAL**



## **1. Descripción del problema**

### **1.1. Título**

Diseño de un sistema de control para una turbina hidráulica tipo Francis.

### **1.2. Planteamiento del problema**

En Colombia, la energía hidroeléctrica tuvo sus inicios en 1900, desde entonces su desarrollo ha procurado proporcionar el suministro necesario para suplir la demanda creciente de sus regiones y en algunas ocasiones de sus países vecinos, a pesar de los múltiples altibajos del sector eléctrico que describe su historia (Arias-Gaviria et al., 2017). En la actualidad, la generación eléctrica del país se encuentra seccionada porcentualmente en un 68% a partir de la capacidad hidráulica, un 30% térmica y el restante de fuentes no convencionales de energía renovable según la Unidad de Planeación Minero-Energética (UPME, 2020).

Aunque la energía hidroeléctrica se considera una fuente limpia, en los países con economía de escala, las infraestructuras generan emisiones de GEI en los procesos de producción, debido a la descomposición del material orgánico depositado en los embalses de la presa, además del impacto ambiental y desplazamiento de comunidades en su construcción (Arias-Gaviria et al., 2017; Shiji et al., 2021). Para países que poseen un gran potencial hidráulico como Brasil, Colombia y Perú, representa un gran problema pasar una evaluación de energía hidroeléctrica verde y sostenible, si bien las centrales hidroeléctricas con embalses son la fuente principal para suplir la demanda eléctrica de estos países, son también las más afectas por el cambio climático y la disminución de sus afluentes (Caceres et al., 2021)

A pesar de los esfuerzos del sector eléctrico, en adoptar los modelos de planeación y diversificación de la matriz energética con energías renovables tales como; solar, eólica, biomasa entre otras, consignados en el Plan Nacional Energético 2020-2050, en la actualidad gran parte

de la generación del país se encuentra en manos de la energía hidráulica, ya sea con grandes centrales hidroeléctricas o termoeléctricas. Sin embargo, la energía hidroeléctrica es una tecnología renovable y madura, que con mejoras en las antiguas y nuevas instalaciones de las pequeñas centrales hidroeléctricas (PCH) cuya potencia es menor de 20MW, puede significar grandes cambios en la generación y el cubrimiento de energía para muchos sectores de la población colombiana (Arias-Gaviria et al., 2017)

Las innovaciones más notables en el ámbito de la energía hidroeléctrica son las relacionadas con la operación de velocidad variable, incremento del rango operativo de las turbinas hidráulicas, eficiencia, estrategias de control y con miras a la automatización avanzada (Kougias et al., 2019). Por esto se hace indispensable la investigación en la metodología para identificar las estrategias de control que permitan mejorar la eficiencia y el funcionamiento de las turbinas hidráulicas, puesto que el impacto generado en la construcción y funcionamiento de una PCH es muy inferior comparada con las centrales hidroeléctricas de embalse de presa, y la tecnología para implementarse en pequeñas estaciones es atractiva cuando se disminuye costos y se produce más.

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. *Objetivo general***

Diseñar un sistema de control para una turbina hidráulica tipo Francis.

#### **1.3.2. *Objetivos específicos***

- Seleccionar un modelo matemático existente, que sea representativo de la dinámica de la Turbina Francis dentro del sistema de generación eléctrica.
- Implantar el modelo matemático seleccionado por medio de Software diseñado para el estudio de los sistemas dinámicos.

- Validar los resultados del modelo matemático simulado, con los parámetros reales del funcionamiento de una Turbina Francis.
- Diseñar estrategias de control que se ajuste al comportamiento del modelo matemático simulado de la Turbina Francis.

#### **1.4. Formulación del problema**

A partir de la problemática mencionada anteriormente se puede establecer la siguiente pregunta:

*¿Cómo impacta el funcionamiento y la eficiencia de una turbina hidráulica tipo Francis, la utilización de una estrategia de control clásica o moderna?*

#### **1.5. Justificación**

En Colombia, se han construido más de 200 PCH's desde comienzos del siglo pasado, así mismo, se puede afirmar que la turbina Francis es el mecanismo característico de conversión del 45,68% de las 116 PCH's que se encuentran en actual funcionamiento (Arias-Gaviria et al., 2017; Felipe Gómez Vergara, 2020).

Teniendo presente que la UPME (2020) propone “Un cambio tanto en la forma en cómo y dónde se produce energía, en la manera en que se organiza el transporte y distribución de los energéticos y el modo y las formas como se consume”, se hace necesario incentivar la investigación en soluciones que permitan afrontar el cambio climático y los retos en la planeación energética del país.

A partir de esta visión, la relevancia de esta investigación radica tanto en la contribución de una estrategia para buscar el desarrollo sostenible de las PCH's, por medio del análisis de los

efectos en el rendimiento de la turbina ocasionados por la implantación de un algoritmo de control en el sistema que acciona el gobernador de la máquina hidráulica, y la propuesta para que esta metodología se pueda utilizar en zonas aisladas que disponen del recurso hídrico, pero no de energía eléctrica. Además de incentivar y afianzar las líneas de investigación de control y energía del programa de ingeniería electromecánica de la Universidad Francisco de Paula Santander (UFPS).

## **1.6. Alcances y delimitaciones**

### **1.6.1. Alcances**

Este proyecto utilizará una metodología para determinar la estrategia de control, que contribuya al rendimiento de una turbina hidráulica tipo Francis en el proceso de conversión de energía, por medio de la utilización del software Matlab/Simulink.

### **1.6.2. Delimitaciones**

#### **1.6.2.1. Delimitación temporal.**

La duración de este proyecto de investigación se estipula en un periodo de 8 meses, a partir de la aprobación del comité curricular de ingeniería electromecánica de la Universidad Francisco de Paula Santander.

#### **1.6.2.2. Delimitación conceptual.**

- Central hidroeléctrica
- Turbina Hidráulica
- Estrategias de Control

## 2. Marco referencial

En este apartado, se definen los conceptos relevantes para el desarrollo de este proyecto investigativo, para clarificar las ideas que posteriormente serán mencionadas en los capítulos siguientes.

### 2.1. Antecedentes

En la realización de este proyecto de investigación titulado “Sistema de control para el modelo matemático de una turbina hidráulica tipo Francis”, es fundamental conocer los avances en las investigaciones

#### 2.1.1. Antecedentes internacionales

En la investigación realizada en el proyecto de renovación de una planta de energía hidroeléctrica (HEPP) de 40 años con una turbina Francis de 56 MW, titulada “Validación del modelo de central hidroeléctrica para estudios de desarrollo de reguladores de velocidad” expuesta por Murat et al. (2015), presentada en la *Conferencia internacional de 2015 sobre investigación y aplicaciones de energías renovables* en Palermo, Italia. Cuyo objetivo de estudio fue describir la derivación y validación del modelo de una planta de energía hidroeléctrica (HEPP) con una tubería larga, un tanque de compensación aguas arriba y una turbina Francis vertical.

La metodología del proyecto consistió en la implementación en el entorno Matlab / Simulink del modelo de la HEPP junto con las características no lineales de la turbina, el efecto de onda de propagación y la pértiga elástica, para posteriormente validar dicho modelo de HEPP, por medio de la comparación de los datos recopilados en campo de la Central Kadincik II y los resultados de la simulación.

Finalmente, en las conclusiones de su trabajo determinaron que el modelo validado puede ser utilizado para estudios de simulación de arranque y parada de la turbina, así como los casos de rechazo de carga e identificación de las características del regulador de velocidad.

Por su parte, en el laboratorio de mecánica de fluidos de la Universidad Al-Azhar, ubicado en el Cairo, Egipto. Se realizó la investigación “Control activo de turbina Francis de geometría variable” dirigida por Shanab et al. (2020), cuyo objetivo fue analizar las características del modelo de una central hidroeléctrica de turbina Francis.

El desarrollo y la mejora de las mediciones en el banco de pruebas se realizaron utilizando sensores en lugar de mediciones de parámetros manuales. Se creó un modelo de la turbina Francis en el software MATLAB y modelaron el sistema del gobernador usando un controlador PID, además se estudió de la respuesta dinámica del sistema del gobernador a las perturbaciones de carga en la turbina y diferentes diseños de ajuste para el controlador PID.

En esta investigación, el mejor resultado se obtuvo cuando el cambio en la velocidad se estabiliza y usando el valor de  $K_P=50$ ,  $K_I=45$  y  $K_D=10$  en los parámetros del controlador. Finalmente, se concluye que los algoritmos de control avanzados y modernos podrían seleccionarse para mejorar las propiedades de robustez del modelo hidroeléctrico basado en la capacidad de determinar los coeficientes de la turbina.

Por último, en el departamento de ingeniería de la Universidad de Ferrara, localizado en la ciudad de Ferrara, Italia. Se llevó a cabo la investigación sobre “Técnicas de control difuso aplicadas a sistemas de aerogeneradores y centrales hidroeléctricas” liderada por Simani et al. (2019), que se orientó en aplicar esquemas de control difuso validados en sistemas de aerogeneradores a centrales hidroeléctricas.

En el desarrollo de la investigación, se propuso diferentes técnicas de control que se basaban en enfoques difusos basados en datos implementados en Matlab/Simulink analizando sus actuaciones. Luego, la confiabilidad y robustez de estas soluciones también fueron verificadas y validadas con respecto a variaciones de parámetros de los modelos de planta y errores de medición, a través de la herramienta Monte-Carlo.

Los resultados obtenidos destacaron que los enfoques basados en datos, como los reguladores difusos, pudieron proporcionar buenos resultados de seguimiento, además de ser técnicas poderosas capaces de hacer frente a la incertidumbre, las perturbaciones y las condiciones de trabajo.

### **2.1.2. Antecedentes nacionales**

La investigación realizada en el departamento de ingeniería en energía eléctrica de la Universidad Tecnológica de Pereira. “Análisis de estabilidad y control basado en pasividad para sistemas de gobierno de turbinas hidráulicas”, dirigida por Gil-González et al. (2019) cuyo objeto de estudio fue el diseño de un controlador basado en la teoría de la pasividad que permita amortiguar las oscilaciones de baja frecuencia en el sistema de potencia.

El enfoque metodológico fue orientado al diseño del controlador considerando el modelo no lineal completo del sistema y garantizar la estabilidad asintótica global en el sentido de Lyapunov, usando un enfoque basado en sistemas de puerto Hamiltoniano. El sistema de potencia junto con el sistema de turbinas hidráulicas y las estrategias de control se implementan en MATLAB, donde se propusieron 4 escenarios para validar la robustez y la capacidad del control en pasividad.

Como conclusión de esta investigación con base en las simulaciones en los dominios del tiempo, lograron demostrar la robustez y el rendimiento adecuado de la metodología propuesta en diferentes condiciones operativas cuando se compara con los controladores clásicos. También se observó que, en el caso de disturbios, el uso de estrategias de control no lineales tiene ventajas en contraste con el sistema estabilizador de potencia ya que este sistema está típicamente sintonizado con un punto de operación particular.

Por su parte, el estudio realizado en el programa de ingeniería mecatrónica de la Universidad Piloto de Colombia, Bogotá. Titulado “Desarrollo de estrategias de control para incrementar la eficiencia de una PCH”, encabezada por Gordillo Agudelo et al. (2020), cuyo principal objetivo fue modelar y simular el comportamiento dinámico de una PCH con el fin de desarrollar estrategias de control para mejorar la eficiencia del sistema.

Para el desarrollo de su proyecto, emplearon la simulación de una pequeña central hidroeléctrica, mediante las ecuaciones características de la dinámica del modelo hidro cinético, así como el diseño de controladores con el software MATLAB.

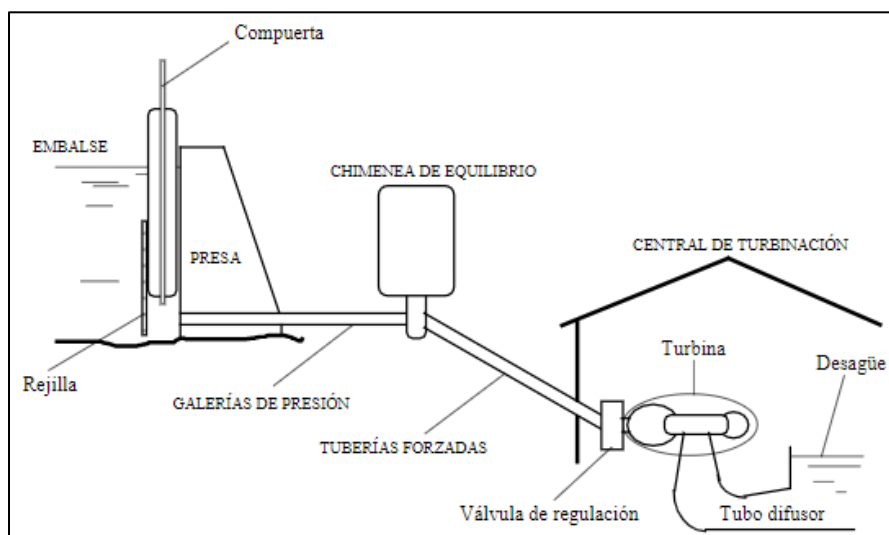
Como parte de sus conclusiones finales determinaron que, identificar las características relacionadas con el modelo matemático y su respuesta en cuanto al tiempo de establecimiento, valor esperado y sobrepicos; todo lo anterior, es indispensable en el momento de decidir el tipo de controlador que otorga una mayor eficiencia en cuanto a la producción energética, así mismo se estipula que, si se quiere que la simulación sea más apegada a la realidad se requiere del uso de un bloque de saturación, posteriormente a esto, en la investigación se pudo evidenciar un aumento de producción energético para cada tipo de controlador.



## 2.2. Marco teórico

### 2.2.1. Central hidroeléctrica

Es una instalación destinada al proceso de conversión de energía proveniente del flujo de agua, denominada hidráulica, en electricidad mediante un sistema turbina-generator (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016). Dependiendo del tipo de embalse y su potencia, se clasifican.



**Figura 1.** Esquema de una central hidroeléctrica típica

*Nota.* La figura muestra la disposición de los distintos elementos hidráulicos presentes en una central hidroeléctrica clásica. Francis. Fuente: (Zamora Parra & Viedma Robles, 2016).

#### 2.2.1.1. Tipo de embalse.

**2.2.1.1.1. Centrales de agua fluyente.** No poseen un embalse, son características por utilizar el cauce normal o un canal de desvío del río, debido a que poseen gran caudal y poca altura, por ende, no contienen ninguna reserva de agua (Mataix, 1993; Zamora Parra & Viedma Robles, 2016).

**2.2.1.1.2. Centrales de agua embalsada.** Son los más representativos de las centrales hidroeléctricas de gran potencia, poseen un muro de contención (presa) que permite

acumular y regular el agua del río, generando lagos artificiales (embalse). El agua es transportada a la casa de turbinas por medio de la tubería forzada, que proporciona una gran sección transversal para disminuir las pérdidas de energía por fricción y mantener el agua a presión (Mataix, 1993).

**2.2.1.1.3. Centrales de acumulación por bombeo.** Suelen acumular agua por medio de bombeo desde un embalse de bajo nivel a zonas de alto nivel, esta operación suele realizarse en horas nocturnas o de baja demanda de energía. La principal garantía es la utilización de la energía sobrante de la red, y su acumulación en energía potencial.

**2.2.1.2. Potencia.** La capacidad de transformar la energía de flujo (cinética-potencial) en energía mecánica, está determinada por las características propias del recurso hídrico, por lo cual, dicha caracterización se estipula en la potencia hidráulica útil definida por:

$$P_u = \rho g Q H = \gamma Q H \quad (1)$$

**Donde,**

$P_u$  = Potencia útil turbinada.

$\rho$  = Densidad del fluido.

$g$  = Aceleración de la gravedad.

$\gamma$  = Peso específico del fluido.

$Q$  = Caudal.

$H$  = Salto geodésico o Altura.

**2.2.1.2.1. Pequeñas centrales hidroeléctricas (PCH).** Según la UPME en adopción de la definición establecida por la Agencia Internacional de Energía (IEA, por sus siglas inglés) se

refiere a las instalaciones con capacidad de generación menor o igual a 20 MegaWatts(MW) (Arias-Gaviria et al., 2017).

**2.2.1.2.2. Centrales de gran potencia.** Son los proyectos de infraestructura destinados a la generación eléctrica con potencia mayor a 20MW, que pueden utilizar embalse o no.

### **2.2.2. Turbina Hidráulica**

Es una máquina de fluidos motora que es capaz de intercambiar energía mecánica con el fluido cuya compresibilidad es despreciable que está circulando a través de él, su rodete o rotor es el elemento principal donde se lleva a cabo el intercambio de energía(Zamora Parra & Viedma Robles, 2016). Según el modo en que el fluido atraviesa se pueden clasificar en:

**2.2.2.1. Máquinas radiales:** Las partículas del fluido están contenidas en planos perpendiculares al eje, como ocurren en las turbinas centrípetas.

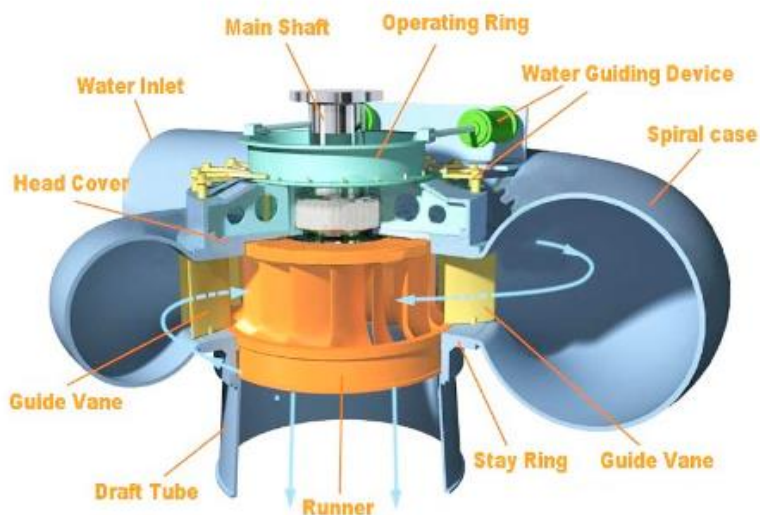
**2.2.2.2. Máquinas axiales:** Las líneas de corriente del fluido se encuentran en superficies de revolución paralelas al eje, como cilíndricas.

**2.2.2.3. Máquinas mixtas:** Las partículas del fluido son contenidas en superficies de revolución no cilíndricas, por lo que se alejan del eje, a la vez que tienen una componente importante paralela a dicho eje.

### **2.2.3. Turbina Francis**

Es una máquina hidráulica capaz de convertir la energía cinética-potencial del agua en energía mecánica, mediante el movimiento rotacional del rodete (Vytvytskyi & Lie, 2018). Estas son diseñadas para operar en amplios rangos de condiciones de caudal y altura, con el objetivo de ajustar la potencia de salida con base en la demanda energética y disponibilidad del recurso hídrico (Gomes Pereira et al., 2018).

### 2.2.3.1. Estructura de la turbina Francis.



**Figura 2.** Estructura de la turbina Francis

*Nota.* La figura muestra las principales partes que componen una turbina hidráulica tipo Francis.  
Fuente: (Vytvytskyi & Lie, 2018).

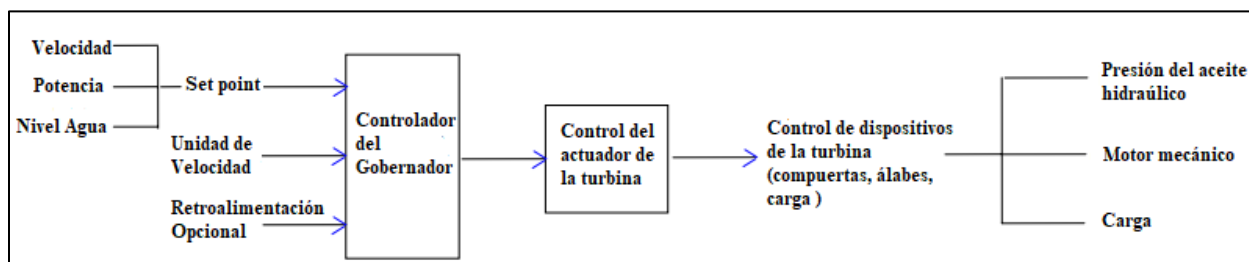
- **Eje principal (Main Shaft):** mecanismo acoplado al generador destinado a la transmisión de potencia mecánica.
- **Anillo de operación (Operating Ring):** dispositivo mecánico que soporta las bielas del sistema de alabes móviles.
- **Dispositivo guía del agua (Water Guiding Device):** sistema compuesto por las bielas de los alabes móviles y el cilindro embolo de simple efecto, encargado de ajustar el ángulo de entrada del caudal al rodete.
- **Cámara espiral (Spiral Case):** conducto en forma de espiral, encargado de proporcionar una velocidad y caudal uniforme en la entrada del rodete.

- **Álabe móvil (Guide Vane):** Es la paleta curva de la turbina, cuya abertura permite el paso del agua al tubo de aspiración, y recibe el impulso proveniente del caudal que ocasiona la rotación del eje principal.
- **Anillo de soporte (Stay Ring):** Junta metálica donde se une la cámara espiral con el tubo de aspiración o descarga.
- **Rodete (Runner):** Es el responsable de intercambio de energía de presión a mecánica, contiene el conjunto de alabes orientables que proporcionan la transmisión del impulso inercial del agua al eje de rotación.
- **Tubo de descarga (Draft Tube):** Elemento hidráulico encargado de restituir la presión normal del agua a la salida de la turbina para evitar el fenómeno de cavitación y vibraciones.
- **Cubierta superior (Head Cover):** Junta metálica donde se une la cámara espiral con el sistema de orientación de los álabes.

#### **2.2.4. Gobernador de turbina Francis**

Es el encargo de ajustar la posición del mecanismo de entrada del fluido a la turbina para controlar la potencia mecánica de salida del eje de la máquina, también monitorea la velocidad del rotor que suele usarse como señal de retroalimentación y de esa forma controla el balance de la potencia mecánica de la turbina y la potencia eléctrica entregada al sistema por el generador (Flores Verduzco & Morones López, 2001).

Los sistemas del gobernador suelen incluir los sensores de velocidad, actuadores de control del gobernador, sistema de suministro de presión hidráulica y servomotores de control de la turbina, es el responsable de tomar la acción de control de la operación de los dispositivos de carga y descarga de acuerdo con la desviación del set point (Thapar, 2002).



**Figura 3.** Sistema básico de control del gobernador

*Nota.* La figura muestra las principales partes que componen un sistema de regulación de una turbina. Fuente:(Thapar, 2002)

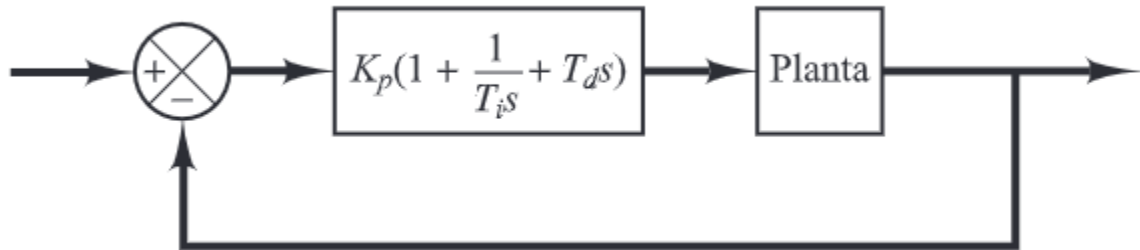
### 2.2.5. Estrategias de control

Son las técnicas o metodologías aplicadas a los modelos matemáticos o datos experimentales que representan la dinámica de un proceso determinado, que permiten regular o poner la operación de un sistema en un punto previamente definido. Existen diferentes enfoques para controlar un sistema, y de ello depende la utilización de un determinado algoritmo que puede ser del tipo:

**2.2.5.1. Control clásico.** Suelen utilizar algoritmos con estructuras sencillas como redes de atraso o adelanto, en la mayoría de los casos suelen usarse reguladores de tipo proporcional-integrativo-derivativo (PID), el diseño de estos controladores se basa en análisis frecuenciales y la continua utilización de los diagramas de Bode (Regalón Anias et al., 2012).

Los procesos para seleccionar los parámetros del controlador para que cumpla ciertas condiciones de comportamiento se denomina sintonización, para el caso de los controladores

PID se suelen usar las reglas de Ziegler y Nichols (dar los valores  $K_p$ ,  $T_i$  y  $T_d$ ) basándose en las respuestas del escalón experimental sobre el modelo de la planta, con ello se puede determinar el punto de partida de las especificaciones del controlador para operar en régimen transitorio y estacionario del sistema de lazo cerrado (Ogata, 2010).



**Figura 4.** Control PID de una planta

*Nota.* La figura muestra el control PID de lazo retroalimentado aplicado al modelo de una planta conocida. Fuente: (Ogata, 2010).

**2.2.5.2. Control adaptativo.** Dichos reguladores poseen la cualidad de modificar su operación a cambios en la dinámica del proceso o ante perturbaciones, una de las técnicas más utilizadas son las basadas en un modelo de referencia, ya que es ideal para estabilizar las características dinámicas de un sistema retroalimentado ante variaciones de parámetros (Regalón Anias et al., 2012).

Los modelos de referencia tienen como objetivo especificar la respuesta deseada que debe tener el sistema ajustable, por su parte el comportamiento de las entradas y sus estados determinan el índice de desempeño, y junto con el mecanismo de adaptación cuya función es minimizar un funcional de la diferencia entre la salida y el modelo de referencia; éste último es el encargado de variar los parámetros del sistema ajustable.

**2.2.5.3. Control inteligente.** Se basa en técnicas de inteligencia artificial que permiten abordar problemas de control difíciles de resolver con los métodos clásicos, dentro de las problemáticas que se incluyen se encuentran los comportamientos impredecibles ocasionados por las fallas de los sistemas a controlar (Galán et al., 2000). Dentro de las técnicas básicas utilizadas en este campo destacan:

- **Sistemas Expertos:** En este tipo de sistemas el conocimiento del funcionamiento se obtiene de un experto humano, donde se recopila información sobre las reglas de interpretación del estado del proceso y las reglas para determinar las acciones del actuador.
- **Lógica Difusa:** Utiliza técnicas para manejar la imprecisión, también es una alternativa al control adaptativo, predictivo o algunos que utilicen una incertidumbre, por ende, la reglamentación de las acciones se basa en la experiencia del operador del proceso.
- **Redes Neuronales:** Son utilizadas en el control por su capacidad de aprender el comportamiento no lineal de las variables a controlar, dicha capacidad se puede utilizar para diseñar sistemas de simulación, identificación o control. Permite realizar procesamiento de información a nivel local y estipular una salida con base a las variables actuales y de memoria.
- **Algoritmos Genéticos:** Poseen la particularidad de la depuración de las reglas bases que fueron determinadas inicialmente, debido a la característica de evolucionar con base en su entorno, además usan reglas buenas para crear nuevos individuos que repliquen su comportamiento y obtener información para el sistema de inferencia, con lo cual pretende obtener mejores resultados.



### 2.3. Marco conceptual

- Central hidroeléctrica: Es una instalación destinada al proceso de conversión de energía proveniente del flujo de agua, denominada hidráulica, en electricidad mediante un sistema turbina-generador
- Turbina Francis: Es una máquina hidráulica capaz de convertir la energía cinética-potencial del agua en energía mecánica, mediante el movimiento rotacional del rodete
- Gobernador: Es el encargo de ajustar la posición del mecanismo de entrada del fluido a la turbina para controlar la potencia mecánica de salida del eje de la máquina
- Estrategia de control: Es la técnica o metodología aplicada a los modelos matemáticos o datos experimentales que representan la dinámica de un proceso determinado, que permiten regular o poner la operación de un sistema en un punto previamente definido
- Rendimiento hidráulico: se puede definir como el cociente entre la potencia útil extraída por el rotor del fluido y la neta disponible.
- Eficiencia: se suele definir como la relación de la razón de la energía útil que se extrae del fluido y la energía bruta total.
- Estabilidad: Es la capacidad de un sistema dinámico de mantener la salida en el mismo estado ante la presencia de perturbaciones.

### 3. Diseño metodológico

#### 3.1. Tipo de investigación

El proyecto de investigación tendrá un enfoque enmarcado en un estudio descriptivo, el cual según Abreu, (2012) lo define como un estudio que puede emplear varios métodos de análisis para determinar las correlaciones existentes entre las variables, y en ocasiones va más allá de la descripción con el fin de sacar conclusiones.

Con respecto a lo anterior y ampliando el concepto de este estudio, se puede afirmar que además de emplear métodos de análisis de correlaciones, también busca establecer la estructura y comportamiento del fenómeno, así como la descripción de las tendencias con bases en los resultados obtenidos dentro de la investigación(Gallardo Echenique, 2017, p. 53).

Con base en lo anterior, se puede constatar que el concepto de estudio descriptivo se ajusta al tipo de investigación que se pretende realizar, analizando la influencia de los algoritmos de control sobre el modelo matemático de la turbina Francis y el comportamiento del rendimiento en su operación dentro del modelo de central hidroeléctrica.

Por lo tanto, estableciendo la pregunta de investigación y con el estudio descriptivo que responde a los interrogantes que contienen un quién, que, cuando, donde y como, se puede establecer si un determinado algoritmo de control puede ajustar en buena proporción el comportamiento de una turbina Francis con respecto a condiciones donde no se suelen utilizar, brindando información relevante a la UFPS sobre el contexto del funcionamiento de las turbinas hidráulicas y su capacidad de generación eléctrica bajo determinadas condiciones de operación.

### 3.2. Actividades y metodología

Para el desarrollo de este proyecto, enmarcado en el cumplimiento de los objetivos específicos planteados, se organizan las siguientes actividades:

- Utilizar un modelo matemático existente representativo de la dinámica de la Turbina Francis dentro del sistema de generación eléctrica.

**Actividad:** Realizar una revisión de la literatura, con el objetivo de detectar, consultar y obtener modelos matemáticos sobre el funcionamiento de la turbina Francis en un sistema de generación.

**Metodología:** Se indagará en bases de datos especializadas, la información contenida en artículos y textos científicos, trabajos de grado y disertaciones que permitan comparar los diversos modelos matemáticos existentes con el objeto de seleccionar el más conveniente para el desarrollo de la investigación.

- Implantar el modelo matemático seleccionado por medio de Software diseñado para el estudio de los sistemas dinámicos.

**Actividad:** Implantar las ecuaciones del modelo matemático seleccionado a la interfaz de simulación del software MATLAB.

**Metodología:** Determinar los parámetros utilizados por el modelo matemático que representan las características de la turbina Francis. Configurar los parámetros y magnitud de las variables dentro del software que permitan dimensionar adecuadamente los resultados de las simulaciones.

- Validar los resultados del modelo matemático simulado, con los parámetros reales del funcionamiento de una Turbina Francis.

**Actividad:** Comparar los resultados obtenidos de las simulaciones con el comportamiento de una turbina Francis ubicada dentro de un modelo validado experimentalmente.

**Metodología:** Obtener las gráficas relacionadas con la velocidad y potencia de la turbina hidráulica variando las condiciones de funcionamiento, así como determinar los datos del comportamiento del modelo simulado y extrapolar los parámetros de las gráficas del modelo validado.

- Diseñar estrategias de control que se ajuste al comportamiento del modelo matemático simulado de la Turbina Francis.

**Actividad:** Establecer los parámetros del sistema de control para el modelo de la turbina hidráulica.

**Metodología:** Desarrollar las diversas estrategias de control utilizando los Toolbox existentes en la herramienta Matlab/Simulink, según las metodologías para el diseño de controladores.

### 3.3. Técnica de recolección de datos

**Fuentes:** para el desarrollo de proyecto de investigación se contará con los textos educativos y artículos científicos que se pueden encontrar en las bases de datos que tiene acceso por medio de la Biblioteca Eduardo Cote Lamus de la Universidad Francisco de Paula Santander, así mismo con los trabajos de grados disponibles en los repositorios institucionales de las universidades nacionales e internacionales relacionados con los sistemas y algoritmos de control utilizados en las turbinas hidráulicas más específicamente la Francis.

# **INGENIERÍA BÁSICA**

## 4. MODELAMIENTO MATEMÁTICO

### Introducción

El modelo matemático es esencial y parte fundamental dentro de las estrategias destinadas a conocer de forma aproximada la dinámica de los fenómenos acontecidos en la realidad, ya sea producto de la naturaleza o la actividad humana por medio de las relaciones existentes en los postulados matemáticos como resultados del razonamiento lógico y científico a través de la historia humana.

La importancia del modelo matemático en este proyecto reside en la necesidad de recrear la dinámica de la turbina hidráulica tipo Francis, como punto de partida para analizar el comportamiento de una pequeña central hidroeléctrica (PCH) en la generación de energía, por medio de simulaciones en Matlab/Simulink que nos aporten resultados analíticos que son indispensables para diseñar un sistema de control eficiente e idóneo, para implementarse en prototipos reales de PCH's que con un adecuado refinamiento de los parámetros del sistema, ofrezcan excelentes garantías de rendimiento y eficiencia en la generación eléctrica.

### 4.1. Revisión de literatura

Como parte del cumplimiento de los objetivos propuestos en este proyecto, se indagó en bases de datos especializadas como Scopus e IEEE Xplore, la información contenida en artículos y textos científicos, trabajos de grado y disertaciones que permitan comparar los diversos modelos matemáticos existentes con el objeto de seleccionar el más conveniente para el desarrollo de la investigación.

Por ende, se tabularon los artículos más sobresalientes en el modelado y simulación de turbinas hidráulicas en particular las de tipo Francis en una central hidroeléctrica.

**Tabla 1**

*Artículos científicos preseleccionados*

<b>Año</b>	<b>Título</b>	<b>Referencia</b>
2018	<b>Modelo mecanicista para turbinas Francis en Open Modelica</b>	(Vytvytskyi & Lie, 2018)
2018	<b>Simulación y discusión de modelos para simulaciones de turbinas hidráulicas Francis.</b>	(Storli & Nielsen, 2018)
2017	<b>Modelo de turbina hidráulica basado en la física para estudios de dinámica de sistemas.</b>	(Giosio et al., 2017)
2016	<b>Modelo matemático de turbinas Francis para pequeñas centrales hidroeléctricas.</b>	(Diyorov et al., 2016)
2015	<b>Validación del modelo de central hidroeléctrica para estudios de desarrollo de reguladores de velocidad.</b>	(Murat et al., 2015)
2009	<b>Estudio sobre modelo dinámico no lineal y estrategia de control de procesos transitorios en central hidroeléctrica con turbina Francis.</b>	(Bao et al., 2009)
2008	<b>Herramienta básica de modelado y simulación para el análisis de transitorios hidráulicos en centrales hidroeléctricas.</b>	(Hongqing Fang et al., 2008)

#### 4.2. Criterios de selección del modelo matemático

Para la selección del modelo, se definieron 4 criterios, los cuales permitieron en función de las limitaciones y las circunstancias en el que se desarrolló el proyecto, lograr demostrar una confianza en los procedimientos aplicados posteriormente al modelo matemático y orientar al cumplimiento de los objetivos propuestos, por su parte los criterios son:

- Orientado a la aplicación en turbinas Francis. **Criterio 1**
- Descripción de ecuaciones y metodología empleada. **Criterio 2**
- Realización de simulaciones en software y análisis de dichos resultados. **Criterio 3**
- Verificación del modelo matemático con información experimental y conclusiones acertadas con objetivos. **Criterio 4**

El respectivo análisis de los artículos preseleccionados se consolidó en la **tabla 1.1**, donde se puede verificar si cumple los criterios expuestos anteriormente, teniendo presente la convención definida para la calificación:

- Cumple criterio: **(X)**
- Cumple parcialmente criterio: **(-)**
- No cumple criterio: **(O)**



**Tabla 2***Análisis del cumplimiento de criterios*

Referencia	Criterio 1	Criterio 2	Criterio 3	Criterio 4
(Vytvytskyi & Lie, 2018)	X	X	X	O
(Storli & Nielsen, 2018)	X	X	-	-
(Giosio et al., 2017)	X	-	-	X
(Diyorov et al., 2016)	X	X	X	O
(Murat et al., 2015)	-	X	X	X
(Bao et al., 2009)	X	-	-	O
(Hongqing Fang et al., 2008)	-	-	-	O

Con base en la aplicación del filtro de criterios expuestos tabla 2, se pudo establecer que, el modelo matemático que se ajustaba a los requerimientos del proyecto era el expuesto por (Murat et al., 2015).

#### 4.3. Consideraciones generales

- El fluido de trabajo es agua con densidad constante.
- El intercambio de energía es unidireccional y va desde el fluido hacía la máquina.
- El estudio se centrará sobre el comportamiento de la velocidad de rotación de la turbina.

#### 4.4. Nomenclatura del modelo matemático

Es necesario definir el significado de las variables presentes en las distintas ecuaciones que describe los fenómenos físicos que suceden en la infraestructura de generación a partir de un saldo geodésico y una turbina hidráulica.

**Tabla 3**

*Descripción de la simbología de variables físicas*

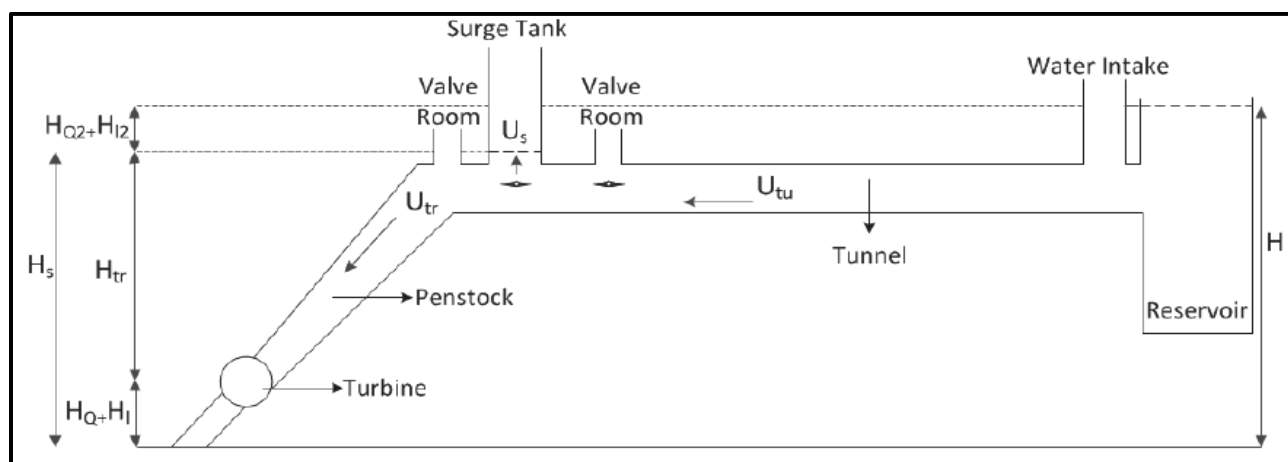
<b>Símbolo</b>	<b>Definición</b>	<b>Unidades en SI</b>
$\rho$	Densidad del agua	$\frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$
$H$	Nivel del reservatorio	<b>m</b>
$H_s$	Nivel del tanque de compensación	<b>m</b>
$H_{l2}$	Pérdidas en túnel	<b>m</b>
$U_{tu}$	Velocidad del agua en el túnel	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$C_s$	Constante de almacenamiento del tanque de compensación.	<b>s</b>
$U_s$	Velocidad del agua en el tanque de compensación.	$\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$
$H_{tr}$	Altura de la turbina	<b>m</b>
$H_l$	Pérdidas en la tubería forzada	<b>m</b>
$H_Q$	Pérdidas	<b>m</b>
$Z_p$	Impedancia hidráulica del tanque de compensación.	<b>s</b>
$T_{ep}$	Tiempo elástico de la tubería forzada	<b>s</b>
$T_{WC}$	Tiempo de inicio del agua en túnel	<b>s</b>
$G$	Apertura de los álabes móviles	<b>p.u</b>

$P_{\text{mech}}$	Potencia mecánica	W
$U_{\text{NL}}$	Velocidad	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$
$T_{\text{mech}}$	Torque mecánico	Nm
$\omega_m$	Velocidad angular mecánica	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$J$	Momento inercial	$\text{Kg} * \text{m}^2$
$T_e$	Torque electromagnético	Nm
$H$	Constante inercial	$\frac{\text{kWs}}{\text{kVA}}$
$\omega_{m0}$	Velocidad angular nominal	$\frac{\text{rad}}{\text{s}}$
$VA$	Potencia nominal	VA
$n$	Velocidad rotacional nominal	rpm
$(GD)^2$	Efecto volante del generador	$\text{Ton} * \text{m}^2$
$V$	Volumen	$\text{m}^3$
$D$	Diámetro	m
$f$	Frecuencia	Hz
$A$	Área	$\text{m}^2$
$Q$	Caudal	$\frac{\text{m}^3}{\text{s}}$
$\alpha$	Velocidad de propagación	
$g$	Gravedad	$\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$\gamma$	Peso específico	$\frac{\text{N}}{\text{m}^3}$
$f$	Factor de fricción	p.u
$h_f$	Pérdidas por fricción	m

$\bar{v}$	Velocidad media en tubería	$\frac{m}{s}$
<b>Re</b>	Numero de Reynolds	<b>p.u</b>
<b>T<sub>elec</sub></b>	Torque electromagnético	<b>Nm</b>
$\nu$	Viscosidad cinemática	$\frac{m^2}{s}$
$\mu$	Viscosidad dinámica	$\frac{kg}{m * s}$
<b>a</b>	Velocidad de onda de presión	$\frac{m}{s}$
<b>K<sub>e</sub></b>	Factor de equilibrio	<b>p.u</b>
$n_e$	Eficiencia eléctrica	<b>p.u</b>
$n_m$	Eficiencia mecánica	<b>p.u</b>
$n_h$	Eficiencia hidráulica	<b>p.u</b>
$pc$	Valor del proceso	<b>p.u</b>

#### 4.5. Ecuaciones del modelo matemático de la planta

Las principales representaciones matemáticas recopiladas del estudio de (Murat et al., 2015) buscan describir la dinámica del fluido que se desplaza por un sistema descrito en el esquema de conductos (**Figura 5**), a partir de esto, se establece la secuencia de ecuaciones que modelan los fenómenos y características del fluido a través del túnel - la tubería forzada hasta que se ingresa a la turbina, donde se lleva a cabo el intercambio energético.



**Figura 5.** Esquema de los conductos de la central hidroeléctrica

*Nota.* Esquema general de componentes que conforman un sistema de generación hidroeléctrico.  
Fuente: (Murat et al., 2015)

Las ecuaciones que describe los fenómenos físicos se dispusieron de la siguiente forma, de acuerdo con lo empleado en el artículo de Murat et al. (2015)

#### *Dinámica del túnel*

$$\frac{dU_{tu}}{dt} = \frac{H - H_s - H_{l2}}{T_{ws}} \quad (2)$$

#### *Dinámica del tanque de compensación*

La concerniente ecuación permite relacionar el almacenamiento de energía y el equilibrio de presiones que experimenta el fluido a raíz del efecto del golpe de ariete en su trayectoria de descenso hacía la cámara espiral de la turbina.

$$H_s = \frac{1}{C_s} \int U_s \cdot dt \quad (3)$$

### *Dinámica de la tubería forzada (Penstock)*

La ecuación siguiente describe la altura neta que interviene en el intercambio de energía en la turbina, considerando la pérdida de energía en las tuberías de transporte, la energía en el tanque de compensación y los efectos de la descarga del flujo de la turbina o cavitación.

$$H_{tr} = H_s - H_l - H_Q \quad (4)$$

$$H_Q = z_p \tanh(T_{ep} s) U_{tr} \quad (5)$$

$$\tanh(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \quad (6)$$

Para los efectos de representación de la apertura de los álabes de la turbina y la admisión de fluido en el rodete, se empleó el modelo simplificado de válvula, que se presenta a continuación, enfocándose en el proceso de conversión de energía más que en el estudio de la dinámica del fluido en sí.

$$U_{tr} = G \sqrt{H_{tr}} \quad (7)$$

### *Potencia mecánica*

Normalmente la potencia mecánica presente en el eje de rotación de la turbina depende de la altura neta disponible y el caudal, ya que son las representaciones de la energía potencial y cinética del fluido disponible.

$$P_{\text{mech}} = H_{\text{tr}} (U_{\text{tr}} - U_{\text{NL}}) \quad (8)$$

$$P_{\text{mech}} = T_{\text{mech}} \omega_m \quad (9)$$

### *Torque de aceleración*

$$T_v = J \frac{d(\omega_m)}{dt} = T_{\text{mech}} - T_{\text{elec}} \quad (10)$$

### *Momento de inercia del generador-turbina*

$$J = \frac{2HVA}{\omega_{m0}^2} \quad (11)$$

### *Constante inercial*

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{60} \right)^2 \frac{(GD)^2 n^2}{\text{kVA}} \quad (12)$$

#### 4.6. Parámetros calculados para el modelo matemático de la planta

Para el desarrollo y simulación del modelo, fue necesario partir de los valores mencionados en el artículo base de Murat, donde presenta las características principales de la planta empleada en la verificación de su modelo, los cuales son condensados en la Tabla 3, a partir de estas consideraciones se pudieron utilizar ecuaciones clásicas de la mecánica de fluidos para estimar la magnitud de las variables que intervienen en el proceso.

**Tabla 4**

*Parámetros del modelo matemático de la HEPP utilizados por Murat.*

Componentes de la Central	Características de la Central hidroeléctrica	
	Característica de la Planta	Valor
Reservorio	Nivel máximo del reservorio	215 m
	Nivel normal del reservorio	214,5 m
	Nivel mínimo del reservorio	211 m
	Volumen máximo del reservorio	260 m <sup>3</sup>
Túnel	Longitud	6100 m
Tanque de compensación	Diámetro	10 m
Tubería forzada	Longitud	1021 m entre válvula 1 y válvula 2 340 m entre válvula 2 y turbina
	Diámetro	Tubería inicial 3.5 m Tubería final 2.8 m
Turbina	Caudal nominal en altura nominal	48 m <sup>3</sup> /s
	Velocidad nominal	300 rpm
Generador	Potencia nominal	66 MVA
	Número de polos	10
	Velocidad en vacío	600 rpm
	Efecto volante del generador o factor de inercia	1700 Tn m <sup>2</sup>



#### 4.6.1. *Tiempo de inicio del agua del túnel*

Uno de los parámetros principales para la representación de una central hidroeléctrica es el tiempo de inicio del agua, el cual, según Zangmo et al. (2017) se puede definir como el tiempo que toma acelerar la columna de agua que ingresa desde un reservorio a su caudal nominal, además lo calcula por medio de la siguiente ecuación:

$$T_{WC} = \frac{L_{tu} \cdot Q_n}{g \cdot A_{tu} \cdot H_n} \quad (13)$$

Para cuantificar este valor se utilizó los datos suministrados de la planta alojados en la **tabla 4**, sin embargo, fue necesario determinar el área de la sección transversal, partiendo de considerar un diámetro para el túnel igual a la inicial de la tubería forzada y usando la ecuación del área geométrica, es decir:

$$D = 3.5\text{m}$$

$$A_{tu} = \frac{\pi D^2}{4} \quad (14)$$

$$A_{tu} = 9.62\text{m}^2$$

Así que, se obtuvo:

$$T_{WC} = \frac{L_{tu} * Q_n}{g A_{tu} * H_n} = \frac{6100\text{m} * \frac{48\text{m}^3}{\text{s}}}{9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} * 9.62 \text{m}^2 * 214.5 \text{m}} = 14.46 \text{ s}$$

#### 4.6.2. Pérdidas en túnel

Para efectos prácticos de representación de la dinámica del proceso, se consideró las pérdidas de presión por fricción del agua con la tubería, para ello fue imperante la utilización de la expresión general de Darcy-Weisbach, ampliamente divulgada para el cálculo de las pérdidas en conductos o tuberías, que según Zamora Parra & Viedma Robles (2016) se define como:

##### 4.6.2.1. Ecuación de Darcy-Weisbach.

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{\vec{v}^2}{2g} \quad (15)$$

Para la cuantificación de las pérdidas fue necesario determinar tanto el coeficiente de pérdida de presión (Darcy)  $f$  como la velocidad media del agua que atraviesa la tubería principal, por ello, se recurrió a lo mencionado por Zamora Parra & Viedma Robles (2016) sobre la existencia de una forma práctica y sencilla de calcular el coeficiente de Darcy, usando la ecuación de Blasius para tubos lisos, que ha demostrado ser una solución aproximada.

##### 4.6.2.2. Factor de fricción.

El cálculo del factor de fricción de Darcy se realiza por medio de la ecuación descrita por Blasius:

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} \quad (16)$$

Para determinar el número de Reynolds, que caracteriza la naturaleza del fluido en laminar o turbulento, fue indispensable conocer las especificaciones tanto del fluido como del ducto por donde se transporta, además en las máquinas hidráulicas según Zamora Parra & Viedma Robles (2016) donde el intercambio de energía sucede en un elemento giratorio, el flujo

posee altos números de Reynolds. Las relaciones anteriores se describen y condensan según Mataix (1993) en la siguiente ecuación:

#### 4.6.2.3. Reynolds para tuberías rectas y circulares.

$$Re = \frac{v_s D}{\nu} \quad (17)$$

La viscosidad cinemática  $\nu$ , se determinó a su vez por medio de la relación de la densidad del agua  $\rho$  y su viscosidad dinámica  $\mu$ :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (18)$$

Para el caso en cuestión, la densidad del agua se estimó en  $0,001 \text{ Pa} \cdot \text{s}$ , y la densidad del agua en  $997 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ .

$$\nu = \frac{0.001 \text{ kg} \cdot \text{m}^3}{997 \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}} = 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Fue necesario considerar que el número de Reynolds es propio para cada sección de la central debido a la variación de los diámetros de las tuberías y caudales, para ello se utilizó el principio de continuidad, para calcular las velocidades medias del agua en las tuberías y ductos de transporte.

#### 4.6.2.4. Principio de continuidad.

Según Vytvytsky & Lie (2017), la velocidad promedio del agua en las tuberías se pueden definir como:

$$Q = v_m^{\rightarrow} * A_{tu} \quad (19)$$

Así mismo, la sección transversal de la tubería se definió y calculó a partir de la ecuación:

$$A_{tu} = \frac{\pi D^2}{4} \quad (20)$$

El diámetro de la tubería del túnel es igual al inicio de la tubería forzada que se estipula en la **tabla 4**, además se toma para el cálculo de la velocidad media, el valor del caudal nominal.

$$D = 3.5\text{m}$$

$$Q_n = 48 \text{ m}^3$$

Así que, a partir de las consideraciones anteriores, se obtuvieron los valores de la sección transversal del túnel y la velocidad media del fluido en movimiento:

$$A_{tu} = 9.62\text{m}^2$$

$$\vec{v}_m = 4.99 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

#### 4.6.2.5. Coeficiente de pérdidas para cada sección de tuberías.

Para estos cálculos se toman los datos propuestos en la tabla 3 y los calculados anteriormente, tales como

$$L = 6100 \text{ m}$$

$$D = 3.5 \text{ m}$$

$$v_m = 4.99 \text{ m/s}$$

$$g = 9.81 \text{ m}^2 / \text{s}$$

El número Reynolds para este tramo se calculó en:

$$\text{Re} = \frac{v_s D}{\nu} = \frac{4.99 \frac{\text{m}}{\text{s}} * 3.5 \text{m}}{1.0 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 17.465 * 10^6$$

Por su parte, el factor de fricción se determinó en:

$$f = \frac{0.316}{\text{Re}^{0.25}} = 0.00489$$

Finalmente, se cuantificó las pérdidas de presión en función del cuadrado de la velocidad, como se indica a continuación:

$$h_{f1} = \frac{f * L}{D * 2g} v^2 = \frac{0.00489 * 6100 \text{m}}{3.5 \text{ m} * 2 * 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} v^2 = 0.4344 \frac{\text{s}^2}{\text{m}} v^2$$

#### 4.6.3. Pérdidas en tubería forzada

Con la ecuación de la continuidad se logró calcular la velocidad en la tubería forzada, mediante el diámetro promedio utilizando lo expuesto por Vytvytsky & Lie (2017), para ello se constató los valores del diámetro de entrada y salida de la tubería que se encuentra en la tabla 3, así que se utilizó las ecuaciones 13 y 18, para determinar los siguientes valores.

$$D_1 = 3.5 \text{ m} ; D_2 = 2.8 \text{ m} \quad Q = 48 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q = \overline{v_{mTR}} * \overline{A_{TR}}$$

$$\overline{D} = 3.15$$

$$\overline{A_{TR}} = 7.79 \text{ m}^2$$

A partir de la información determinada anteriormente, se pudo calcular la velocidad media, con ella se estimó la magnitud del número de Reynolds por medio de las ecuaciones 14-16 y por consiguiente el factor de fricción, con el fin de definir las pérdidas de presión en función de la velocidad del fluido en dicho tramo.

$$\overline{v}_{mTR} = 6.16 \frac{m}{s} \quad D = 3.15 \text{ m}$$

$$Re = 19.404 * 10^6$$

$$f = \frac{0.316}{Re^{0.25}} = 0.00476$$

Para el caso en específico de la tubería forzada, la longitud total del tramo se tomó de la tabla 3 como la suma de los segmentos entre el inicio de la tubería-válvula y válvula-turbina.

$$L = 1361 \text{ m}$$

$$h_{f2} = \frac{f * L}{D * 2g} \overline{v}^2 = \frac{0.00476 * 1361 \text{ m}}{3.15 \text{ m} * 2 * 9.81 \frac{m}{s^2}} \overline{v}^2 = 0.1048 \frac{s^2}{m} \overline{v}^2$$

$$h_{f2} = 0.1048 \frac{s^2}{m} \overline{v}^2$$

#### 4.6.4. Constante de almacenamiento del tanque de compensación

Para determinar la constante del almacenamiento se recurrió a lo mencionado por Zangmo et al. (2017) en su artículo, donde se indica que dicho valor se puede estimar por medio de la relación existente de las variables hídricas por medio de la siguiente ecuación.

$$C_s = A_s \cdot \frac{H_n}{Q_n} \quad (21)$$

La sección transversal de la cámara del tanque de compensación se pudo constatar y estimar por medio del diámetro de ésta y los valores nominales del fluido, que se encuentran en la tabla 3, junto con las ecuaciones 19-20 se pudo determinar el siguiente valor:

$$A_s = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (10\text{m})^2}{4} = 78.54\text{m}^2$$

$$C_s = A_s * \frac{H_n}{Q_n} = 78.54\text{m}^2 * \frac{214.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{48 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}$$

$$C_s = 350.97 \text{ s}$$

#### 4.6.5. *Constante de tiempo elástico de la tubería forzada*

Zangmo et al. (2017) define la constante de tiempo elástico como el tiempo que le toma viajar una onda de presión desde la turbina hasta la superficie más cercana con presión atmosférica, por lo general esa superficie es el tanque de compensación y la define por medio de la expresión:

$$T_e = \frac{L_{pc}}{a} \quad (22)$$

La longitud  $L_{pc}$  debe considerar el tramo desde la turbina hasta la superficie con presión atmosférica más cercana, para el caso en cuestión, esto se pudo estimar con la distancia total por la cual debe viajar la onda de presión, para ello se tomaron las longitudes de la tubería forzada, de la siguiente forma:

$$L_{pc} = 1021\text{m} + 340\text{m} = 1361\text{m}$$

Por su parte la celeridad o velocidad de propagación de la onda de presión **a**, se definió por medio de la expresión de Lorenzo Allievi para el agua, utilizada por (Navarra Plana & Martínez García, 2019) en su trabajo como:

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + \lambda * \frac{D}{e}}} \quad (23)$$

Para lograr definir el parámetro **a**, fue imperante tener presente la tabulación de lambda realizada por Navarra Plana & Martínez García (2019), se empleo el valor allí definido para el acero, material de construcción de la tubería forzada, además de esto, se definió el espesor de la tubería, con los valores anteriormente mencionados se calculo la velocidad de propagación de la onda de presión, como se indica a continuación:

$$\lambda_{acero} = 0.5 ; e = 0.25m; D = 3.15 m$$

$$a = \frac{9900}{\sqrt{48.3 + 0.5 \frac{3.15}{0.25}}} = 1339.8 \frac{m}{s}$$

Finalmente, el tiempo elástico se determinó en el siguiente valor:

$$T_{ep} = \frac{1361m}{1339m/s} = 1.016s$$



#### 4.6.6. *Impedancia de compensación hidráulica de la tubería forzada*

Uno de los parámetros fundamentales en el estudio del sistema hidráulico de las centrales hidroeléctricas, es la que relaciona la constante de tiempo de inicio en el túnel y la constante del tiempo elástico de la tubería forzada como es la impedancia de compensación, que es definida por (Zangmo et al., 2017) en la siguiente expresión:

$$Z_o = \frac{T_w}{T_e} \quad (24)$$

Los valores necesarios para determinar el valor de la impedancia de compensación fueron calculados anteriormente, así que la estimación realizada del parámetro fue la siguiente:

$$Z_o = \frac{14.46 \text{ s}}{1.016 \text{ s}} = 14.23$$

#### 4.6.7. *Apertura de alabes móviles*

Los alabes o paletas móviles permiten el ingreso del agua al rodete y varían la velocidad de entrada de este, con el objeto de aumentar o disminuir el intercambio energético, visto como la rotación del rodete y transmisión de potencia mecánica por medio de un eje al generador, para efectos de simulación y simplificación, se representó este mecanismo por medio de la ecuación de una válvula, donde **G** es su coeficiente de válvula que relaciona su apertura, para este proyecto este valor se definió en:

$$G = 0.55$$

#### 4.6.8. Momento de inercia

El momento de inercia  $J$  (kgm<sup>2</sup>) es el producto de la masa rotante por el cuadrado del radio de giro, es una medida de la oposición que ejerce un cuerpo al cambio en su movimiento de rotación, y lo define (Murat et al., 2015) con la siguiente expresión:

$$J = \frac{2HVA}{w_{m0}^2}$$

##### 4.6.8.1. Constante de inercia.

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{60} \right)^2 \frac{((GD)^2 n^2)}{kVA}$$

Para el caso en estudio, se determina el siguiente valor, con base en la información suministrada por Murat et al. (2015) presente en la **tabla 3.0** del presente trabajo.

$$H = \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{60} \right)^2 \frac{(1700 \text{ Tn m}^2 * 300^2)}{66000 \text{ kVA}}$$

$$H = 3.177 \text{ kWs/kVA}$$

##### 4.6.8.2. Velocidad de sincronismo.

Si dicho generador se encuentra en Sudamérica los parámetros como la frecuencia y el número de polos deben variar, a razón de mantener los rpm del generador estipulado en este caso 300 rpm.

$$n = 60 * \frac{f}{\text{Par de polos}} \quad (25)$$

$$f = \frac{300 * 10}{60} = 50\text{Hz}$$

Los valores del parámetro del sincronismo en Sudamérica deben ser los siguientes:

$$f = 60 \text{ Hz; Par de polos} = 12$$

#### 4.6.8.3. Velocidad angular.

$$\omega_m = 2\pi f \quad (26)$$

$$f = \frac{5 \text{ rev}}{\text{s}}$$

$$\omega_m = 31,42 \text{ rad/s}$$

Con lo anterior, se pudo determinar el valor del momento de inercia de la turbina en el siguiente, considerando las recomendaciones para tratar las unidades de los parámetros.

$$J = \frac{2 * 3.177 \frac{\text{kWs}}{\text{kVA}} * 66000\text{kVA}}{\left(\frac{31.42\text{rad}}{\text{s}}\right)^2}$$

$$J = 424.79 \frac{\text{kWs}}{\text{s}^2}$$

Teniendo presente la presentación del momento inercial y sus unidades, se debe realizar la conversión de  $\text{kWs/s}^2$  a  $\text{kgm}^2$

$$\text{kWs} = 1\text{kJ} = \frac{10^3(\text{kg} * \text{m} * \text{m})}{\text{s}^2}$$

$$J = 424794 \text{ kgm}^2$$

#### 4.6.9. Balance de torque

$$\frac{Jd\omega}{dt} = T_{\text{mech}} - T_e$$

Para efectos del cálculo del torque mecánico se requiere de la velocidad angular y la potencia nominal, como se enuncia en la siguiente expresión:

$$T_{\text{mech}} = \frac{P_0}{\omega}$$

##### 4.6.9.1. Potencia mecánica.

Para el caso en específico de la potencia mecánica  $P_0$  que se relaciona con la potencia activa por medio del eje que conecta la turbina al generador, fue necesario determinarla por medio de la expresión que utiliza Villa (2012), que incluye aspectos ampliados que lo mencionado por Murat et al. (2015), como la gravedad específica y el ajuste de la velocidad por el caudal, este debido a que el modelo no se implementó con valores por unidad, sino por unidades del Sistema Internacional (S.I) como se indica a continuación:

Murat et al. (2015)

$$P_0 = H_{\text{tr}} (U_{\text{tr}} - U_{\text{NL}})$$

Villa (2012)

$$P_0 = \rho \cdot g \cdot Q_{\text{tr}} \cdot H_{\text{tr}}$$

La diferencia entre ambas expresiones se puede evidenciar, para efectuar operaciones con el caudal a partir de la velocidad, es necesario dimensionar el área del rodete y aplicar la ecuación de la continuidad para poder relacionar estas dos variables, por su parte la gravedad específica del agua se estimó en **9.81 kN/m<sup>3</sup>** con ayuda de lo indicado por Mataix (1993) en su libro. Ahora para dimensionar el área del rodete se requirió de conocer los datos de la potencia mecánica y caudal nominal de la turbina, y asumir un valor de eficiencia hidráulica y mecánica de 0.95 y 0.9 respectivamente, así que con ayuda de la potencia activa del generador y con una eficiencia eléctrica del 0.9, se pudo determinar que el área óptima del rodete en su mejor punto de desempeño debe ser de:

$$P_e = P_m \cdot n_e$$

$$P_m = P_u \cdot n_m$$

$$P_e = P_u \cdot n_e \cdot n_m$$

$$P_u = H \cdot Q \cdot n_h \cdot \lambda$$

$$P_e = n_e \cdot n_m \cdot H \cdot Q \cdot n_h \cdot \lambda$$

$$Q = v_m \cdot A_{\max}$$

$$P_e = n_e \cdot n_m \cdot H \cdot v_m \cdot A_{\max} \cdot n_h \cdot \lambda$$

$$A_{\max} = \frac{P_e}{n_e \cdot n_m \cdot H \cdot v_m \cdot n_h \cdot \lambda} = \frac{66000000}{0.9 \cdot 0.9 \cdot 196.4 \cdot 7.2 \cdot 0.95 \cdot 9800}$$

$$A_{\max} = 6.19$$

#### 4.6.10. *Torque electromagnético*

El torque resistente relacionado con el generador y la carga conectada a la red juega un papel muy importante en el grupo turbina/generador, ya que evita que este alcance un estado de embalamiento producido cuando el agua fluye al rodete, y aumenta considerablemente la velocidad de rotación, sobrepasando con un factor de 1.9 a la nominal en turbinas Francis, al no encontrar resistencia producto del rechazo de carga o desconexión del generador, aunque sea un fenómeno de rara ocurrencia(Villa, 2012). Este parámetro se puede calcular por medio de la expresión:

$$T_e = J \left( \frac{2}{P} \right) \frac{d\omega}{dt} + T_L$$

Para efectos del análisis del modelo matemático y su estudio de la turbina Francis, el torque electromagnético debe ser capaz de mantener la velocidad de rotación en 300 rpm, y considerando que la simulación no contiene datos sobre el modelo del generador, se optó por calcular el torque electromagnético como una asociación de la velocidad angular y un factor de equilibrio, obtenido por medio de la simulación. Así que, la nueva expresión del torque electromagnético se definió como:

$$T_e = K_e \cdot \omega$$

#### 4.6.11. *Ajuste del flujo sin carga*

Murat et al. (2015) determinó que los resultados del modelo matemático diferían en ciertos rangos de operación de la turbina con los registrados en los datos reales de funcionamiento, principalmente en el arranque y parada de la unidad de turbinado, por ello,

incluyo una tabla de valores que relacionan un factor de fricción con la velocidad de rotación, que representaría el comportamiento no lineal de las desviaciones de la velocidad nominal afectada por las pérdidas de energía cinética transformada, producto de la fricción de los rodamientos y sellos mecánicos.

La **Tabla 5** originalmente se presentó en términos de valores por unidad, sin embargo, para efectos de simulación del dominio del tiempo, se convirtió dichos valores a sin unidad, multiplicándolos por la velocidad angular nominal que fue la base de conversión, y para el caso en cuestión se trató de **31,42 rad/s**, con ello se obtuvieron los siguientes resultados que fueron los ingresados a las Tablas LookUp en Simulink, para efectos de simulación del modelo matemático.

### Tabla 5

*Velocidad del flujo sin carga suministrada por Murat y modificada por el Autor.*

Entrada de Lookup Table $w$ (rad/s)	Salida de Lookup table UNL	
	Arranque	Apagado
0	0.11	0.00001
1.571	0.109	0.000058
6.284	0.108	0.0013
12.568	0.107	0.0033
18.852	0.0745	0.015
25.136	0.0655	0.018
31.42	0.065	0.06
37.704	0.0645	0.046
40.846	0.065	0.046
43.988	0.065	0.046

#### 4.7. Ecuaciones del modelo matemático del transmisor de velocidad

Parte del proceso del diseño de un sistema de control, es definir el tipo de sensor que va a obtener las mediciones de la variable de interés, para ello es importante definir la precisión del instrumento, su rango y el acondicionamiento de la señal de salida, así como un posicionamiento en sitio que no incurra en errores de medición mayores a los estipulados por el fabricante.

$$\frac{dpv}{dt} = \frac{1}{\tau} \left( \frac{n - n_{\min}}{n_{\max} - n} - pv \right) \quad (26)$$

El rango de medición del sensor se definió desde 200 a 400 rpm, donde se obtiene la mayor precisión, el valor del proceso se relaciona con la señal estandarizada de 0 a 1 para ese rango de medición, por último, el tiempo de muestreo del dispositivo se estimó en 2.5s.

#### 4.8. Ecuaciones del modelo matemático del servomecanismo

Shanab et al. (2020) describe el modelo del servomecanismo por medio de la ecuación diferencial (27), donde  $\mathbf{u}$  define la señal del controlador, y por su parte  $\mathbf{y}$ , define la apertura de las guías móviles. Hongqing Fang et al. (2008) concluye que la representación del tiempo de respuesta  $T_y$  del servomotor hace parte de las ecuaciones que representa los modelos no lineales típicamente utilizados en las hidroeléctricas con turbinas Francis, por ende, es válido afirmar que la expresión utilizada para el servomotor es un referente en el proceso de modelamiento y simulación de dichos sistemas dinámicos.



$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T_y} (u - y) \quad (27)$$

La magnitud del tiempo de respuesta del servomotor se definió en un valor de 0.5 segundos (Hongqing Fang et al., 2008).

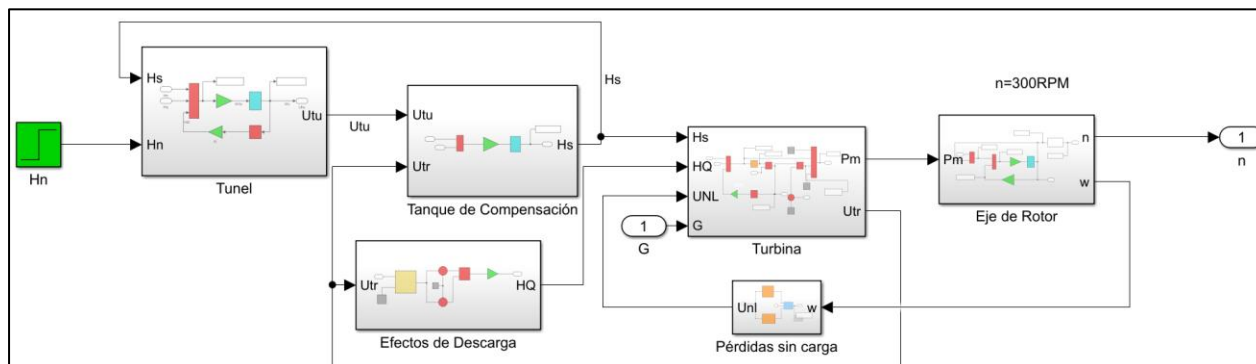
$$T_y = 0.5s$$

## 5. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Las ecuaciones que describen el proceso dinámico del modelo seleccionado se presentan a continuación, tal y como se transcribieron al entorno de Matlab/Simulink.

### 5.1. Modelos matemáticos en Simulink

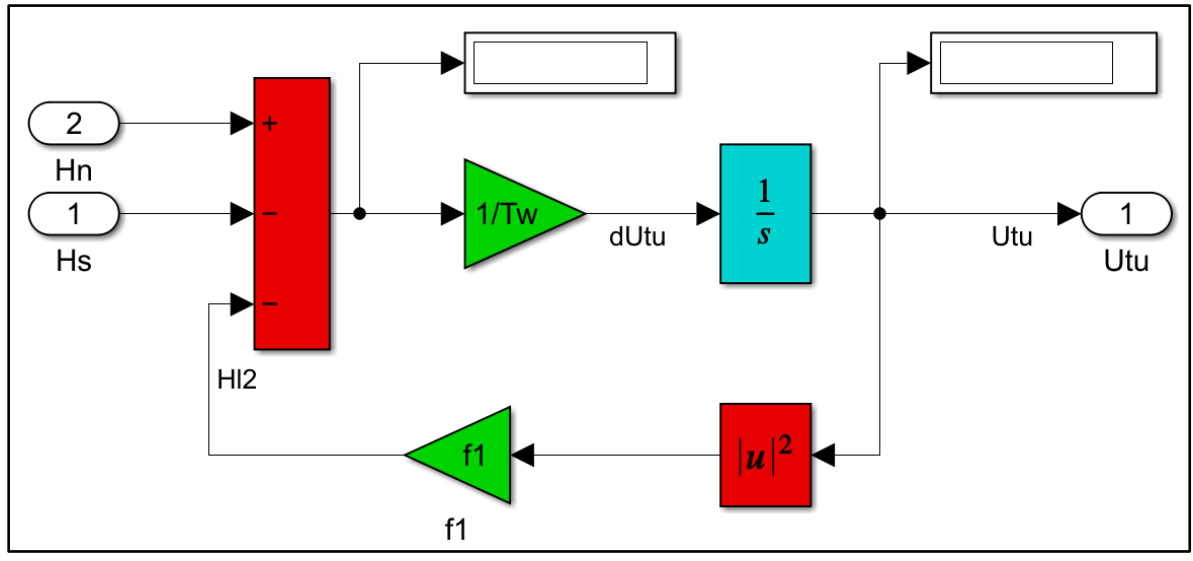
La vista general del modelo matemático de la planta hidroeléctrica se esboza en la figura 6, donde se conectan entre sí, todos los componentes que permiten la simulación del sistema dinámico como los conductos del túnel, el tanque de compensación, la tubería forzada, la turbina, el eje de rotación y el tubo de aspiración.



**Figura 6.** Sistema de ecuaciones implementadas en Matlab/Simulink 2021<sup>a</sup>

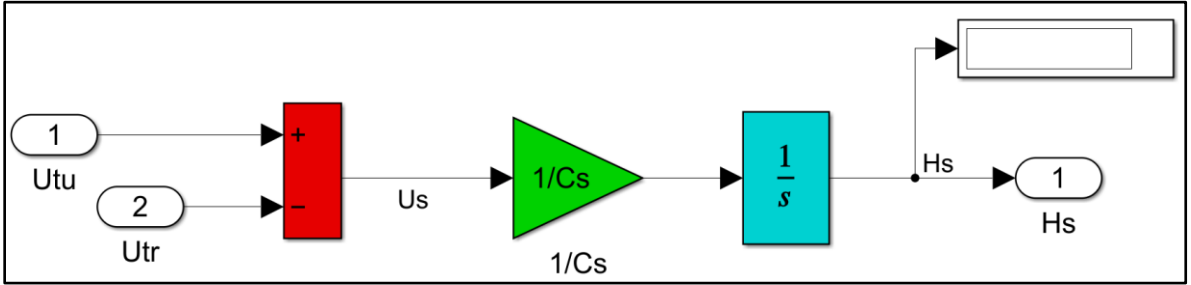
*Nota:* El sistema de central hidroeléctrica posee la interconexión de las ecuaciones que tiene como salida la velocidad de rotación del eje de acople de la turbina-generador.

A partir de la vista macroscópica de la planta, se puede identificar claramente los submodelos que intervienen en él, así mismo se pueden evidenciar la implementación de cada ecuación de componente con las figuras mostradas, a continuación:



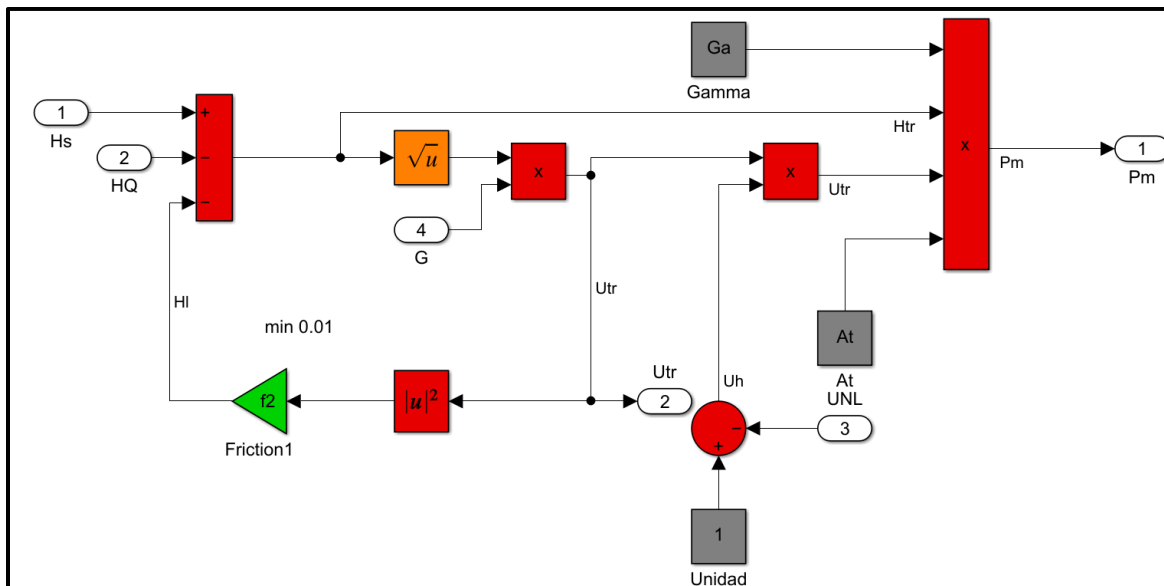
**Figura 7.** Conducto compuerta-túnel-tanque de compensación

*Nota:* La ecuación diferencial del transporte de agua que indica la velocidad nominal en túnel después de abierta la compuerta de suministro.



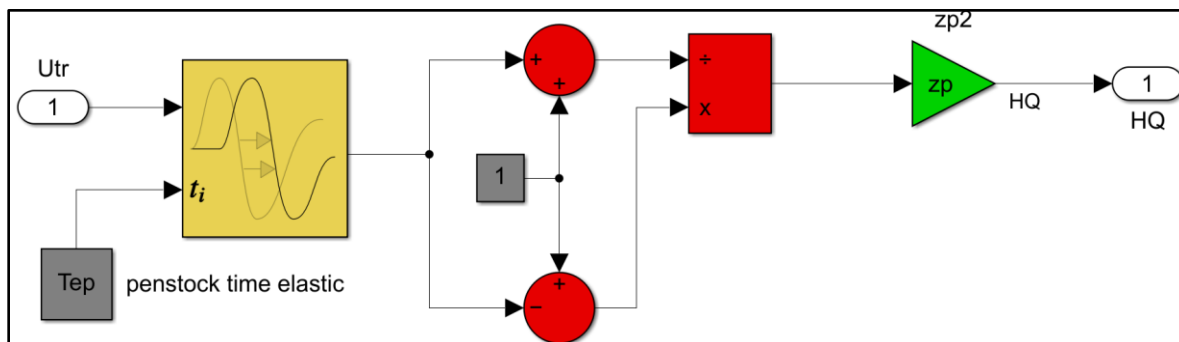
**Figura 8.** Tanque de compensación

*Nota:* La ecuación diferencial que describe la energía potencial resultante después de regular la presión de la aceleración del agua antes de llegar a la tubería forzada.

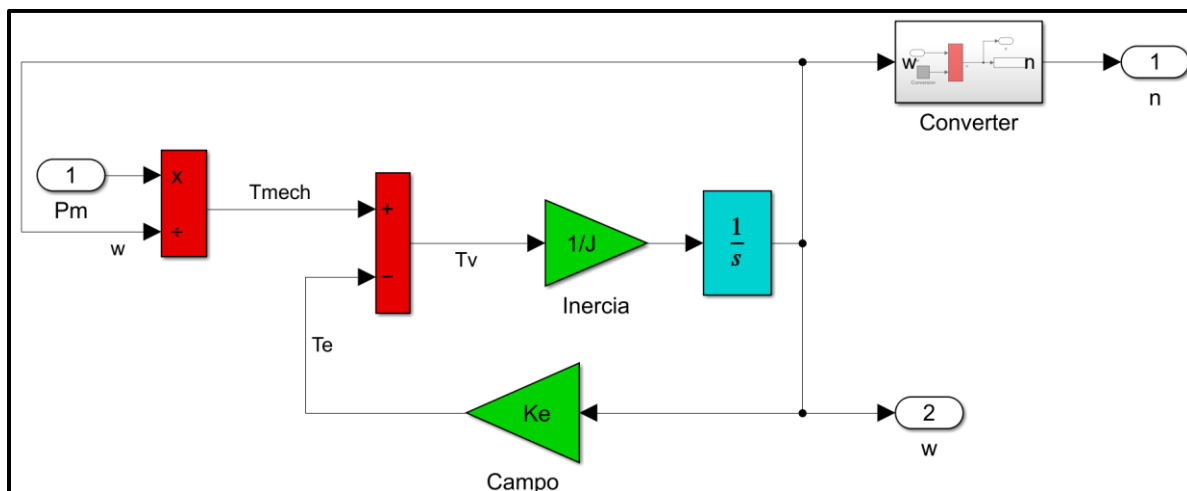


**Figura 9.** Turbina Francis

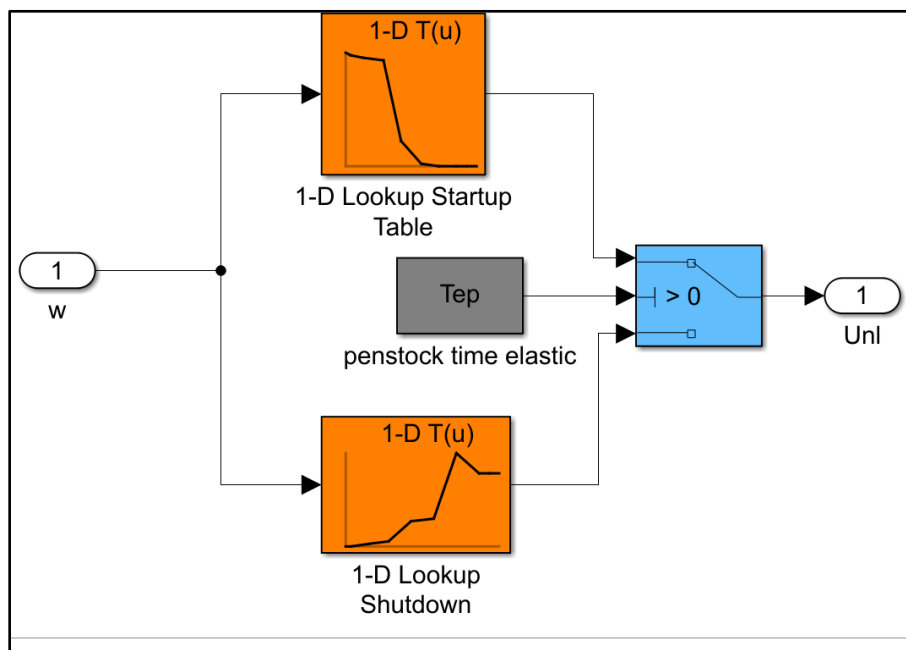
*Nota:* Representación del intercambio de energía cinética y potencial en energía mecánica rotacional.



**Figura 10.** Inercia del transporte en la tubería forzada debido al efecto de golpe de ariete



**Figura 11.** Balance de torque del eje de rotación turbina-generador



**Figura 12.** Pérdidas de energía en el intercambio de potencia del eje de acople.

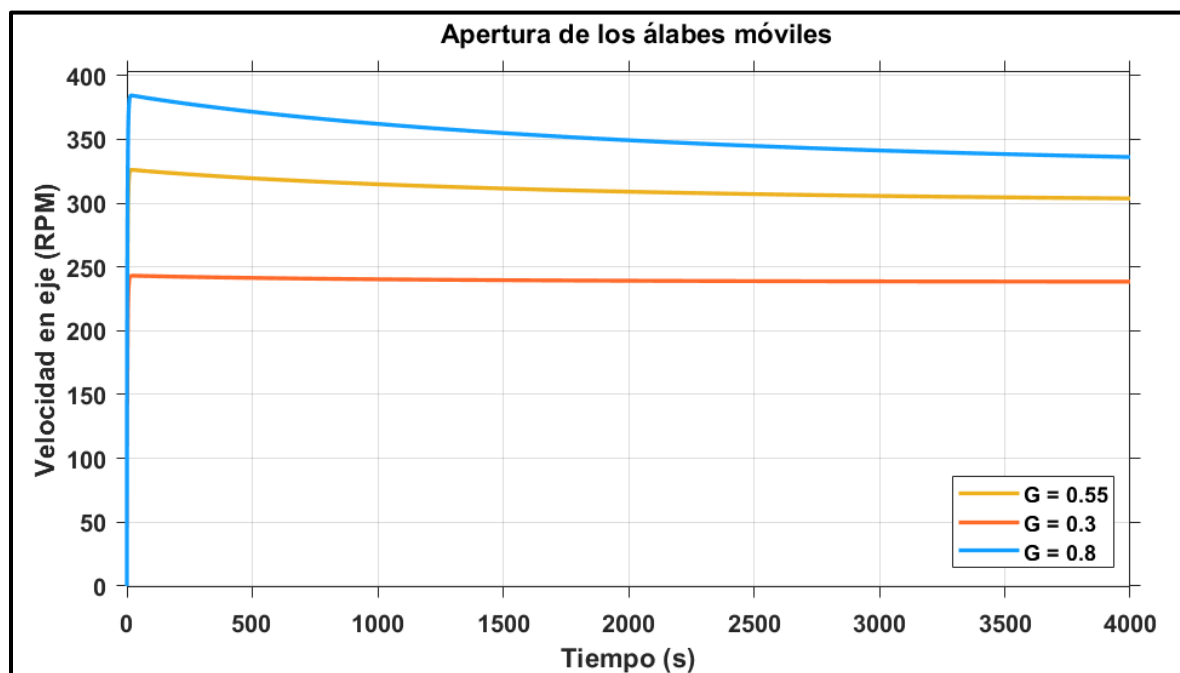
**Nota:** Tablas de búsquedas de coeficientes que representan los efectos mecánicos y, viscosos de los rodamientos y fenómenos de pérdida de energía implementadas en Matlab/Simulink 2021<sup>a</sup>

## 5.2. Estimulación de la planta en lazo abierto

Cuando se diseña un sistema de control es necesario reconocer y definir el valor del bias del sistema como paso principal, para tal hecho es necesario estimular la planta en lazo abierto por medio de la variación de la actuación del elemento final de control bajo condiciones nominales, para el caso en estudio, interviene la posición del servomecanismo que fija la apertura de los alabes móviles y determina el mejor punto de rendimiento de la turbina Francis.

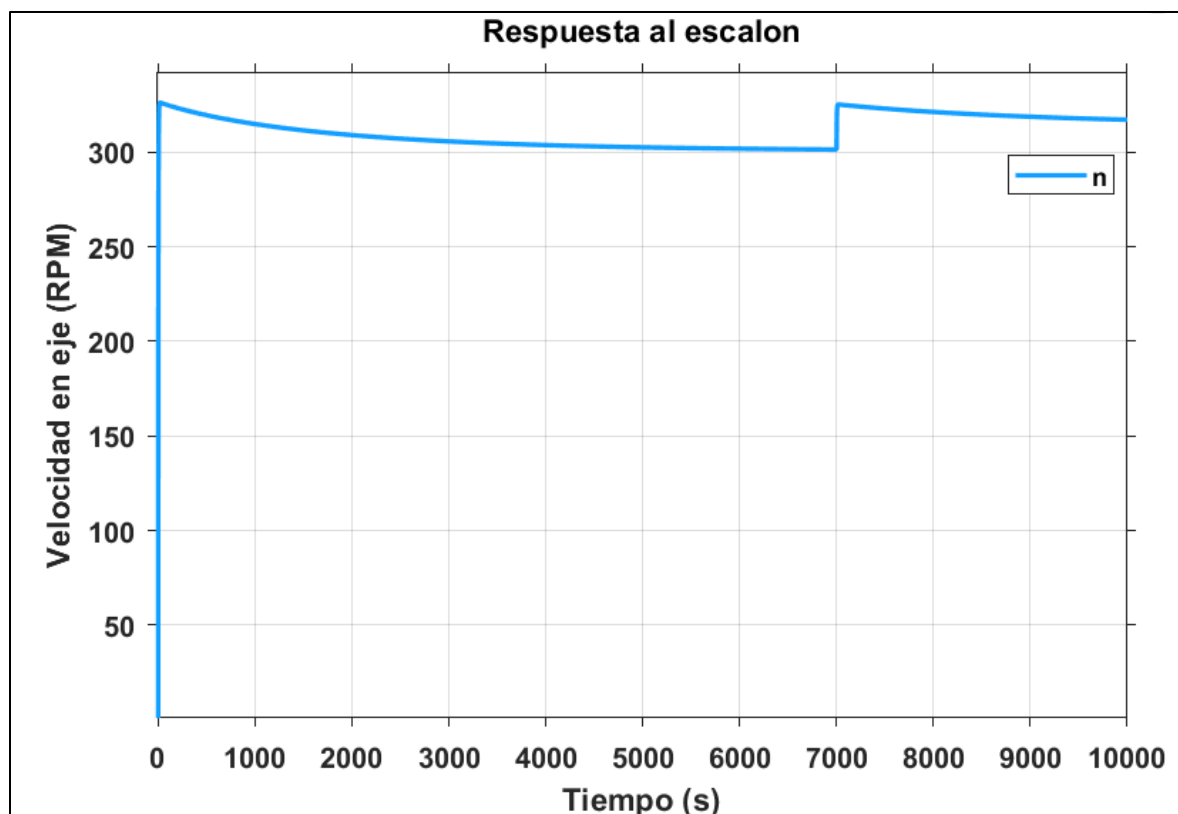
En el análisis previo de implementación de las ecuaciones del modelo matemático se definió la relación del actuador con la velocidad de la turbina, esto se realizó por medio del análisis de la herramienta DATA INSPECTOR en Simulink (véase **Figura 13**), donde se comparó 3 valores de apertura de los alabes y se determinó el valor en 0.55, que indica la apertura necesaria para equilibrar el torque en el eje turbina/generador y mantener así un valor estable de 300 RPM.

A partir de la determinación del valor representativo de la apertura de los alabes móviles, se procedió a iniciar la simulación del modelo matemático de la central con la turbina Francis y analizar la respuesta de la velocidad con el tiempo de estabilización para 300 RPM, así mismo fue necesario comparar la respuesta del sistema con la clasificaciones existentes de las respuestas de los sistemas dinámicos en la literatura sobre el diseño de los sistemas de control con el fin de identificar el tipo de sintonización adecuada para la central hidroeléctrica.



**Figura 13.** Evaluación de la apertura de alabes móviles.

Ahora bien, la apertura seleccionada permite estabilizar la velocidad del eje de la turbina al cabo de transcurrido un tiempo no inferior a 5000 segundos, como se muestra en la gráfica (Figura 14), cabe mencionar que sin ningún tipo de perturbación en el sistema durante este tiempo, esta información permitió constatar que el valor del bias para el sistema de posicionamiento de las guías móviles es el indicado, además es necesario recalcar que los ensayos se realizaron en lazo abierto, y hasta el momento en que se obtuvieron los datos no existía ningún tipo de control, es decir, el sistema ante una perturbación se desviaría de su punto de referencia.



**Figura 14.** Estabilidad de la velocidad en la turbina Francis.

Para compensar las posibles desviaciones que se producirían en el sistema debido a perturbaciones conocidas en la carga, fue necesario diseñar el sistema de control para la apertura y cierre del mecanismo de guías móviles, que son las encargadas de la admisión del fluido al rodete, además Shanab et al. (2020) indica que el rechazo de carga es una de las perturbaciones más comunes que existen y es debido a ella, que se debe procurar la regulación de la velocidad en el eje de acople, todo para que el generador pueda regular la potencia de salida.

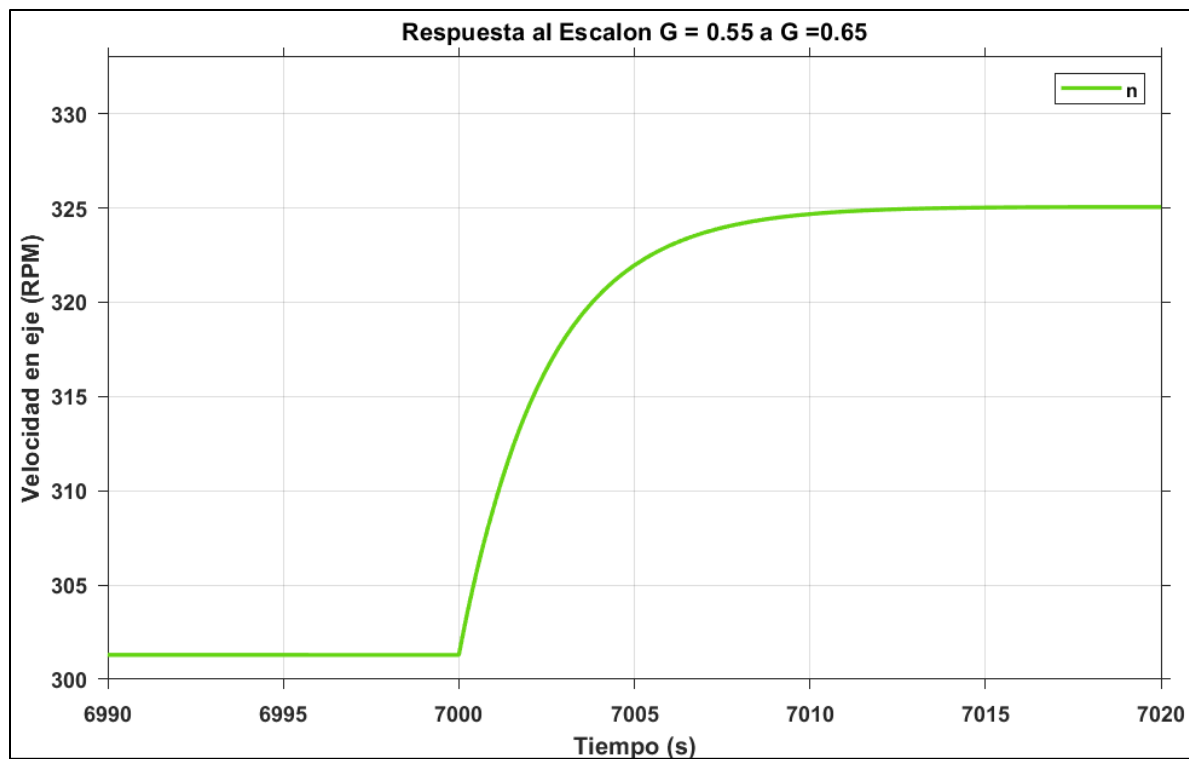
Así que, una vez estipulada la necesidad de un sistema de regulación se procedió a identificar la respuesta del sistema ante una perturbación, esto se pudo traducir en una fase inicial como la estimulación del proceso por medio de un cambio escalón de la señal representativa según como lo indica tanto Hernández Gaviño (2010) y Smith & Corripio (1991), que aseveran que la



mayoría de sistemas poseen una respuesta característica tipo S, al ser excitados por la prueba del escalón con un valor grande capaz de generar un cambio medible y no mayor para que las no linealidades del proceso ocasionen distorsión en la respuesta.

La prueba del escalón se realizó como se evidencia en la Figura 14, al aplicar un cambio de 0.1 al cabo de un tiempo de 7000s en el desplazamiento del sistema posicionamiento de los alabes móviles después de alcanzada la estabilización de la velocidad del eje turbina/generador, esto generó un aumento inicial de la velocidad de la turbina del 8% en un tiempo de 15 s, como se evidencia en la Figura 15, sin embargo, por efectos de la compensación del torque electromagnético este disminuye gradualmente, aunque permitió desplazar el punto de referencia por encima del inicial con un análisis en el tiempo.

Visualizando el objetivo del ensayo, que era obtener la curva de reacción del proceso y determinar el tipo de respuesta, se puede confirmar que aunque el proceso no mantiene el desplazamiento inicial durante el transcurrir del tiempo, si esboza la respuesta de un sistema de primer orden, aunque debido a la dinámica compleja del sistema puede llegar fácilmente a clasificar la respuesta como de primer orden, cuando en realidad al transcurrir del tiempo dicha respuesta resulta ser el comportamiento del sobre impulso de un sistema de segundo orden.



**Figura 15.** *Resposta del proceso a entrada escalón.*

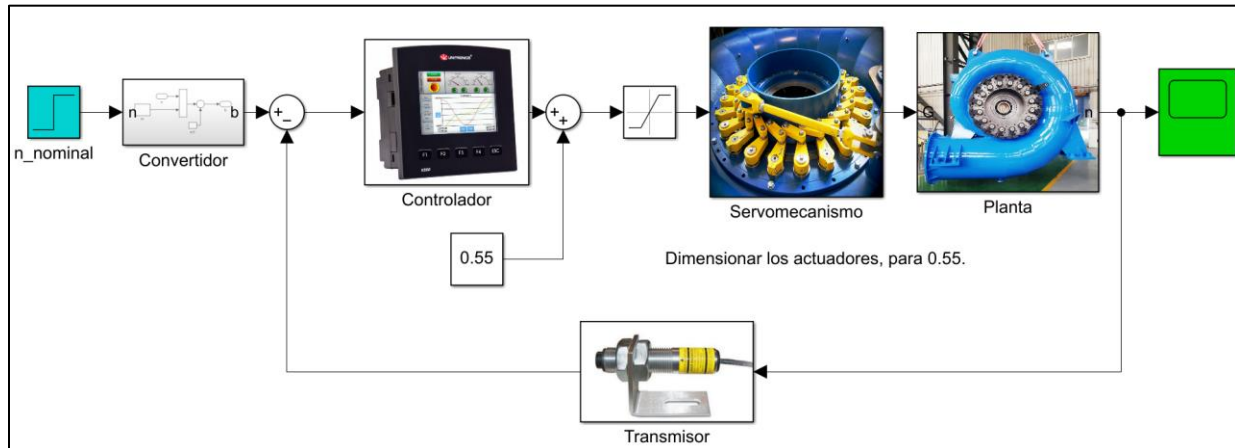
## 6. DISEÑO DEL SISTEMA DE CONTROL DE VELOCIDAD PARA LA TURBINA HIDRAÚLICA TIPO FRANCIS

### 6.1. Sistema de control en lazo cerrado

La representación de un sistema de control debe estar compuesta por un mínimo de elementos característicos de una configuración de lazo cerrado o retroalimentado, tales como:

- Un punto de referencia o set point SP.
- Un comparador entre el SP y el valor del proceso PV.
- Un controlador.
- Un elemento final de control o actuador.
- El proceso por controlar o planta
- La medición de la salida del proceso o transmisor.

Estos elementos pueden ser detallados en la imagen representativa del sistema de control de velocidad de la turbina (**Figura 16**) implementado en Matlab/Simulink para el estudio del comportamiento de la turbina Francis. A continuación, definiremos cada componente del sistema de control y las consideraciones utilizadas para modelarlo en el entorno Simulink.



**Figura 16.** Sistema de control de velocidad de la turbina.

### 6.1.1. Punto de referencia

El sistema del control requirió de establecer un punto de referencia para la velocidad del eje turbina/generador, para el caso de estudio este parámetro se encuentra determinado por un valor de 300 RPM que según Murat et al. (2015) fue el especificado para la velocidad de sincronismo de la central hidroeléctrica, de la cual recopiló los datos para validar el modelo matemático del presente trabajo.

Para efectos de simulación, fue necesario linealizar o normalizar el bloque de referencia en el rango de 0 a 1, que es lo pertinente para el estudio de estos sistemas tal como se observó en las fuentes, tales como (Bao et al., 2009; Diyorov et al., 2016; Giosio et al., 2017; Hongqing Fang et al., 2008; Murat et al., 2015; Storli & Nielsen, 2018; Vytvytskyi & Lie, 2018).

### 6.1.2. Configuraciones del controlador

Como se ha mencionado anteriormente, el controlador modifica las características de respuesta del sistema bajo la modalidad de ajuste de ganancia, más conocido como control proporcional, sin embargo, para Hernández Gaviño (2010) este tipo de configuración presenta una respuesta pobre en el tiempo transitorio por lo cual es necesario agregar un componente que modifique la respuesta en este lapso, por lo cual, existen diversas configuraciones, tales como:

- Proporcional – Integral (PI).
- Proporcional – Derivativo (PD).
- Proporcional – Integrativo – Derivativo (PID).

A función de las anteriores configuraciones, se definen las ecuaciones de la salida del controlador en función de la señal de error, como se muestran a continuación:

#### ***Proporcional (P):***

$$v(t) = K_p e(t)$$

Donde, el factor de  $K_p$  es el valor de ganancia que ajusta la respuesta del sistema.

#### ***Integral (I):***

$$v(t) = K_i \int e(t) dt$$

Donde, el factor de  $K_i$  es la ganancia integrativa, la cual se puede escribir en función de la ganancia proporcional  $K_p$  y el tiempo de integración  $T_i$ .

$$K_i = \frac{K_p}{T_i}$$

**Derivativo(D):**

$$v(t) = K_d \frac{de(t)}{dt}$$

Donde, el factor de  $K_d$  es la ganancia integrativa, la cual se puede escribir en función de la ganancia proporcional  $K_p$  y el tiempo de derivación  $T_d$ .

$$K_d = K_p T_d$$

Teniendo presente que los diferentes tipos de controladores se pueden mezclar para conseguir las mejores características de ellos para el proceso, se procedió a realizar la metodología correspondiente para la sintonización del controlador sobre la electroválvula de control de apertura de los alabes móviles del anillo de fijación de la turbina.

### **6.1.3. Servomecanismo**

Este mecanismo consta de un sistema hidráulico de cilindro doble que desplaza el vástago de manera proporcional según la activación del accionamiento electrónico para hacer rotar el anillo que contiene los alabes, que se abren o cierran, según la necesidad del sistema.

Para efectos de simulación, se manejó un sistema de primer orden como se describió anteriormente, que contiene la transducción de la señal de control al sistema hidráulico que controla los alabes, los límites del actuador se definieron teniendo un mínimo de 0.01 debido a la naturaleza propia del modelo matemático de la central, así mismo se definió un máximo de 0.9, este valor corresponde a la realiza del rendimiento de la turbina, pues al aumentar la admisión del caudal más allá del punto de mejor rendimiento con el que se diseña la turbina.

#### **6.1.4. Planta**

El proceso que se desea controlar se basa principalmente en la turbina Francis, para ello se implementó el modelo matemático de central descrito anteriormente, que admite un valor de apertura de alabes y registra como salida la velocidad del eje de acople turbina/generador en revoluciones por minuto (R.P.M).

#### **6.1.5. Transmisor**

El instrumento encargado de medir la variable velocidad, acondicionarla y enviarla al controlador mediante el lazo de retroalimentación para ser comparada con el Set Point definido para el proceso, generalmente es igual a la velocidad de sincronismo, para el caso en cuestión 300 RPM, para efectos de simulación se agregó un retardo en la medición de 2.5s propia de los procesos internos del dispositivo. Ahora con respecto al rango de medición, se seleccionó el instrumento para una mayor precisión dentro de la franja de 200 a 400 RPM, y así coincidir la resolución del instrumento con el convertidor del controlador.

### **6.2. Sintonización de controladores.**

Con base en la acción de control que se definió para el gobernador de la turbina, que consiste en la apertura de los alabes para la admisión de flujo al rodete, y que, dependiendo del ángulo de entrada definido en esta acción, da como resultado el intercambio de energía de la turbomáquina, se pudo obtener la curva de reacción del proceso al escalón unitario con la cual se puede determinar las características del sistema que permitieron la sintonización de los controladores.

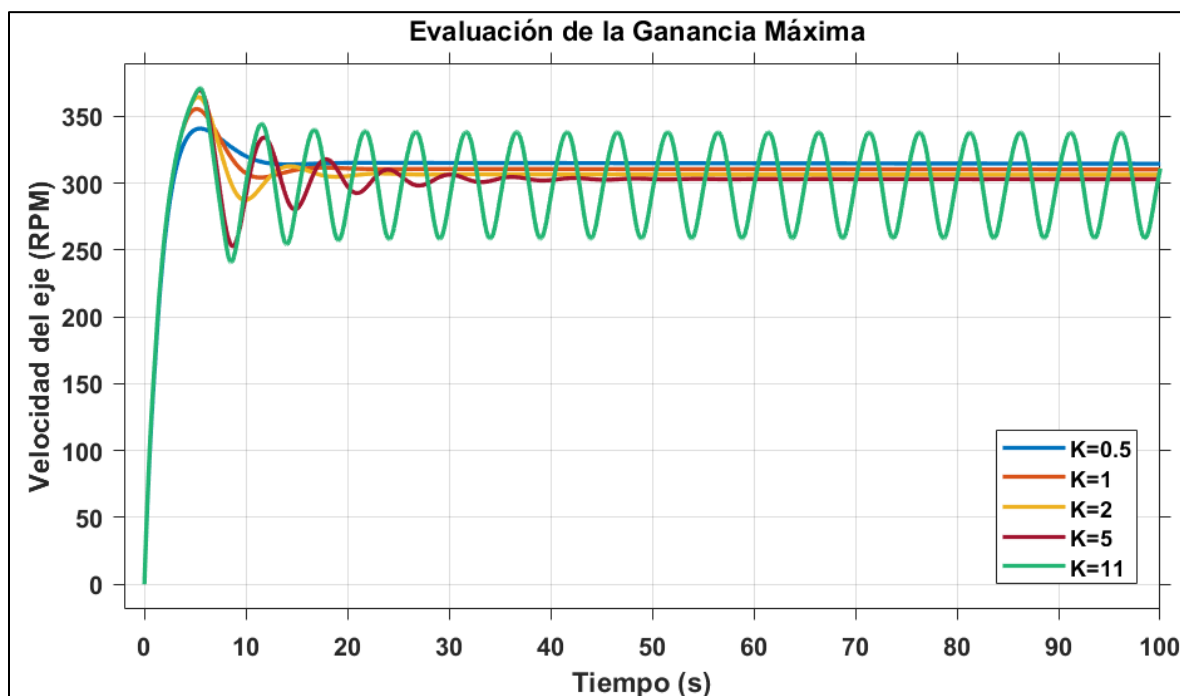
### 6.2.1. Método ganancia máxima

Hernández Gaviño (2010); Smith & Corripio (1991) exponen que el método de ganancia última o máxima es del tipo experimental puesto que la determinación de este parámetro se obtiene de prueba y error, esto con el objetivo de establecer un régimen de oscilación sostenida, allí, en dicho estado es necesario determinar dos valores fundamentales, la denominada ganancia máxima  $K_u$  que corresponde a la constante de banda proporcional y el periodo máximo  $T_u$  que se refiere al tiempo entre oscilaciones.

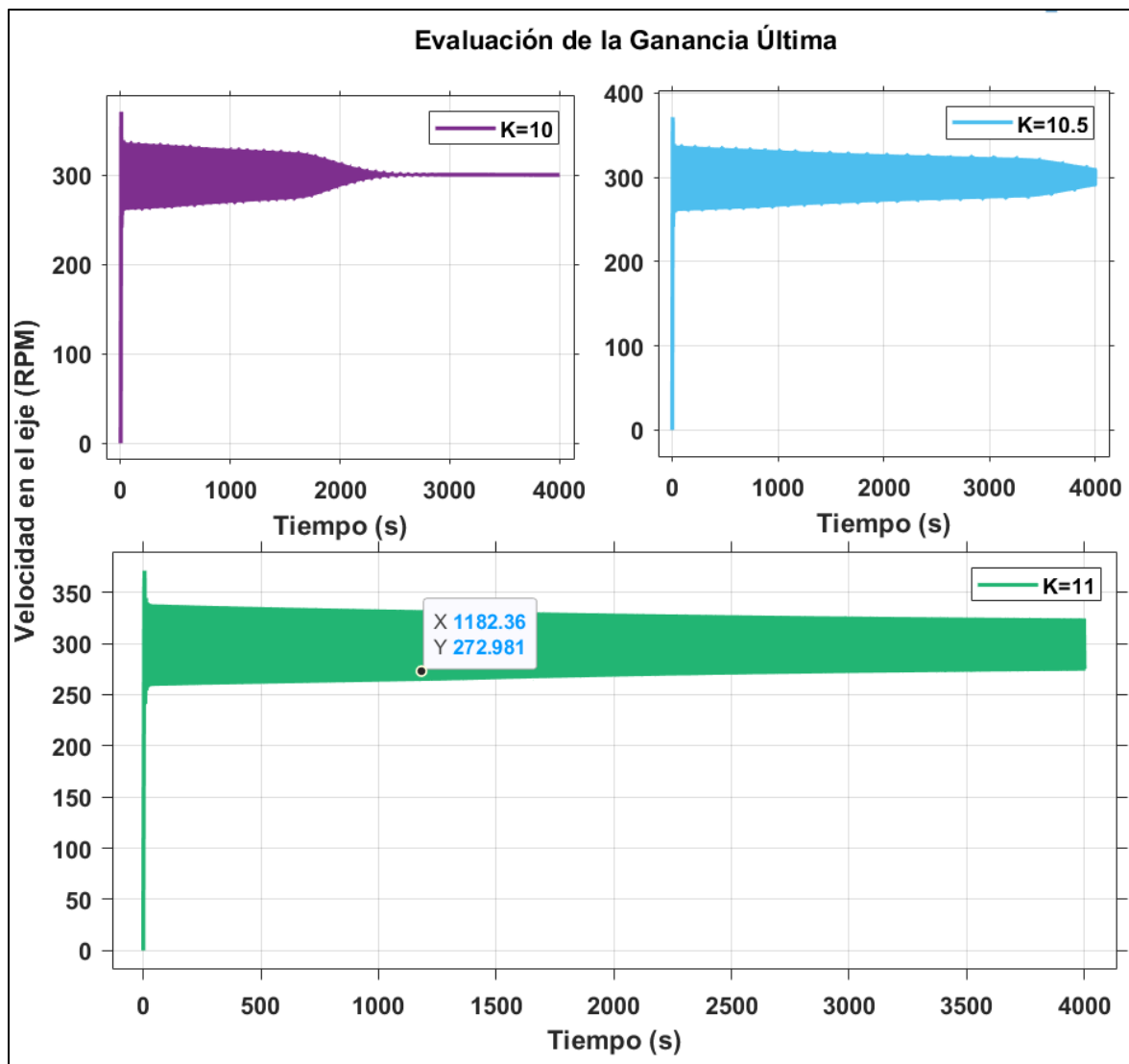
El análisis de la ganancia máxima se realizó siguiendo el procedimiento mencionado por Ziegler & Nichols, donde se aumenta gradualmente la banda proporcional del controlador con un tiempo integrativo y derivativo de valor 0, como se observa en la Figura 17, iniciando desde un valor mínimo de 0.5 hasta el valor máximo de 11, además se analizó que a partir de la magnitud de 10 unidades el sistema inicia un periodo de oscilación pero al transcurrir el tiempo dicha oscilación converge a un valor cercano a la referencia, por ende, se planteó un escenario, en el cual se aumentó el tiempo de simulación a 10000s para poder observar y determinar lo que sucede con las oscilaciones del sistema.



A partir de este escenario se pudo esclarecer que a valores entre el rango [10,11), las oscilaciones son visibles en el tiempo, pero no se mantienen sino hasta que se ingresa un valor de magnitud 11 en la banda proporcional del controlador, como se observa en la Figura 18 acotada a 4000s, donde se compara las respuestas del sistema en este rango específico con el objetivo de evidenciar una oscilación sostenida en el tiempo y con ello la ganancia última.



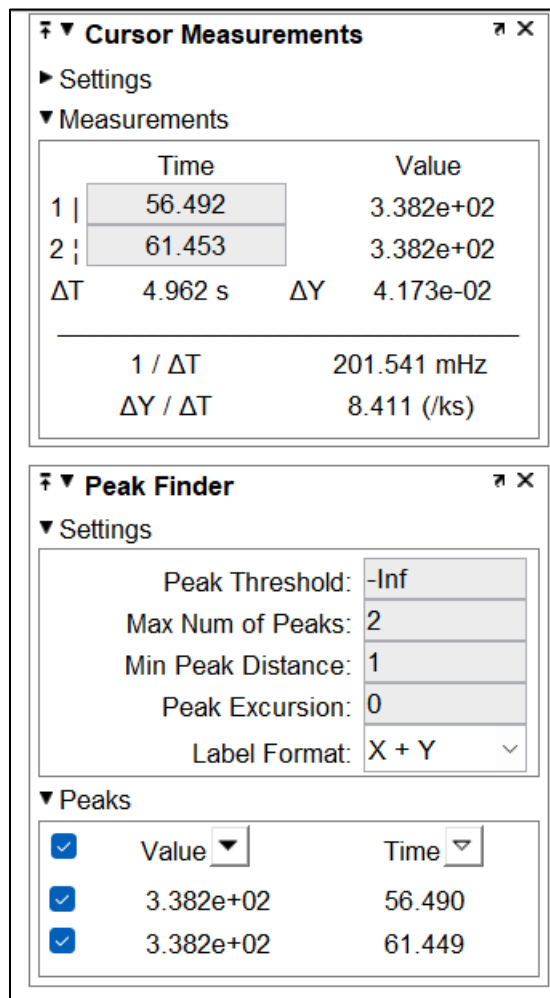
**Figura 17.** Evaluación de la Ganancia Máxima.



**Figura 18.** Evaluación del Comportamiento Oscilatorio.

El análisis de los datos relacionados con la variación de la banda proporcional permitió determinar con seguridad el valor de ganancia máxima, dicho valor fue 11, a partir de estos resultados, se procedió a verificar con ayuda de las herramientas de Simulink para el análisis de gráficos, la ubicación de dos picos próximos de la oscilación del sistema, allí se midió tanto los

valores de velocidad como el tiempo de simulación (**Figura 19**), pudiendo determinar que el periodo de oscilación fue igual a **4.962**.



**Figura 19.** Herramienta de medición y búsqueda de picos.

A partir de la obtención de los dos parámetros fundamentales para la sintonización con ganancia última  $K_u = 11$  y  $T_u = 4.962s$ , se procedió a indagar sobre las fórmulas para calcular las constantes del controlador PID, obteniendo las siguientes tablas similares por parte de dos autores.

**Tabla 6**

*Fórmulas para ajuste con ganancia última con asentamiento de un cuarto .*

Tipo de Controlador	Ganancia $K_p$	Tiempo de integración $T_i$	Tiempo de derivación $T_d$
<b>P</b>	$\frac{K_u}{2}$		
<b>PI</b>	$\frac{K_u}{2.2}$	$\frac{T_u}{1.2}$	
<b>PID</b>	$\frac{K_u}{1.7}$	$\frac{T_u}{2}$	$\frac{T_u}{8}$

*Nota:* Los valores fueron consultados de la obra de Smith & Corripio (1991).

**Tabla 7**

*Método de Sintonización Ziegler-Nichols con la ganancia última .*

Tipo de Controlador	Ganancia $K_p$	Tiempo de integración $T_i$	Tiempo de derivación $T_d$
<b>P</b>	$0.5 K_u$		
<b>PI</b>	$0.45 K_u$	$\frac{T_u}{1.2}$	
<b>PID</b>	$0.6 K_u$	$\frac{T_u}{2}$	$\frac{T_u}{8}$

*Nota:* Los valores fueron consultados de la obra de Hernández Gaviño (2010).

Ahora bien, las tablas anteriores permiten determinar parámetros fundamentales para el controlador PID, sin embargo, se debe recurrir a las ecuaciones tratadas en el apartado **5.3.2**.

donde se indica la metodología para el cálculo de las constantes necesarias para la sintonización del controlador, las cuales se presenta nuevamente a continuación:

$$K_i = \frac{K_p}{T_i}$$

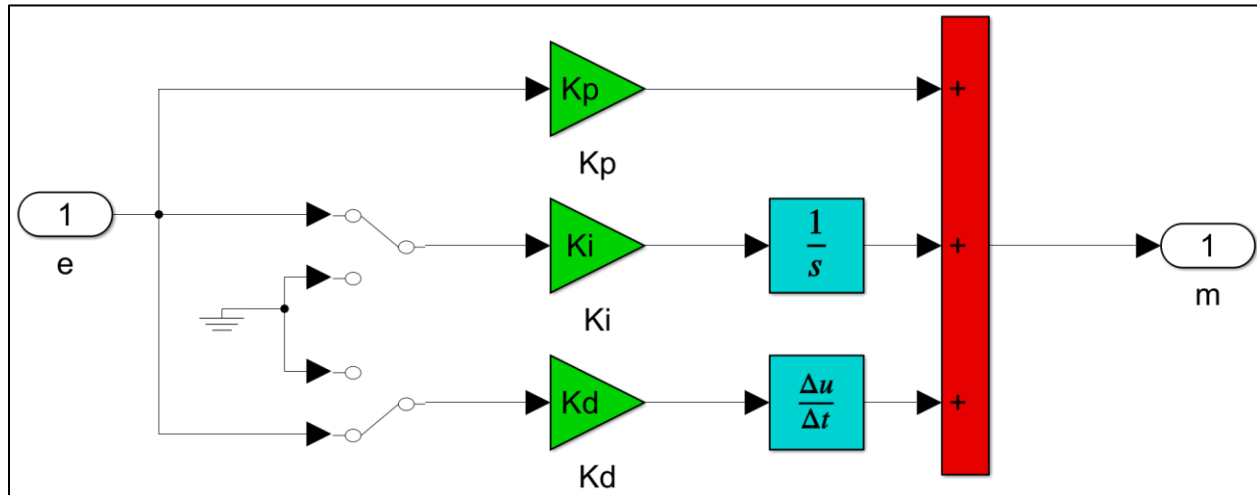
$$K_d = K_p T_d$$

Con esta información específica se pudo calcular los valores de las constantes del controlador y realizar las simulaciones necesarias para evidenciar la capacidad de controlabilidad que poseía el algoritmo frente al proceso en cuestión, además de las condiciones normales del sistema que consistió la fase inicial, se introdujo varias perturbaciones para examinar su funcionamiento frente a condiciones comunes y críticas. Por ello se estableció la siguiente metodología para comprobar la fiabilidad del diseño del controlador:

- Evaluar la respuesta del sistema a la acción del controlador, bajo condiciones normales, es decir, Set point 300 RPM y ninguna perturbación.
- Modificar la constante proporcional si es necesario debido a grandes oscilaciones, es decir, determinar un ajuste fino del controlador.
- Introducir una perturbación del 20 % y 50% relacionada con el rechazo de carga.
- Introducir perturbación en el controlador y evaluar el comportamiento para determinar los rangos de operación de este.
- Variar el valor del set point en un  $\pm 10\%$  del nominal y evaluar el comportamiento de la respuesta del sistema y la acción del controlador.

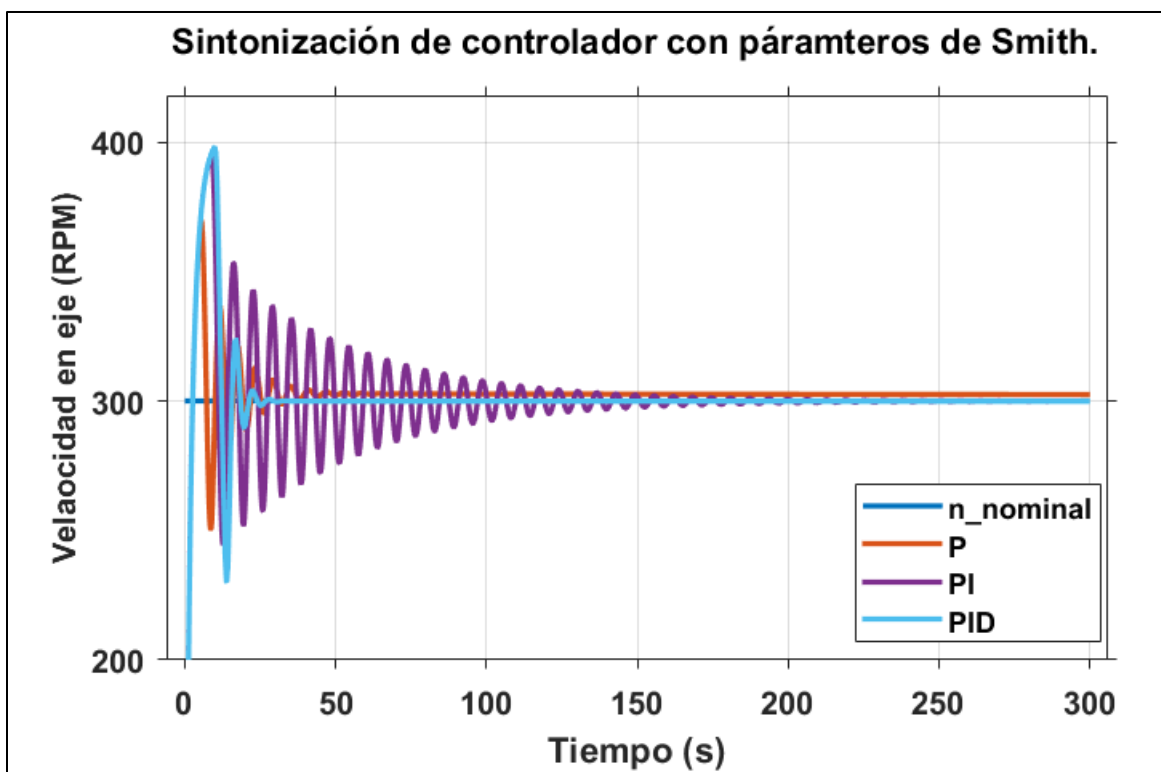
Seguidamente, se introdujo las constantes calculadas con los argumentos de las tablas 5 y 6 del modelo del controlador (Figura 20) al modelo de lazo cerrado del sistema de control, con lo

cual en una fase inicial se pudo obtener las respuestas que se visualizan en la Figura 21 y 22, respectivamente para la metodología de Smith y Gaviño.



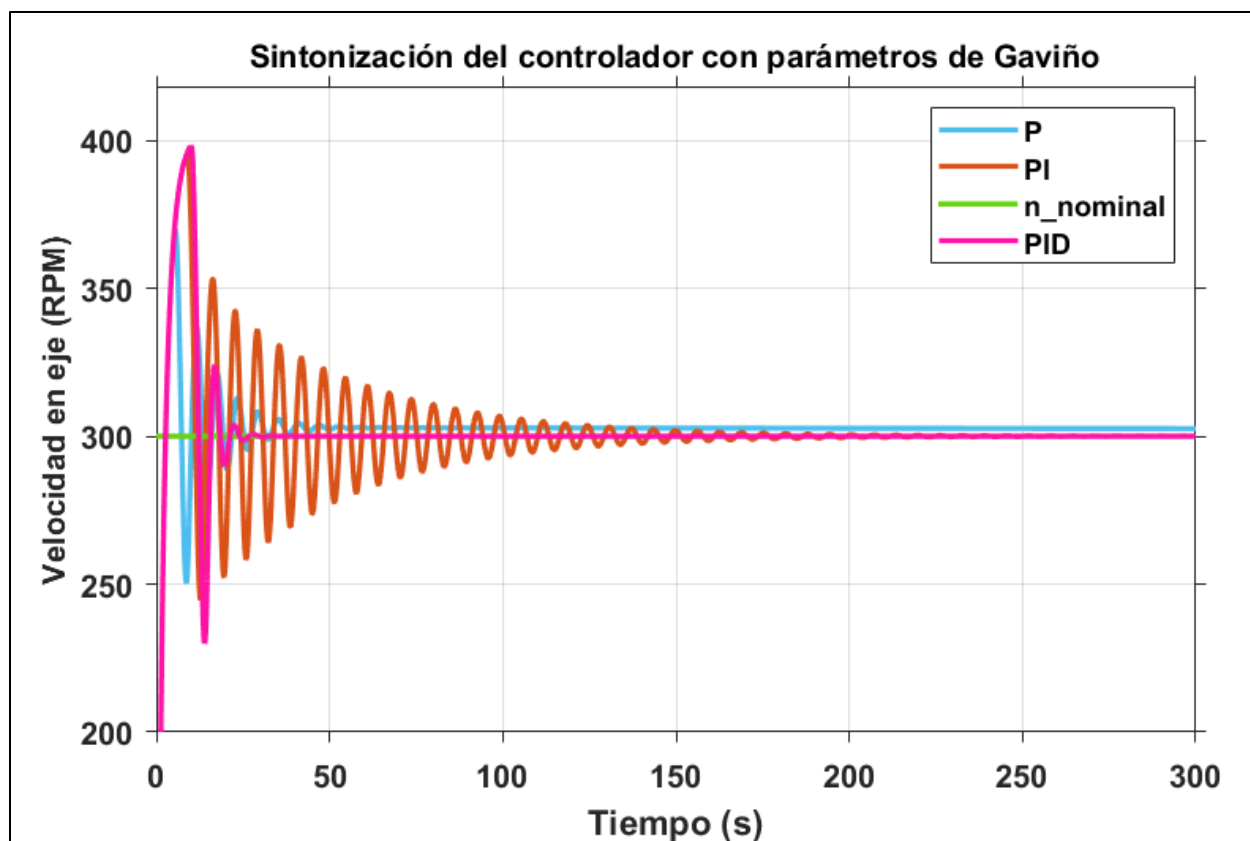
**Figura 20.** Modelo matemático del controlador implementado en Simulink.

El modelo del controlador implementado permitió anular las configuraciones PI, PID con solo un clic, esto fue necesario para obtener el comportamiento de la respuesta del sistema dinámico con las distintas configuraciones recomendadas, así pues, ingresando las constantes calculadas con la tabla de Smith, se pudo evidenciar que todas las variantes generan grandes oscilaciones, algunas de estas como la configuración PI, se sostiene por más de 250s, sin embargo logra estabilizar la velocidad de salida de la turbina y la PID es la más rápida en estabilizar.



**Figura 21.** Respuesta del proceso y comparativa de los controladores según Smith.

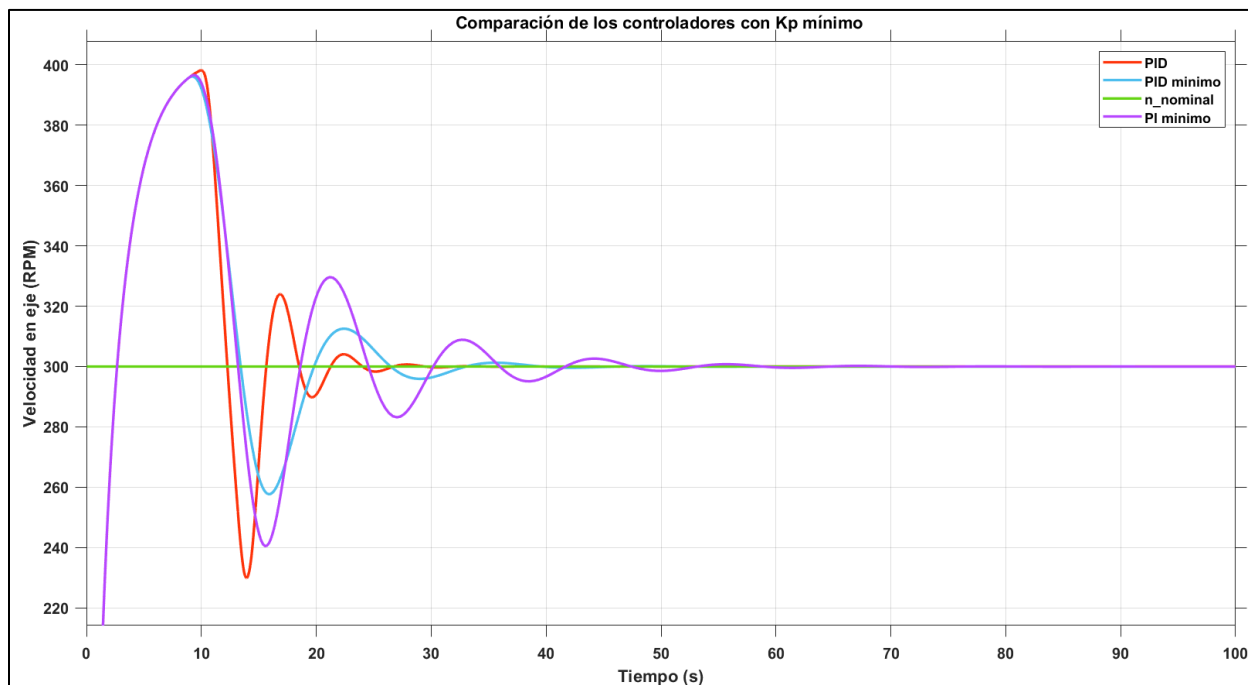
Con base en la metodología planteada para la sintonización del controlador, se procedió a variar las constantes del controlador a tal punto que fuesen las calculadas por Gaviño, con estos valores se ejecutó la simulación del proceso y se obtuvieron las respuestas de este ante las configuraciones predeterminadas del controlador, como se observa en la Figura 22. Ahora bien, se puede deducir que tanto el controlador PI y PID alcanza el valor de 300 RPM, con diferente tiempo de asentamiento, siendo la PID aproximadamente 5 veces más rápida, sin embargo, con dos sobre impulsos mayores al 20%, por último, el proporcional P presenta como era de esperar un error de posición en tiempo estable.



**Figura 22.** Respuesta del proceso y comparativa de los controladores según Gaviño.

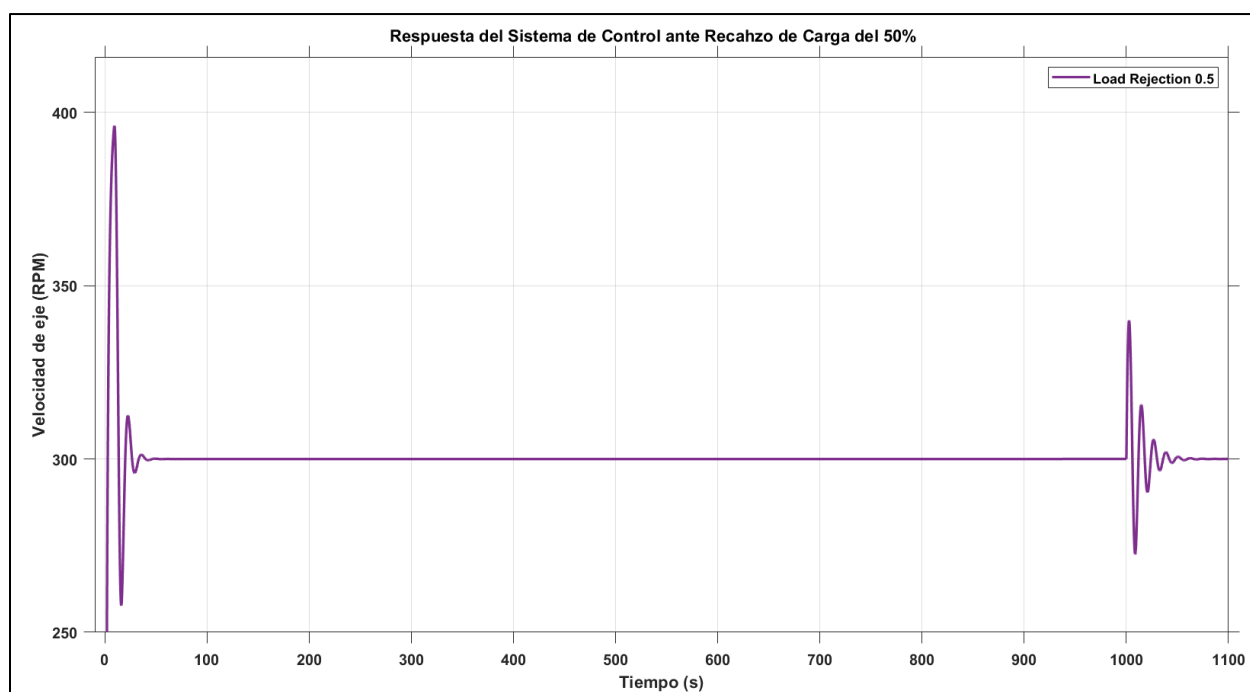
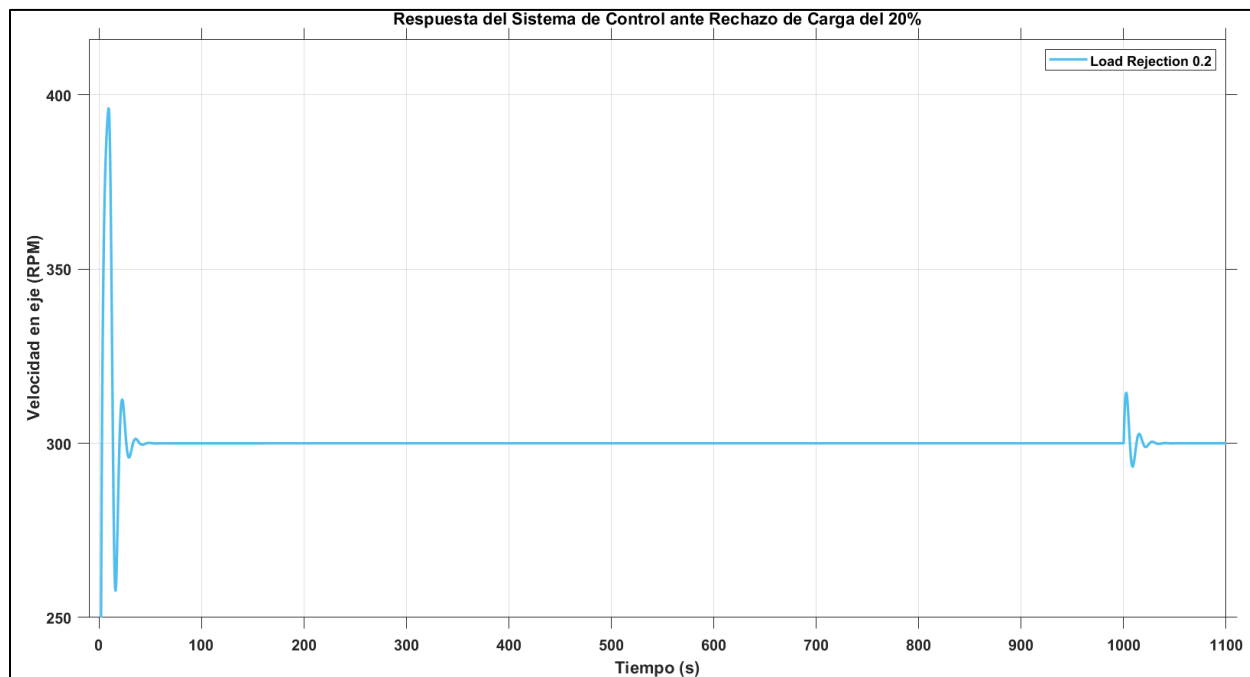
Las respuestas del sistema con las dos diferentes configuraciones de valores calculados ensayadas presenta muchas similitudes tales como las grandes oscilaciones, tiempo de estabilización y valor de asentamiento, a partir de estos resultados y siendo consecuente con la metodología se procedió a reducir la banda proporcional en una proporción de 0.25, con ello se redujo indirectamente las constantes integrativas y derivativas, obteniendo los resultados del sistema que se procedieron a compararse con las respuestas del sistema con las constantes iniciales (**Figura 23**) en las configuraciones PI y PID que mostraron resultados aceptables.





**Figura 23.** *Respuesta del proceso con variantes PID iniciales y reducidas.*

El análisis de los resultados del sistema con las variantes del controlador PI y PID con las constantes iniciales y reducidas, pudo determinar que las reducciones de las constantes mejoran considerable las respuestas del sistema, por ejemplo para el caso de la configuración PI, la reducción del número de oscilaciones y tiempo de estabilización disminuyeron en un factor de 5, sin embargo, la presencia de un sobreimpulso inicial mayor del 30% en todas las configuraciones generó incertidumbre solo el adecuado diseño del controlador, a pesar de lograr la estabilidad dentro de los rangos aceptables de tiempo, por ende, se procedió a aplicar una perturbación de rechazo de carga de 20% y 50%, para observar el comportamiento de la velocidad y el controlador (**Figura 24**), obteniendo así, sobreimpulsos inferiores del 6% en el caso extremo.



**Figura 24.** Acción del sistema de control ante perturbaciones de rechazo de carga.

### 6.2.2. Curva de reacción

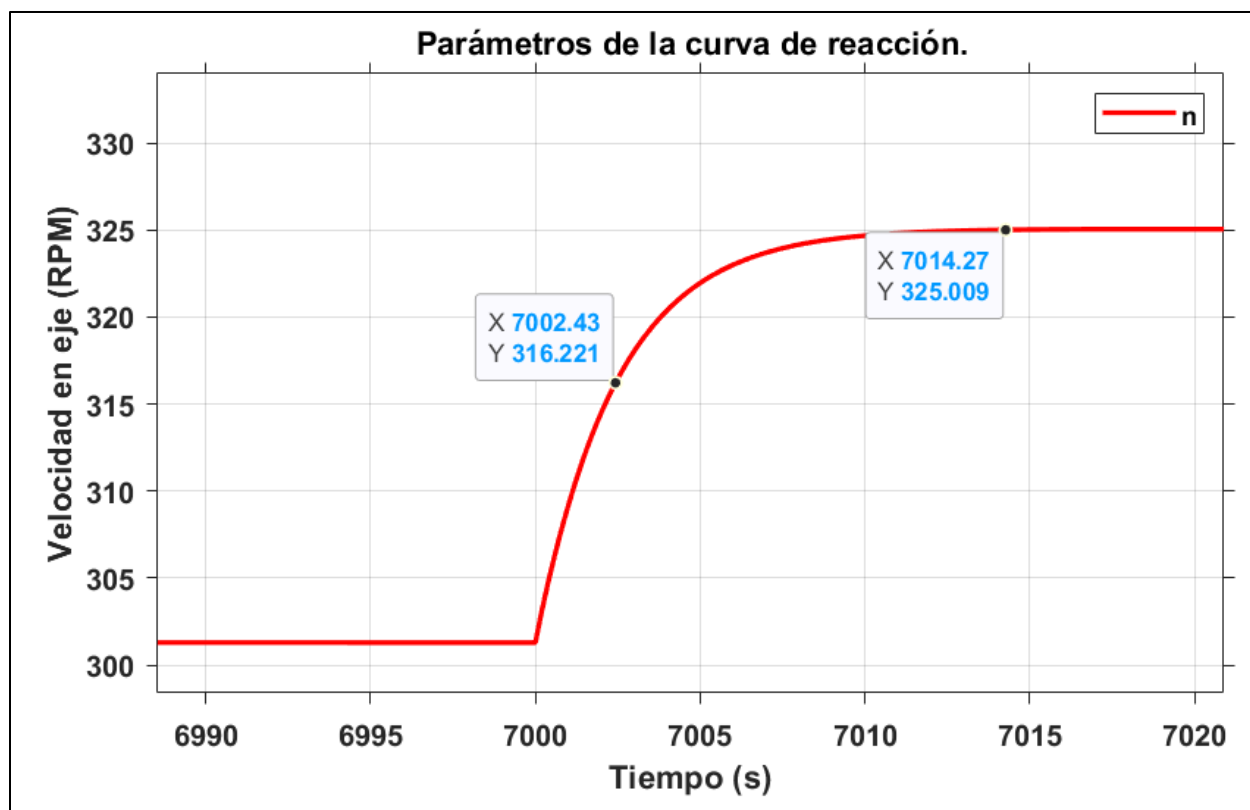
Este método es el más conocido, práctico y con muchas variantes para determinar sus parámetros, ahora bien, Smith & Corripio (1991) afirmaron que Ziegler y Nichols lo diseñaron basandose en las respuestas experimentales de muchos procesos industriales, puesto que generaba una excelente y primera aproximación para calcular los valores de la banda proporcional, tiempos integrativos y derivativos. A partir de los parámetros definidos y obtenidos tales como el tiempo muerto y la pendiente de la curva, se puede utilizar la **Tabla 8** (Hernández Gaviño, 2010).

**Tabla 8**

*Sintonización de controladores mediante el método de Ziegler-Nichols.*

Tipo de Controlador	Ganancia Kp	Tiempo de integración Ti	Tiempo de derivación Td
<b>P</b>	$\frac{1}{T_a m}$		
<b>PI</b>	$\frac{0.9}{T_a m}$	$3.3 T_a$	
<b>PID</b>	$\frac{1.2}{T_a m}$	$2T_a$	$0.5T_a$

Los parámetros de la curva de reacción se obtuvieron con ayuda del analizador de gráficas de Matlab, como se observa en la Figura 24, donde se pudo determinar que las variaciones de la velocidad van desde 301.3 a 325 RPM en un tiempo de 14.2s. A partir de esta curva según Smith & Corripio (1991) se utiliza el método refinado de Cecil Smith que indica que se debe usar las siguientes ecuaciones:



**Figura 25.** *Parámetros de tiempo característico de la curva de reacción.*

$$\tau = \frac{3}{2}(t_2 - t_1)$$

$$t_0 = t_2 - \tau$$

Donde:

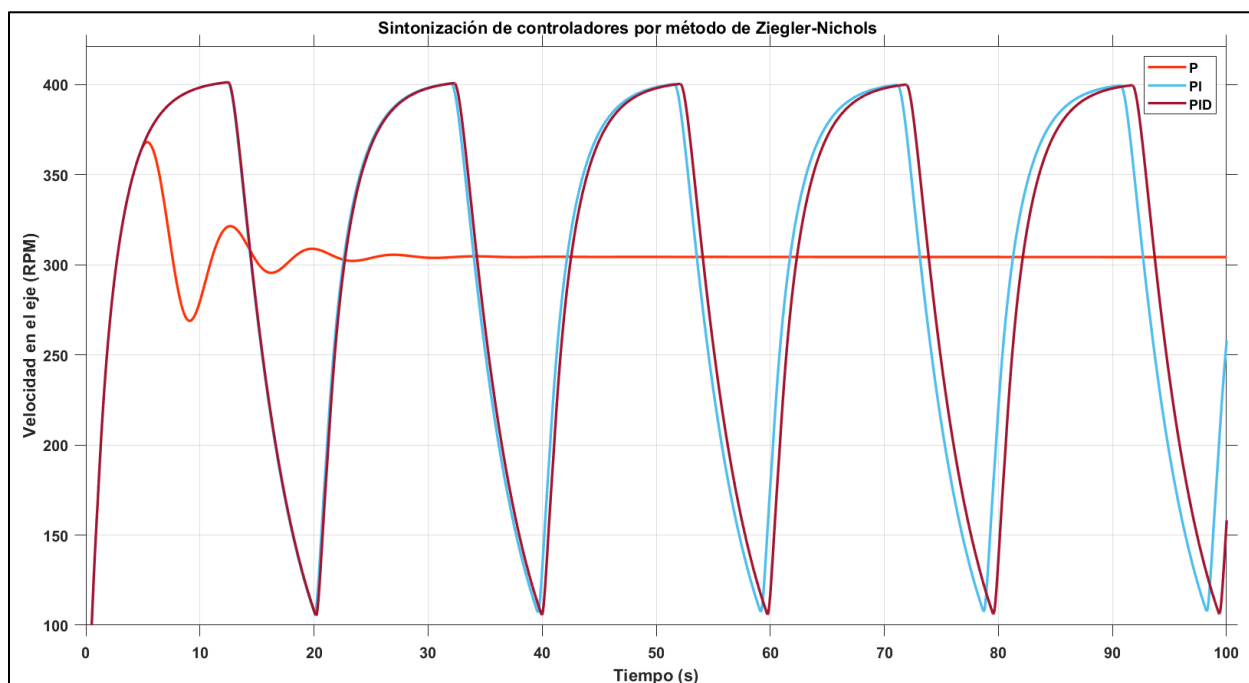
$t_1$  = tiempo de  $0.283 \Delta c_s$

$t_2$  = tiempo de  $0.632 \Delta c_s$

Con las ecuaciones se determinaron los siguientes valores característicos de la curva de reacción:

$$\tau = 2.4 K = 23.7 m = 9.87 t_0 = T_a = 0.03;$$

A partir de los parámetros obtenidos, se calcularon las constantes del controlador, y se procedió a configurar en un script de Matlab dichos valores, esto permitió realizar las variantes del controlador y comparar las respuestas de él ante perturbaciones y cambio de Set Point, como se observa en la Figura 26, que indica el estado de saturación del controlador ante los valores de las constantes ingresadas en las configuraciones PI y PID.

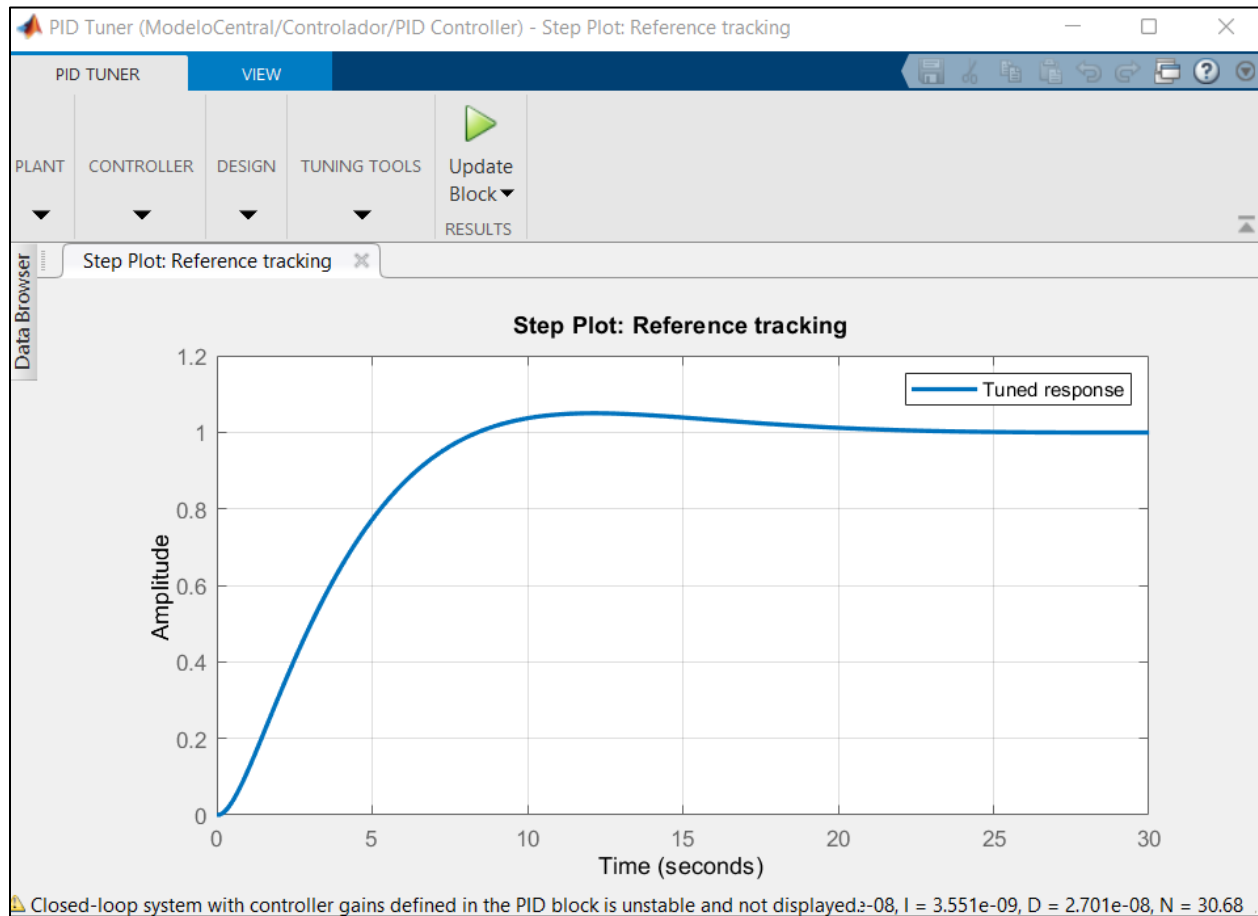


**Figura 26.** Respuesta del proceso ante las variantes de la acción del controlador sintonizado.

### 6.2.3. Toolbox PID Tuning

Herramienta incluida en el paquete de Matlab/Simulink (Figura 27), que permite linealizar el sistema con lazo cerrado, y graficar la respuesta del sistema en lazo cerrado y definir los parámetros de tiempo de estabilidad y margen de sobre impulso, por medio de barras, donde se compara la respuesta esperada del sistema junto a la respuesta actual del proceso, esta herramienta es clave para el diseño debido a que permite recalculer las constantes del controlador

para hacer que el sistema de control mantenga la respuesta del proceso dentro de los estándares del diseño.



**Figura 27.** Interfaz de usuario para sintonización de controladores del PID Tuner.

Durante el proceso de sintonización del controlador por medio del Toolbox PID Tuner, se presentó varios inconvenientes, uno de ellos fue que la aplicación durante la linealización de la planta encontró que cualquier ganancia suministrada al controlador generaba inestabilidad en el lazo cerrado del sistema, por ello fue imposible graficar la respuesta actual del proceso, como se indica en la figura 27, además de ello, las constantes obtenidas por el Toolbox fueron

extremadamente pequeñas comparadas con los parámetros previamente calculados con los métodos utilizados en este diseño, como se indica en la Tabla 9.

**Tabla 9**

*Sintonización de controladores mediante Toolbox PID Tuner.*

Tipo de Controlador	Sobre impulso (%)	Tiempo de establecimiento (s)	Magnitud
<b>P</b>	24.5	15.4	3.21816919791059e-08
<b>PI</b>	0	54.5	1.11921598578885e-08 1.0015914592103e-09
<b>PID</b>	4.97	18.1	2.05396928522566e-08 3.55068990591673e-09 2.70050883526305e-08

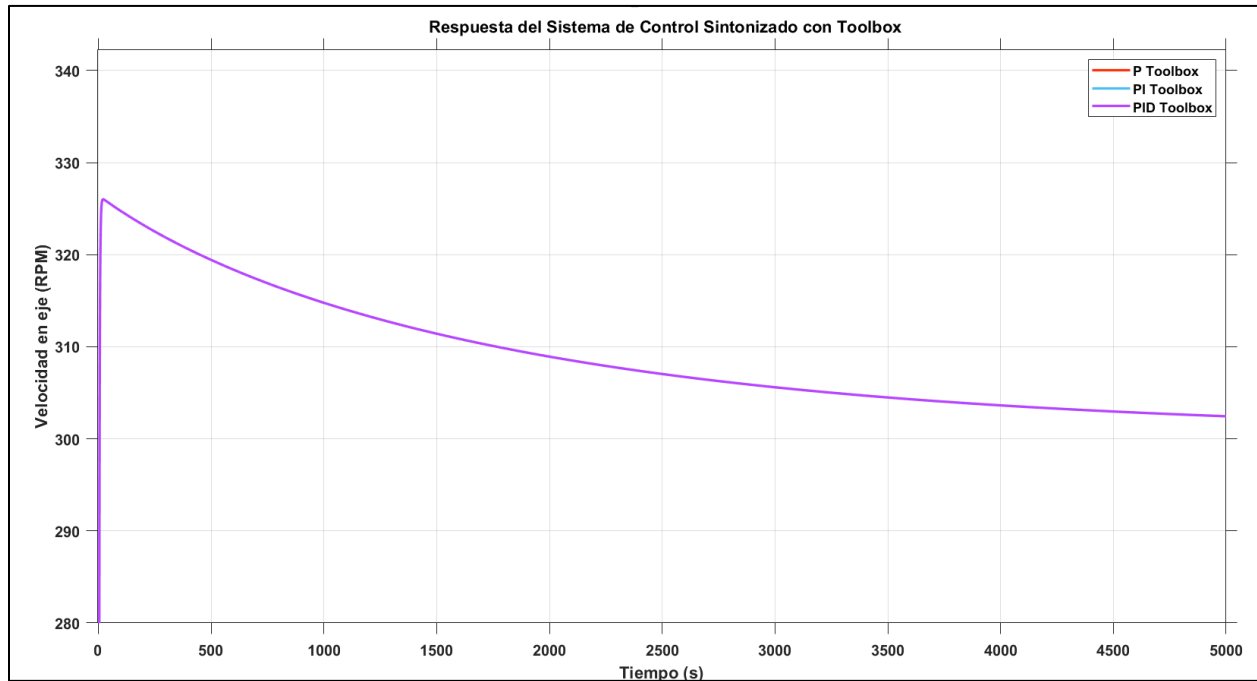
Sin embargo, como parte del procedimiento metodológico establecido para el diseño del sistema de control, fue imperativo implementar estas constantes dentro del modelo y analizar su comportamiento frente a los parámetros del controlador (**Figura 28**) después de la sintonización con el Toolbox.

Controller Parameters		
	Tuned	Block
P	2.054e-08	2.054e-08
I	3.5507e-09	3.5507e-09
D	2.7005e-08	2.7005e-08
N	30.6816	30.6816
Performance and Robustness		
	Tuned	Block
Rise time	5.53 seconds	5.53 seconds
Settling time	18.1 seconds	18.1 seconds
Overshoot	4.97 %	4.97 %
Peak	1.05	1.05
Gain margin	43.1 dB @ 7.52 rad/s	43.1 dB @ 7.52 rad/s
Phase margin	69 deg @ 0.268 rad/s	69 deg @ 0.268 rad/s
Closed-loop stability	Stable	Stable

**Figura 28.** *Parámetros de la acción del controlador sintonizado sobre el proceso.*

La simulación del proceso junto con los nuevos parámetros del controlador se ejecutó, obteniendo las respuestas del proceso registradas en la figura 29 frente a las distintas configuraciones del controlador, estos resultados permitieron determinar el máximo margen de sobre impulso, el tiempo de estabilización de la velocidad y el error en estado estacionario expuestos en la Tabla 9, que marcó el punto fundamental para realizar la comparativa del diseño esperado junto al obtenido.





**Figura 29.** Respuesta del proceso ante las variantes del controlador sintonizado en Toolbox.

Como era de esperar a raíz de la incertidumbre generada por la magnitud de las constantes del controlador calculadas por el Toolbox, la diferencia era notable, por ejemplo el tiempo de establecimiento fue superior en el orden de 400 veces el indicado por el Toolbox, por su parte el sobre impulso fue un 75% mayor del esperado aunque el error en estado estable fue óptimo, estos resultados para un proceso de este tipo es inaceptable debido a la necesidad de una respuesta inferior o igual a 120s en la recuperación de sus condiciones.

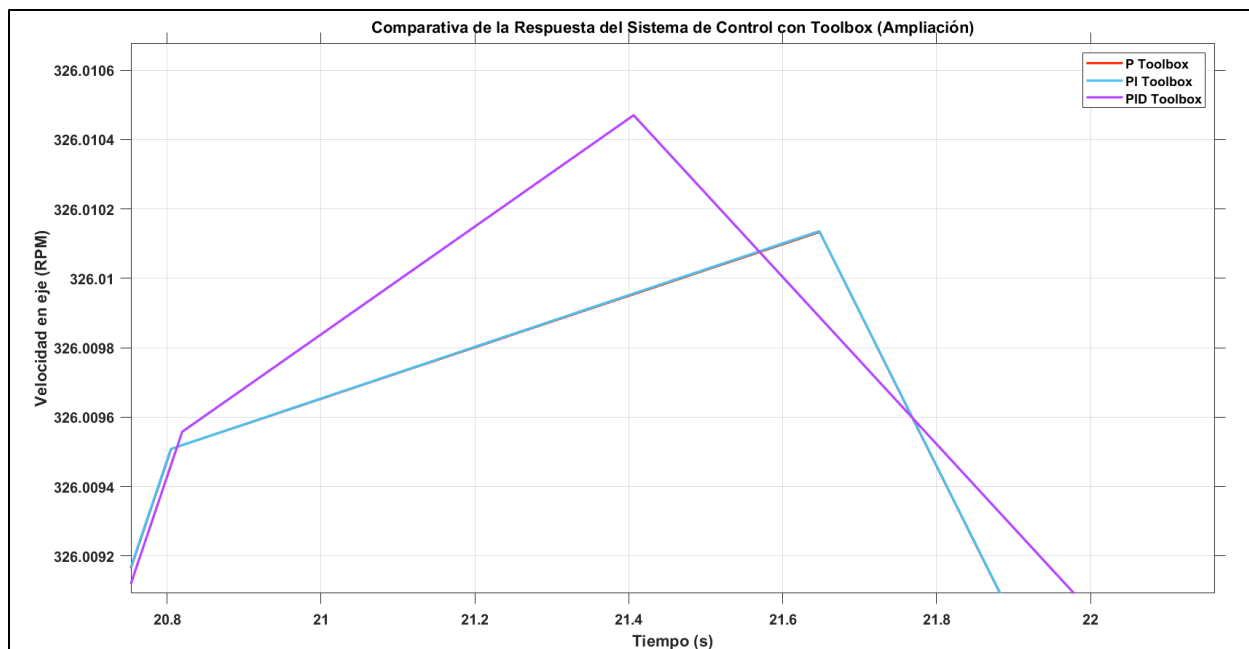
**Tabla 10**

*Parámetros obtenidos del sistema de control.*

Tipo de Controlador	Sobre impulso (%)	Tiempo de establecimiento (s)	$\epsilon_{SS}$
<b>P</b>	8.67	8500	0.26
<b>PI</b>	8.67	8000	0.26
<b>PID</b>	8.6701	7500	0.33

*Nota:* Los valores fueron los determinados después de aplicar las constantes al controlador y analizar la respuesta del proceso.

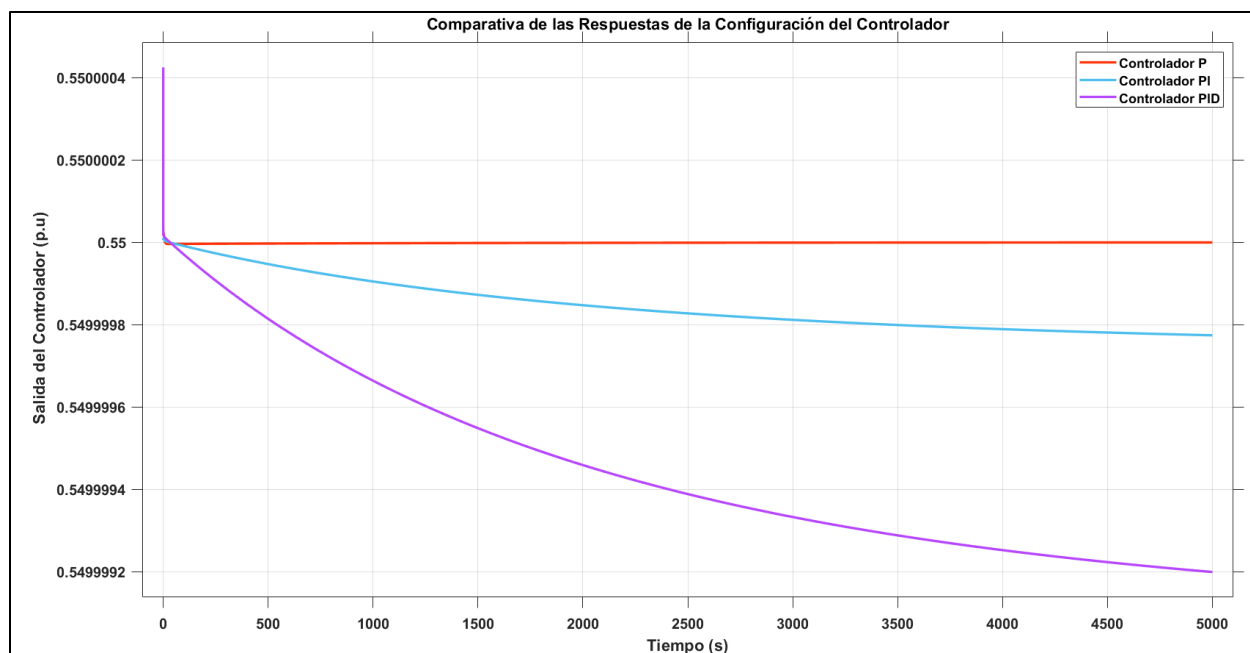
Dentro de la comparativa de la configuración P, PI y PID del controlador fue necesario ampliar la zona del sobre impulso inicial (Figura 30) para verificar la recuperación más rápida del proceso y poder realizar afirmaciones sobre la tendencia y su compartimiento, así que, a razón de esto se pudo determinar que la acción del controlador PID para este caso fue la que ofreció una menor rapidez en la recuperación de condiciones de velocidad en la turbina y además se confirmó que el comportamiento del controlador tipo P y tipo PI, ocasionan las mismas modificaciones en el proceso e incluso logran el mismo error en estado estacionario.



**Figura 30.** Verificación de la recuperación de la velocidad del eje turbina/generador.

A pesar de que el diseño obtenido por el Toolbox no fue aceptable, era necesario analizar la respuesta del controlador al proceso en busca de lograr estabilidad, por ende, se gráfico dicho comportamiento en la Figura 31, en la cual se evidenció que el controlador tipo P, se mantuvo en la misma posición inicial del servomecanismo destinada para alcanzar la velocidad de 300 RPM sin ningún tipo de perturbación que se planteó al inicio del diseño, lo cual ocasionó incertidumbre debido a que este obtuvo los mismos efectos en la respuesta del proceso que el controlador tipo PI, el cual si presentó variaciones en la posición del servomecanismo como se observó en su comportamiento.

Un aspecto fundamental de este análisis fue determinar que la acción del controlador al proceso se restringió en su mayoría debido a que el desplazamiento del servomecanismo fue de 0.18% máximo de su posición inicial en un intervalo de tiempo considerablemente alto.

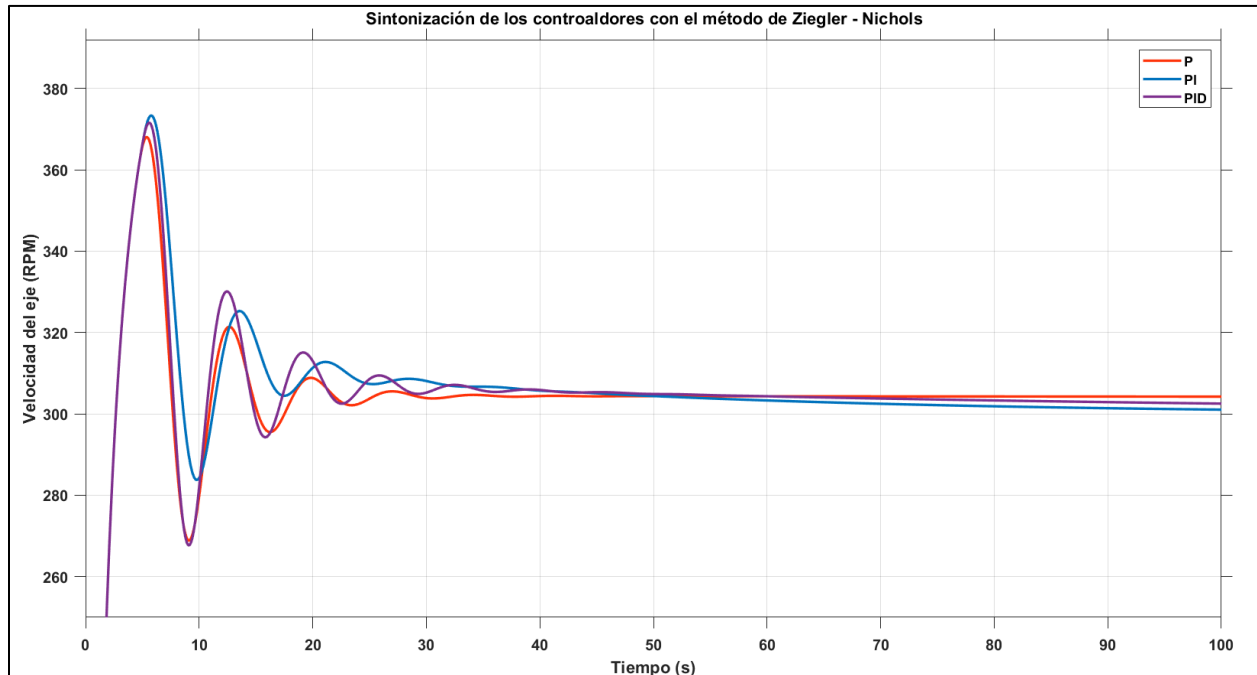


**Figura 31.** Verificación de la respuesta del controlador a condiciones de velocidad.

#### 6.2.4. Sintonización experimental

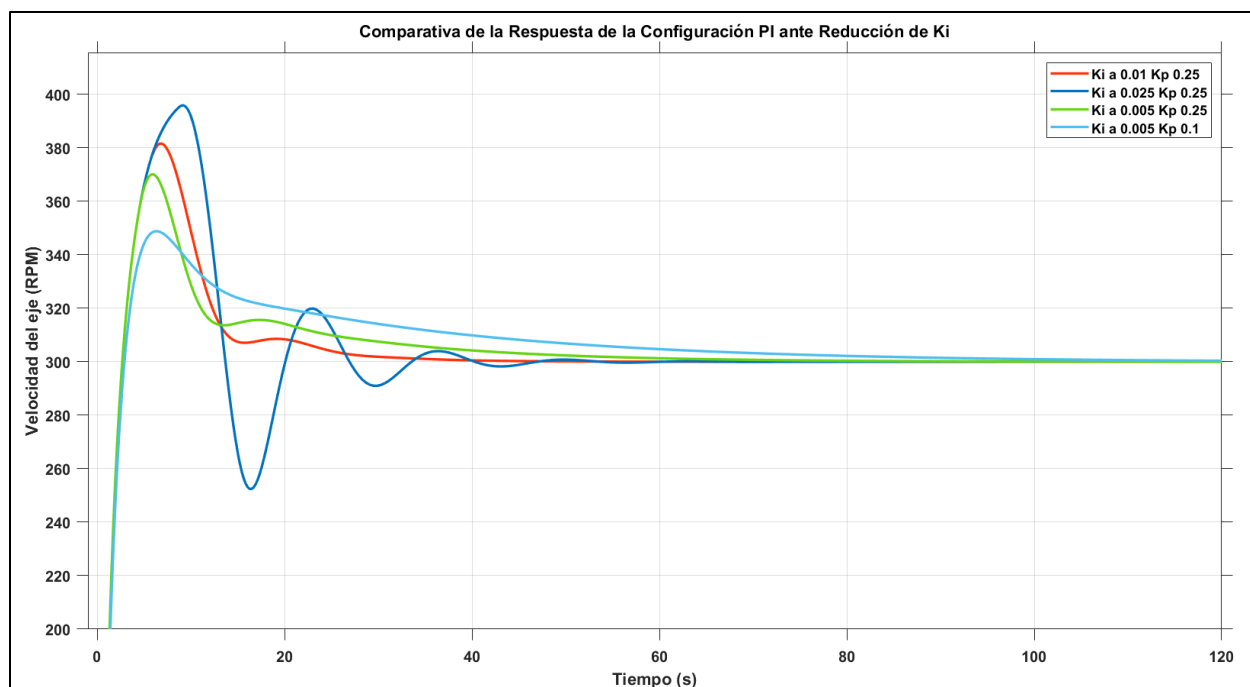
A raíz del análisis de las diferentes respuestas obtenidas a las variantes del controlador y la forma en que se determinaron sus constantes, se identificaron determinados comportamientos en la respuesta del sistema ante las acciones de cada parámetro del controlador, por ende, se realizó un ajuste fino teniendo como marco los valores calculados previamente por los distintos métodos.

Así que, a partir de las respuestas del método de Ziegler, se pudo identificar que las constantes necesitan ser multiplicadas por un factor específico para mejorar su función dentro de la acción del controlador, por ende, se procedió a registrar las respuestas del proceso a través de la herramienta Datalogger de Simulink, con ella se pudo comparar las respuestas después de aplicados los cambios, como se evidencia en la siguiente Figura:



**Figura 32.** Respuesta del proceso frente a las reducciones iniciales de las constantes del controlador.

Dentro del proceso se identificó, los factores de reducción de las constantes, proporcional, integrativa y derivativa respectivamente, así que, se redujo redujo la variante PI, inicialmente tomando como un valor de referencia un  $K_P = 0.5$ , de allí se redujo considerablemente en un factor de 0.25 y 0.1, por su parte KI, se identificó que la constante inicial era extremadamente alta, así que se determinó reducir considerablemente ese valor en un factor de 0.005, esta modificaciones fueron introducidas en el modelo matemático del sistema de control y registradas en la siguiente figura:



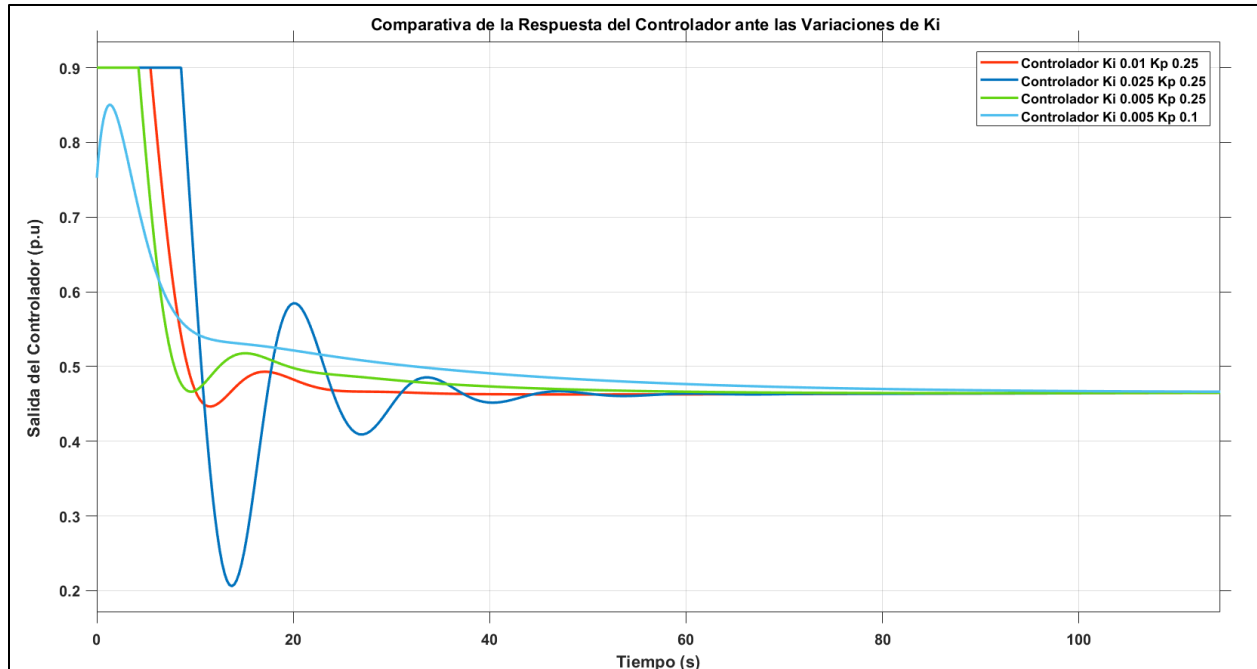
**Figura 33.** Respuesta del proceso a diferentes reducciones de las constantes del controlador.

La comparación de la respuesta del proceso ante la acción de los distintos controladores ensayados variando los valores de  $K_p$  y  $K_i$ , permitieron evidenciar la reducción del margen de sobre impulso de un 30% máximo en arranque de la turbina a un 15%, solo con la variación del parámetro  $K_i$ , sin embargo, esta reducción fue acompañada de un ligero aumento de tiempo de estabilización, además de un comportamiento suave y robusto del asentamiento de la velocidad que aumento la aceptación del diseño hasta ese momento. A partir de esto se identificó que la reducción máxima del parámetro  $K_i$  fue de un 0.005 y del 0.1 de  $K_p$  del valor calculado por Ziegler.

A continuación, se presenta una comparativa de la respuesta de los controladores tipo PI correspondientes al comportamiento de velocidad demostrado en la figura 33, allí se logra observar que el 75% de las configuraciones presentaron una tendencia a la saturación en su fase

inicial, por otro lado, el comportamiento oscilatorio disminuyó junto con la reducción del parámetro  $K_i$ , hasta definir su límite en 0,005, a partir de este valor las reducciones vienen acompañadas de pequeñas oscilaciones.

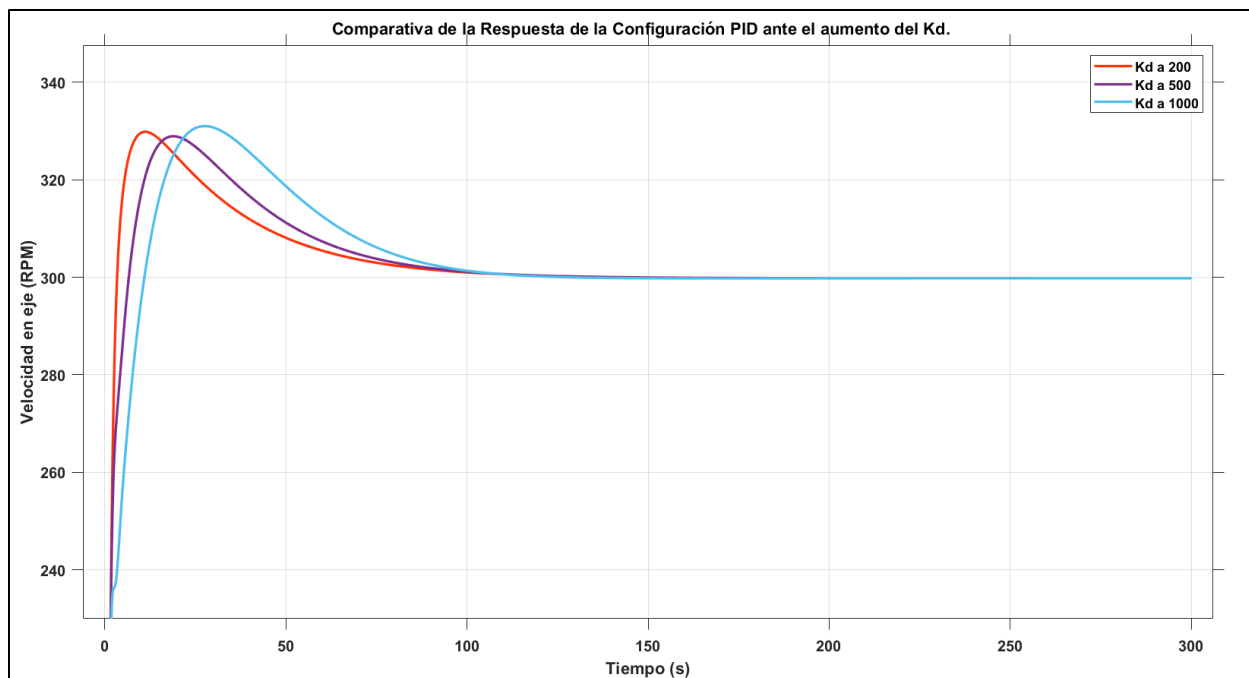
Además, como se identificó en la comparativa de la salida del controlador, la reducción del parámetro  $K_p$ , permitió evitar la saturación de la respuesta del controlador, sin embargo, esto con llevó a un comportamiento suave y moderado, que se tradujo en un 33% más de tiempo en alcanzar la estabilización de velocidad comparado con su homólogo no reducido, así que en ese punto encontrábamos los límites de reducción de este parámetro, un aumento más generaría pérdida de rapidez en el diseño.



**Figura 34.** Comportamiento de los diferentes controladores implementados al proceso de estabilización de velocidad .

Ahora bien, el diseño planteaba controladores PI puesto que en la figura 32 que fue la sintonización reducida por error de Ziegler, estos habían demostrado mejor comportamiento que las configuración P y PID, tanto en la rapidez de estabilización como en el margen de sobre impulso, a partir de ese momento se realizaron las distintas modificaciones pertinentes que arrojaron los límites para un controlador tipo PI, así que con la intención de indagar sobre que tipo de comportamiento tendría el proceso con la inserción de una componente derivativa al controlador, se inició la modificación del parámetro Kd con pequeños aumentos, que fueron registrados en la siguiente gráfica:



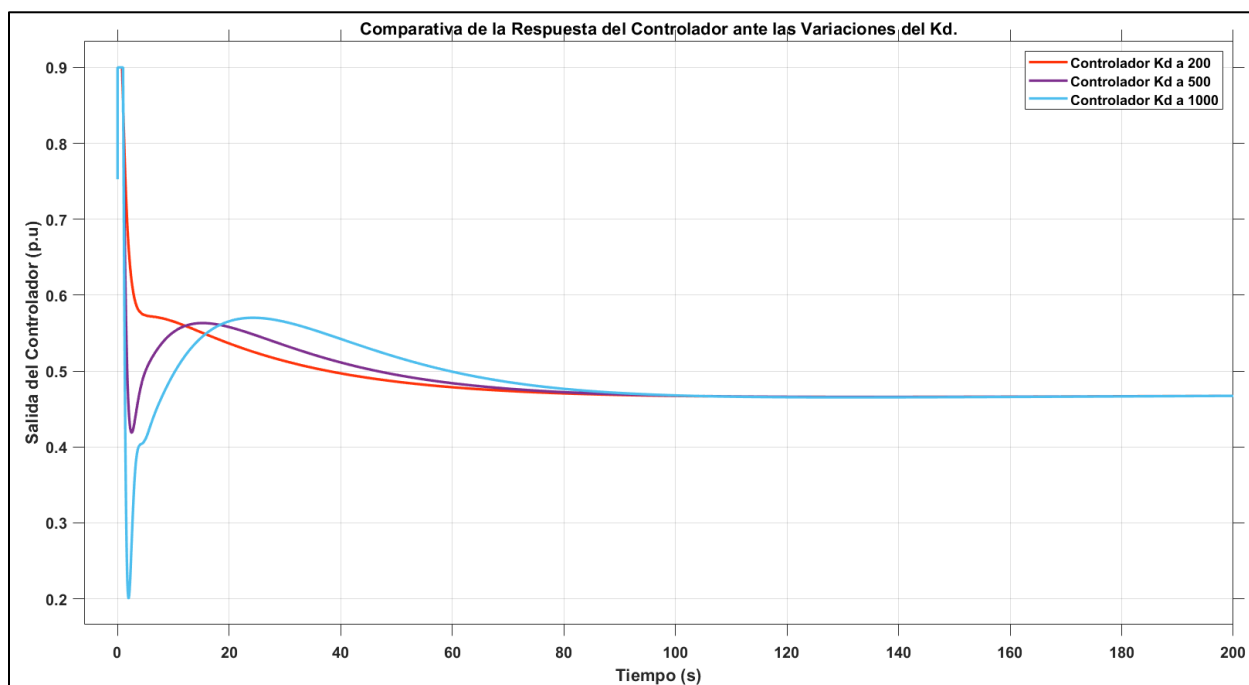


**Figura 35.** Respuesta del proceso frente a los aumentos de la constante  $K_d$  del controlador.

El primer aspecto que se identificó con este proceso fue la reducción del margen de sobreimpulso, la gráfica 35 representa el intervalo máximo de aumentos del parámetro  $K_d$ , este escenario se originó con la intención de reducir el sobre impulso inicial a un nivel del 5%, sin embargo, como es claro y se evidencia, un mayor incremento no repercute en una reducción más allá del 9.3% de sobreimpulso, sino que por el contrario la acción predictiva comienza a desplazar este fenómeno a través del tiempo y generando ligeros sobre impulsos de 0.6% con respecto al límite mínimo determinando del 9.3%, así que al comparar y analizar las respuestas se determino limitar el aumento del parámetro  $K_d$  a un valor del 200.

Con esto en mente, se procedió a verificar la respuesta del controlador (**Figura 36**) en su fase inicial de arranque de turbina con los aumentos descritos, observando que una mayor acción

predictiva ocasionaba mayor inestabilidad en la respuesta e incluso tendencia a la saturación por breves instantes, confirmando la teoría que se había planteado anteriormente sobre incrementos mayores a 200, la respuesta suavizado del controlador tipo PID obtenido con los parametros refinados se ajustaba a las especificaciones de un diseño de regulación de velocidad para una turbina tipo Francis.



**Figura 36.** Respuesta del controlador frente a los aumentos de la constante  $K_d$  del controlador.

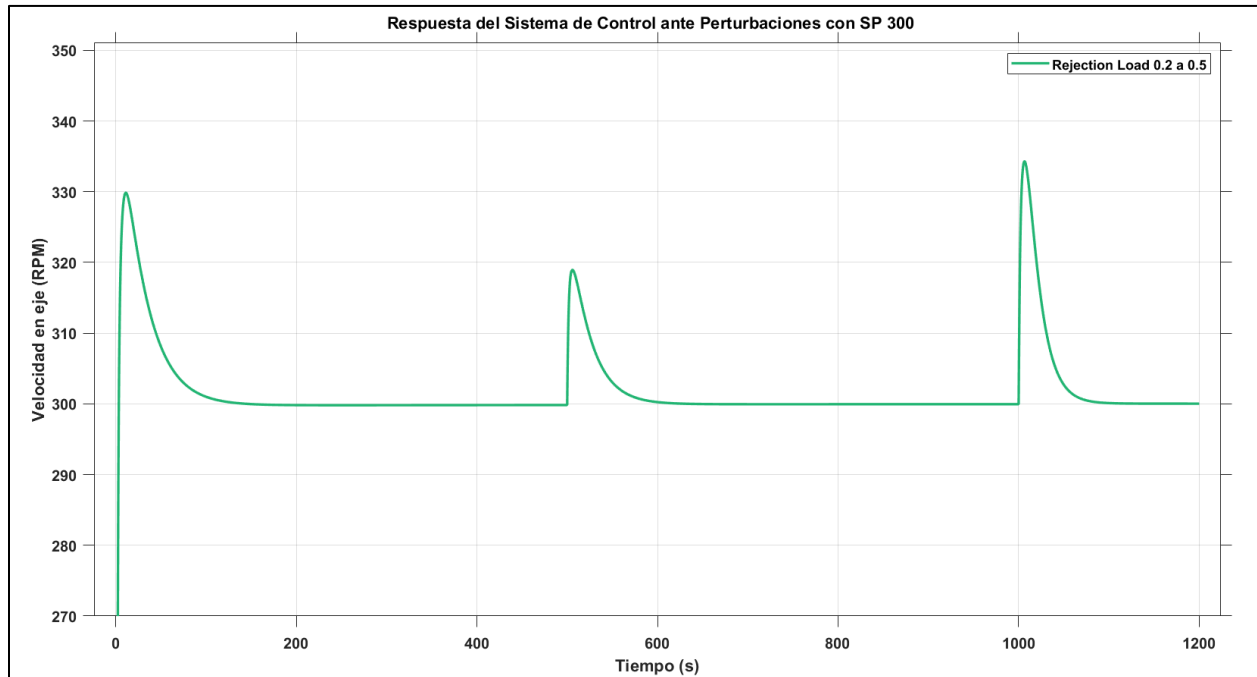
Los límites de ajuste fueron establecidos para las constantes del controlador tipo PID, que sumó las funciones proporcionadas por cada componente ocasionó que el sistema de regulación de velocidad obtuviese una respuesta suave y robusta con un periodo de recuperación de 100s, ideal para responder a perturbaciones de rechazo o aceptación de carga incipientes y que requiere de una acción de corrección rápida aunque los generadores estén diseñados para soportar estos

aumentos de velocidad, es imperante un sistema de regulación de velocidad eficiente para dichas situaciones.

Mencionado el aspecto de regulación de velocidad, fue necesario plantear y ejecutar la inserción de dos perturbaciones de rechazo de carga, una del 20% y otra del 50%, para tal fin, se operó de la siguiente forma:

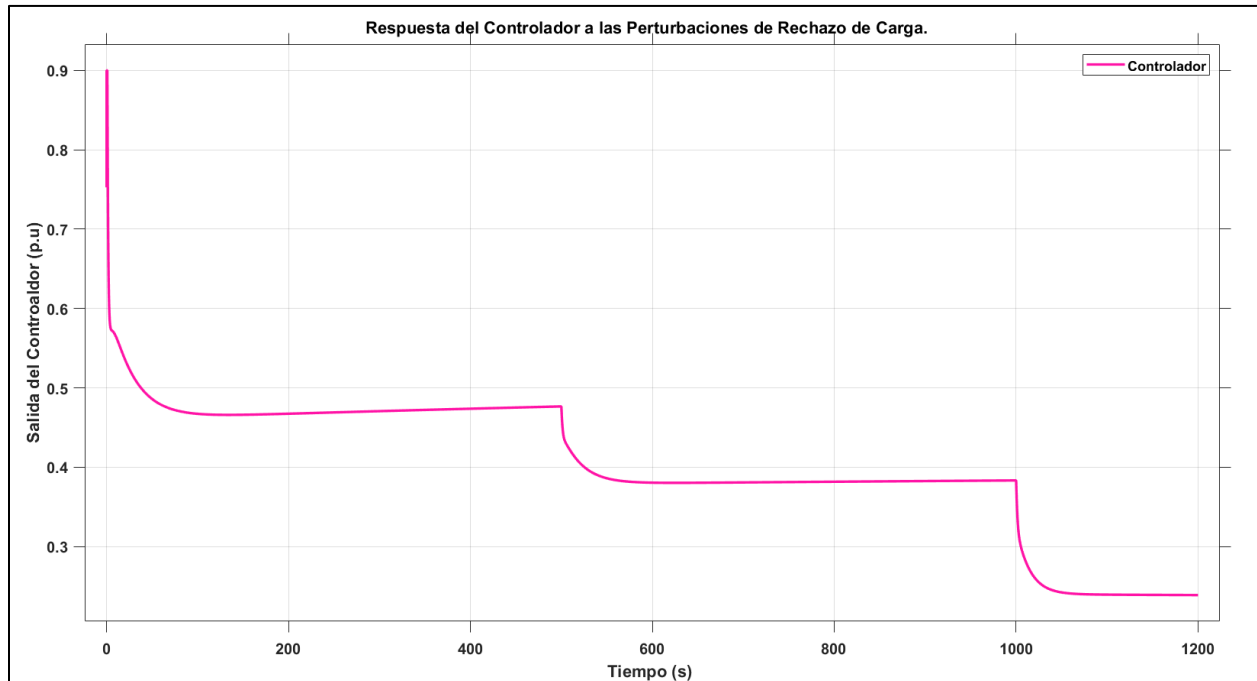
- Espera de tiempo de aproximadamente 500s entre perturbación.
- Aseguramiento de estabilidad previa de velocidad.

A partir de dichas consideraciones, se ingresó un bloque STEP configurado con una sumatoria de valores de reducción de carga que surtieron efectos como se registró en la figura 37, a partir de un tiempo de 500 y 1000 segundos, obteniendo con ello una regulación de velocidad en aproximadamente 100s, este aumento considerable de velocidad experimentada se debe principalmente a la pérdida de oposición a la rotación del eje, por lo cual, es necesario disminuir el acceso de agua al rodete y que con ello se equilibre el balance de torque mecánico del eje de la turbina y electromagnético del generador.



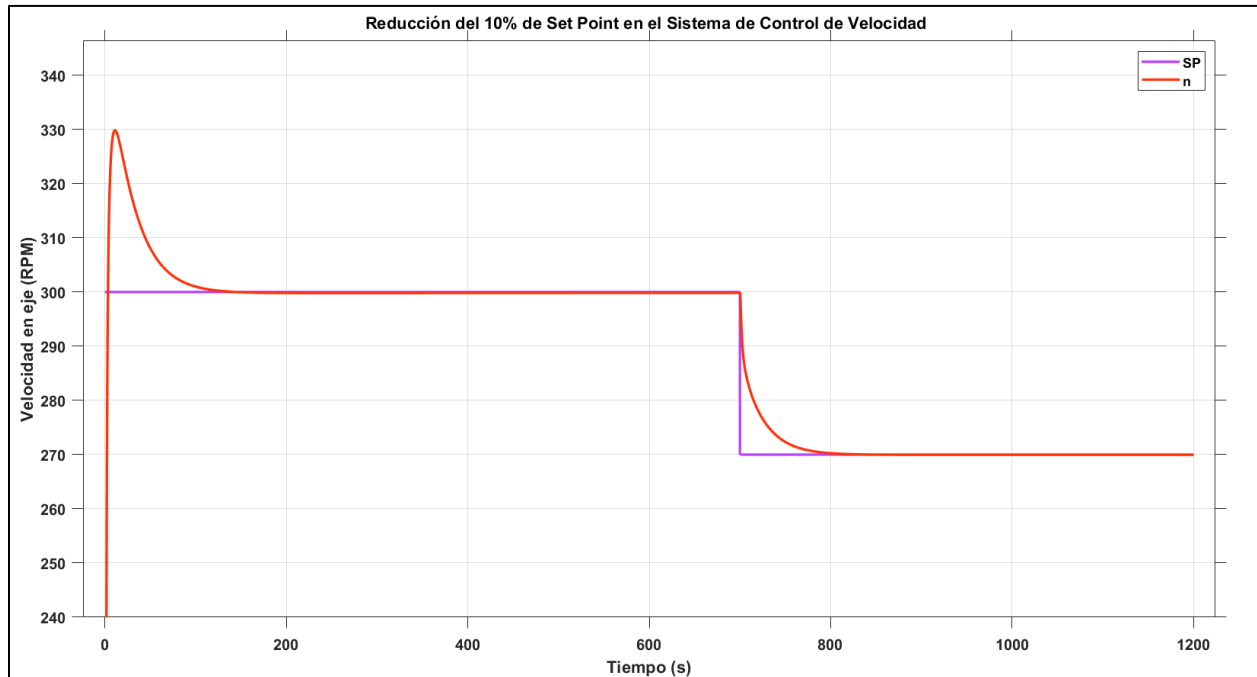
**Figura 37.** Respuesta del proceso frente a los disturbios generados por la pérdida de carga.

Por su parte, el comportamiento del controlador (**Figura 38**) era el esperado ante un fenómeno de rechazo de carga, la tendencia de cierre del servomecanismo que se evidenció con la reducción del 20% de carga conectada al sistema en un tiempo igual a 500s, donde la decreciente exponencial de la actuación del sistema hidráulico corresponde con la tendencia de la salida del controlador, así mismo este comportamiento se exhibió en el tiempo igual a 1000s, y logrando establecer un posición de cierre específica del mecanismo de los alabes móviles en aproximadamente 80s después del disturbio, tiempo propicio para la recuperación de condiciones de velocidad.



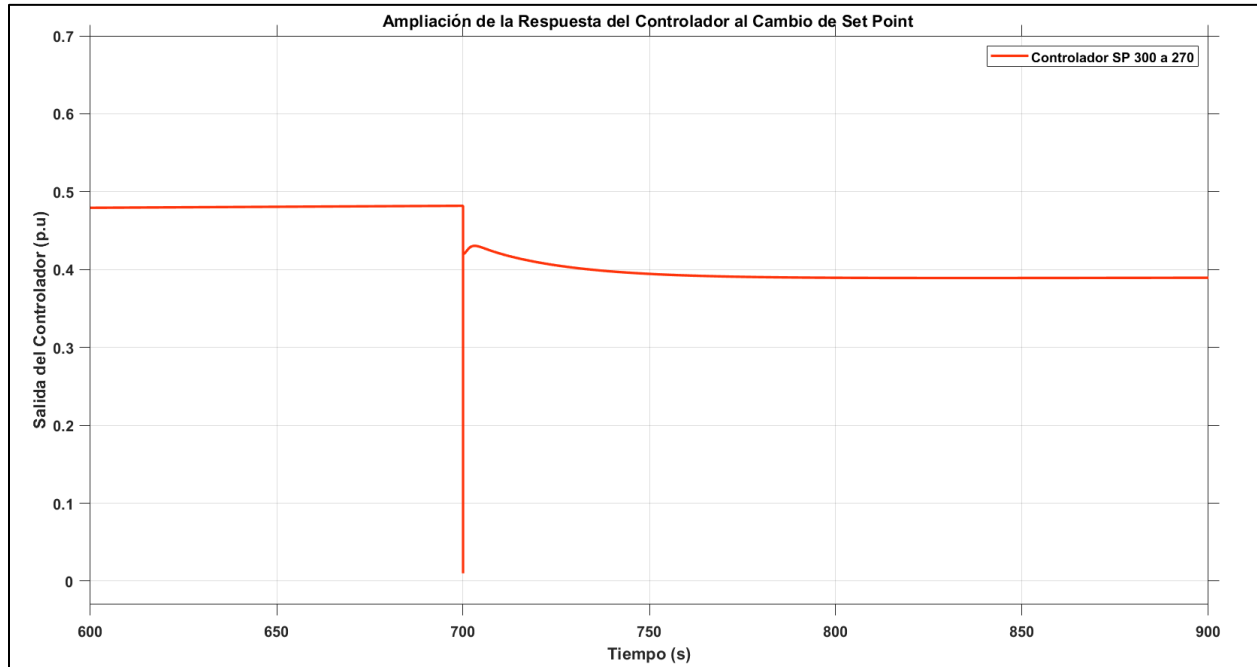
**Figura 38.** Respuesta del controlador frente a los disturbios generados por la pérdida de carga.

Aunque las variaciones del SET POINT en este proceso no es crítico, fue necesario determinar la fiabilidad del controlador en lograr estabilizar la velocidad ante un inesperado cambio de referencia asociado a un fenómeno extraordinario del funcionamiento del sistema de generación, por lo cual se diseñó un escenario donde se varió el SP en  $\pm 10\%$  de la velocidad de sincronismo del generador, como se evidencia en la figura 39 y 41, allí se logró determinar la capacidad de seguimiento del controlador al cambio de SP.



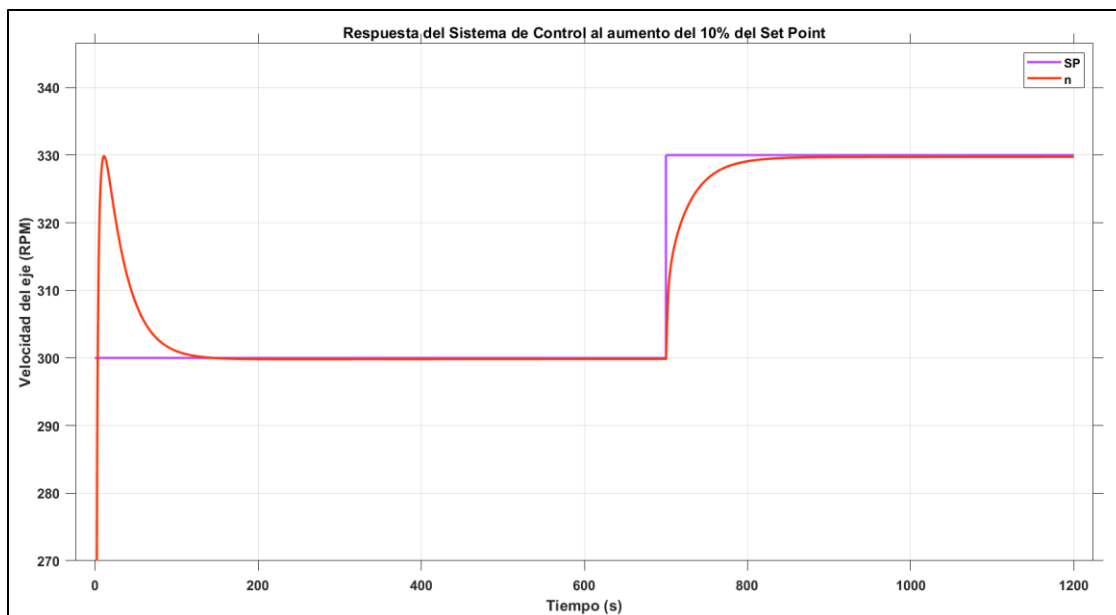
**Figura 39.** Respuesta del proceso frente al cambio de SP de 300 a 270.

Así mismo, se analizó los resultados obtenidos de la salida del controlador ante el cambio de referencia, haciendo un énfasis en la respuesta específica en el tiempo igual a 700s donde se presentó el cambio como se evidenció en la figura 40, allí por efectos de la acción predictiva el controlador tendió a la saturación inferior por un breve instante de tiempo y luego recupero su comportamiento ideal, este efecto de saturación en una posible implementación no se vería reflejado debido a un tiempo de muestreo adecuado, así que la variación del cierre proporcional del sistema de alabes estuvo en concordancia con la disminución de la referencia.

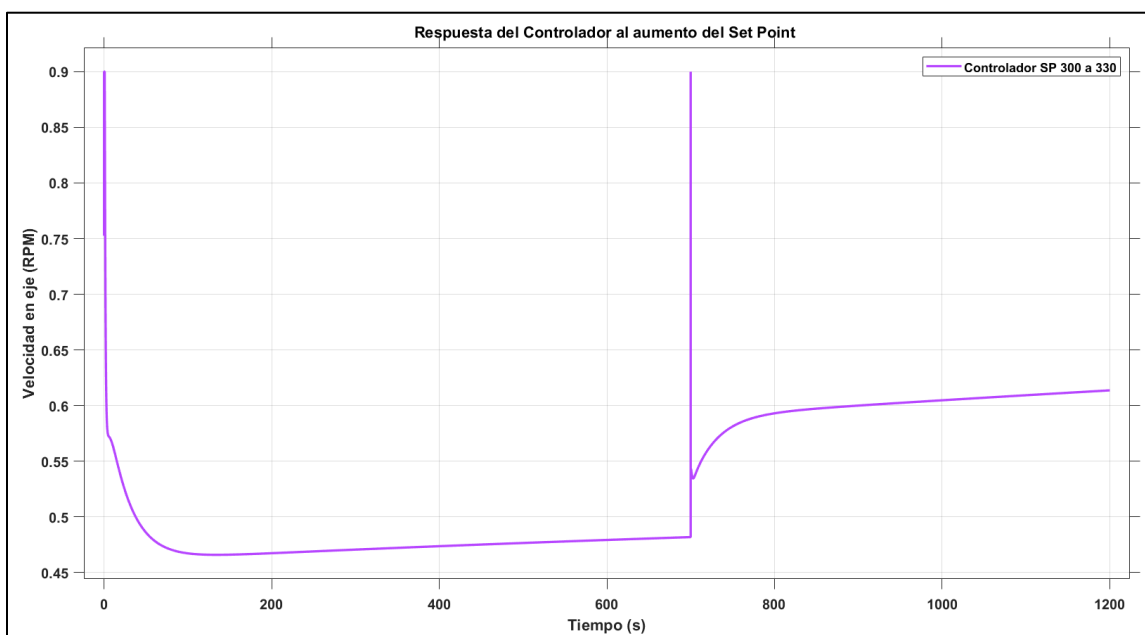


**Figura 40.** *Respuesta del controlador frente al cambio de SP de 300 a 270.*

Al igual que la reducción del SP, el comportamiento del proceso y controlador al aumento fue idéntico al descrito anteriormente como se evidencia en las siguientes figuras:



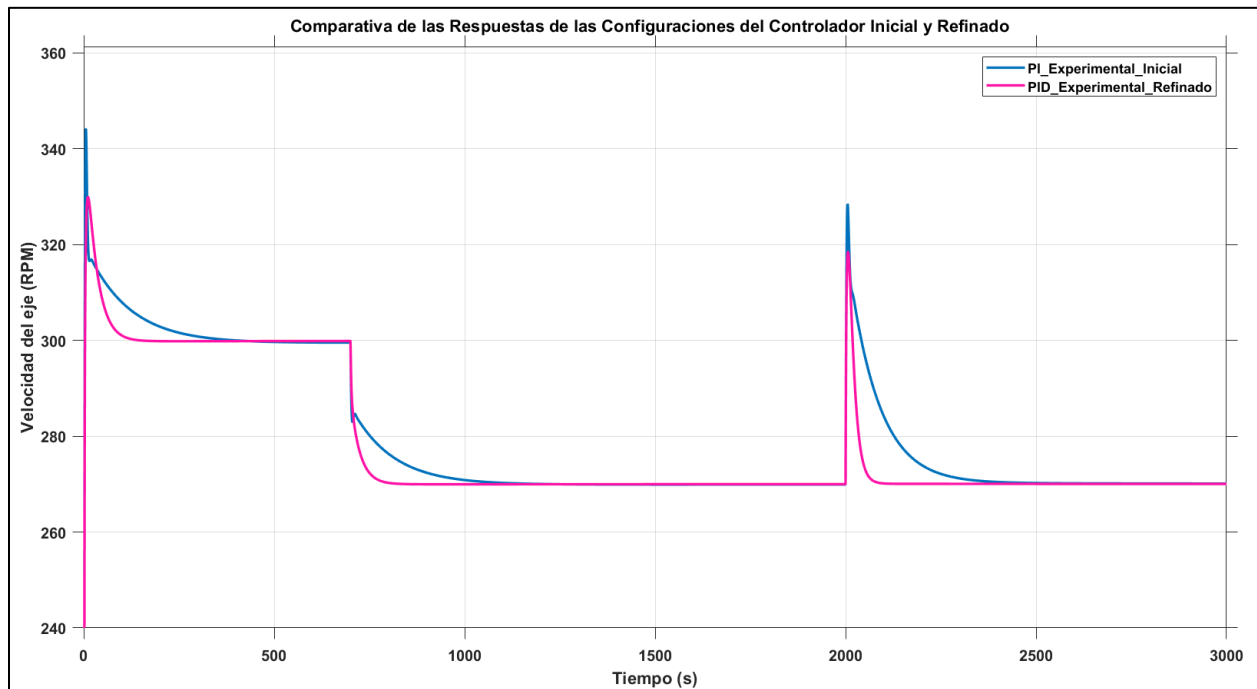
**Figura 41.** Respuesta del proceso frente al cambio de SP de 300 a 330.



**Figura 42.** Respuesta del controlador frente al cambio de SP de 300 a 330.



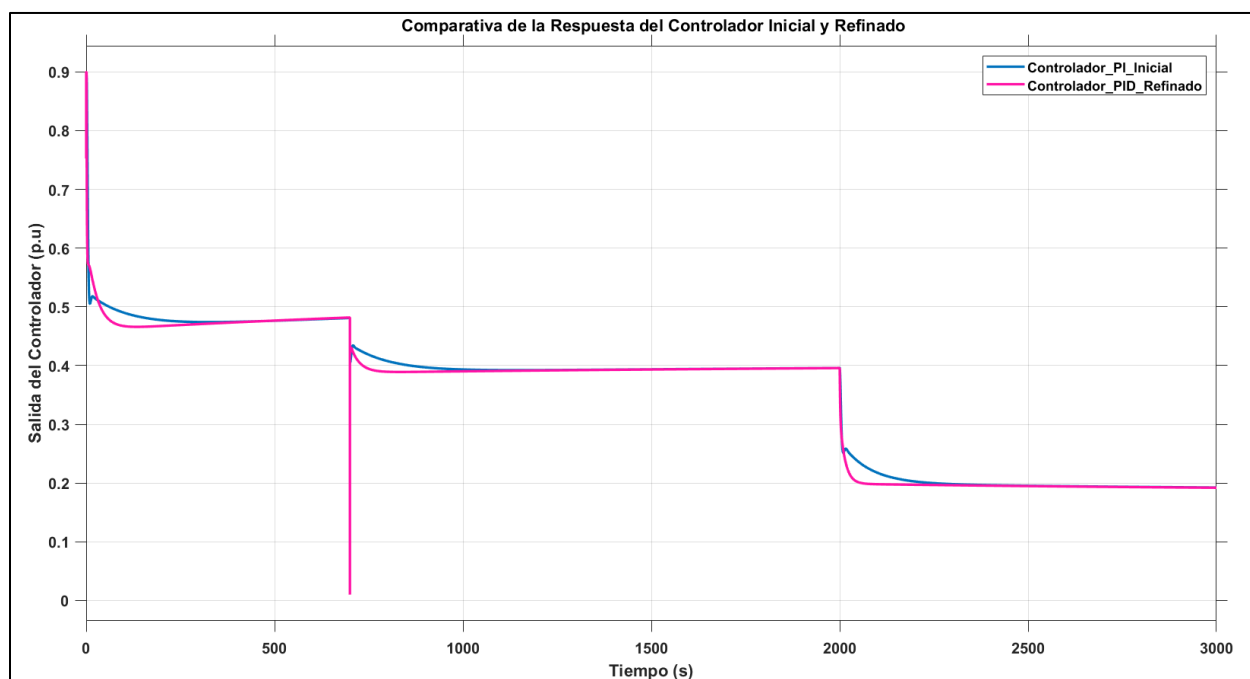
Por último, se comparó la respuesta del proceso frente a las configuraciones PI experimental inicial y PID refinado con el objeto de determinar la diferencia en su comportamiento y fue preciso remarcar la disminución del 4.7% en margen de sobre impulso que se obtiene aplicando la componente derivativa, además de su rapidez en la recuperación de condiciones, así que la configuración PID era la más propicia para un sistema de regulación de velocidad.



**Figura 43.** Respuesta del proceso frente a las configuraciones de controladores sobresalientes determinadas.

Sin embargo, cuando se analizó la respuesta de los 2 tipos de controladores (**Figura44**), se evidencio lo mencionado anteriormente sobre la tendencia del controlador al cambio de SP, esto generaría incertidumbre sobre si esta configuración era la ideal para ser utilizada, así que se

determinó que el cambio brusco de SP dentro del sistema de lazo cerrado del sistema de generación era de una frecuencia casi nula, pero para efectos de comprobar la fiabilidad del sistema de control fue necesario incorporarla en los ensayos.



**Figura 44.** Salida del controlador frente a las configuraciones sobresalientes determinadas.

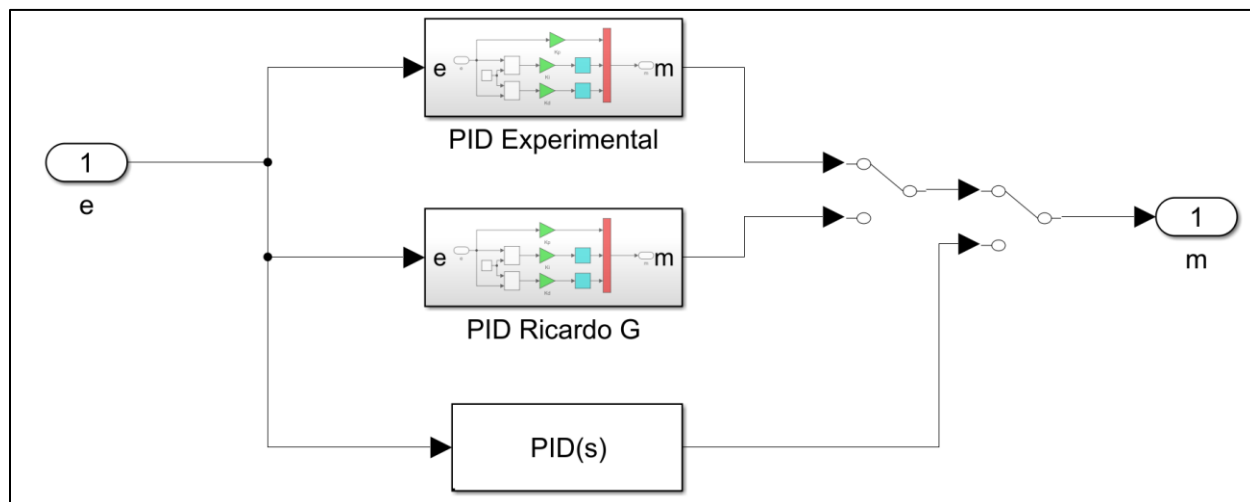
### 6.3. Comparativa de controladores

El procedimiento para diseñar la estrategia de control para la turbina hidráulica consistió inicialmente en la sintonización del controlador específico por medio del Toolbox de Matlab/Simulink 2021a, sin embargo, al observar que la acción de controlabilidad del proceso por parte de dicho ajuste no surtió el efecto esperado, se requirió indagar sobre los métodos clásicos

para sintonización de este, y así obtener las respuestas ante las siguientes perturbaciones extrínsecas a la turbina:

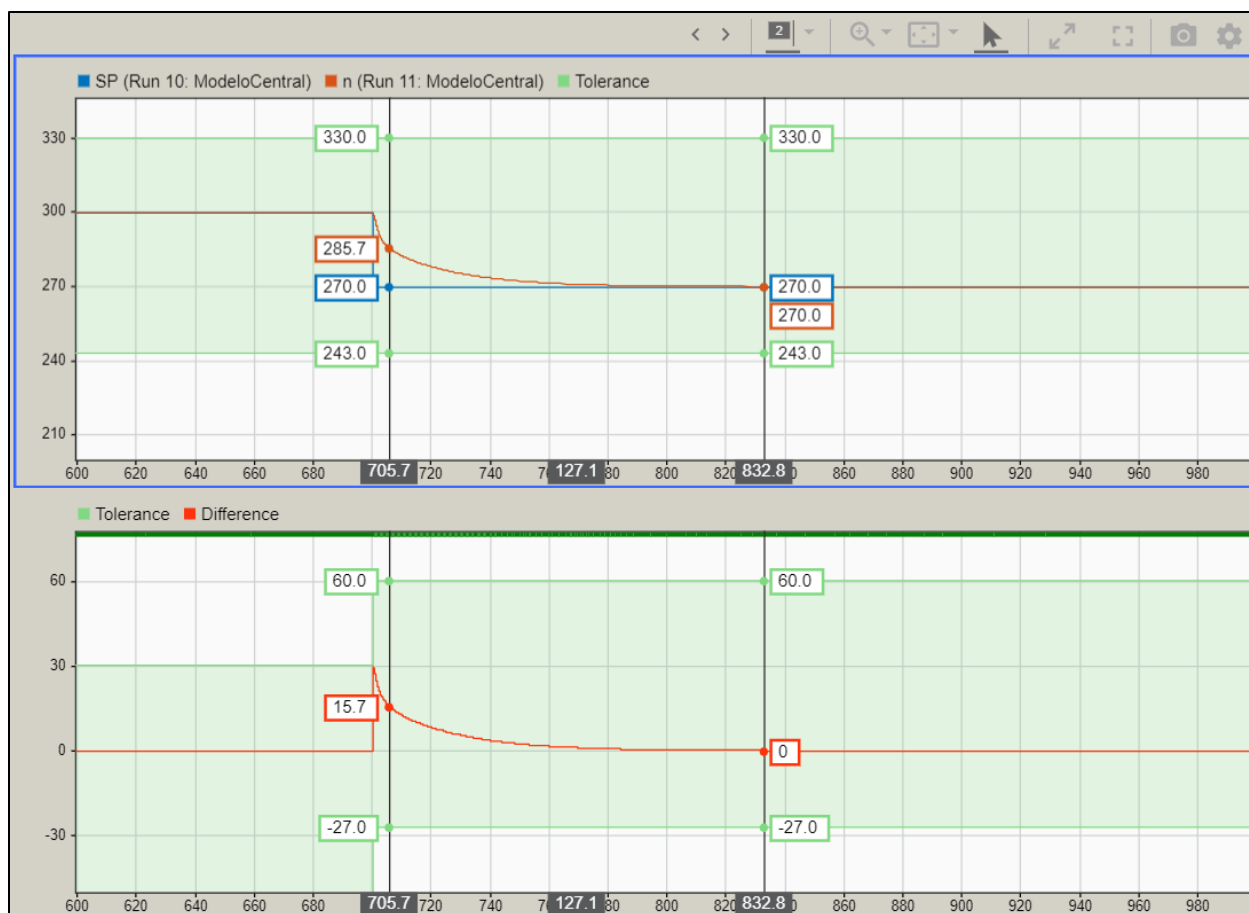
- Cambio del SET POINT con un paso en 700s (**Figura 39 y 41**).
- Rechazo de carga del 20% al 50% de la capacidad generadora (**Figura 37 y 43**).

Para efectos de simulación de la configuración del controlador y registro de la respuesta del proceso fue necesario implementar un bloque selector (**Figura 45**) que alojó las configuraciones más notables determinadas hasta el momento, a partir de esta configuración se pudo utilizar los registros para ser comparados.



**Figura 45.** Método seleccionador para el proceso de comparación de la configuración del controlador en Simulink.

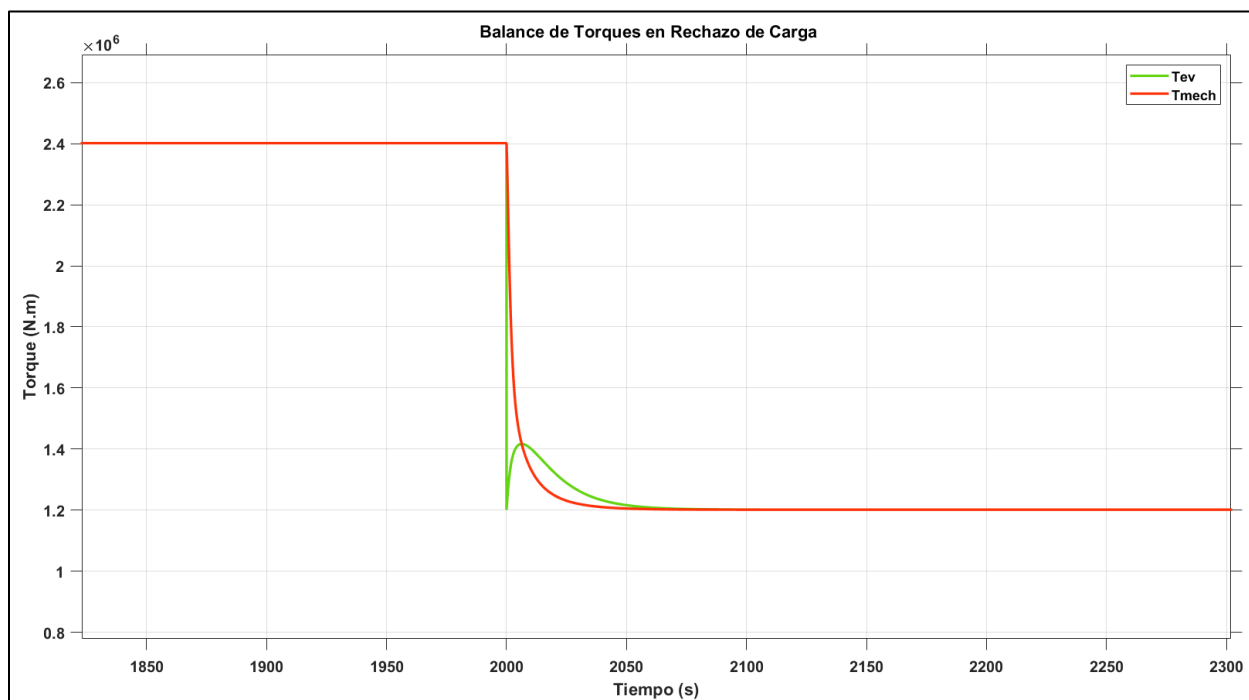
La comparación de las configuraciones del controlador, así como la determinación de sus parámetros característicos fueron por medio de la aplicación Data Inspector de Simulink (**Figura 46**) que permitió establecer la rapidez de recuperación, así como la diferencia máxima entre la SP y PV del sistema, como se evidencia en la figura, así pues, que estableciendo como base el valor de SP, se pudo comparar las configuraciones sobresalientes del controlador.



**Figura 46.** Comparación de la respuesta del proceso con el SP por medio de Data Inspector.

Las acciones del controlador se pudieron visualizar en la data recopilada en la salida de la velocidad, que permitió establecer la mejor estrategia que se ajustó al sistema, para este caso en específico fue un controlador PID, que, a diferencia de un PI, lograba disminuir el tiempo de recuperación dentro de un intervalo menor de 120s ante un escenario de gran pérdida de carga, así mismo presentaba una curva decreciente suavizada que impedía inestabilidad en la regulación del movimiento del sistema de alabes, recordando que el accionamiento es hidráulico y la cantidad de energía del intercambio es alta, requiere evitar grandes desviaciones en su operación.

Como parte del análisis, se estudió el comportamiento del torque de la turbina y el generador ante una pérdida de carga (**Figura 47**), obteniendo la diferencia marcada entre la variación brusca de torque electromagnético y la disminución del torque mecánico suavizado por la acción del controlador en busca de equilibrar la velocidad de sincronismo, para el caso que se evidenció fue la pérdida del 50% de carga, y que se vio reflejada en la gráfica, además de observar la tendencia a estabilizar el torque electromagnético a medida que se reduce la cantidad de flujo que ingresa en la turbina, esto se logró gracias a la acción de un controlador del tipo PID.



**Figura 47.** Efecto de pérdida de carga en el balance de Torques del eje turbina/generador.

Cuando se compararon las variantes del controlador en la sección anterior, se determinó que el tipo P no era aceptable debido al error en estado estacionario del 1.6% y la cantidad de oscilaciones que presentaba frente a la complejidad del proceso, por su parte el controlador tipo PI, presentaba una sobresaliente respuesta logrando un error del 0% en las simulaciones con

leves oscilaciones del proceso y con un tiempo de estabilización aceptable, sin embargo con el ámbito de evitar un comportamiento oscilatorio se insertó la componente derivativa al controlador PI, logrando con ello eliminar la tendencia a oscilar y una respuesta rápida en recuperación de condiciones.

## 7. RECURSOS FINANCIEROS

- **Presupuesto global.**

**Tabla 11**

*Presupuesto global*

ÍTEM	RUBRO	CONTRAPARTIDA		FUENTE EXTERNA	TOTAL
		ESTUDIANTES	UFPS	GIDPI	
1	GASTOS EN PERSONAL	3'500.000	0	0	3'500.000
2	GASTOS EN EQUIPOS	3'665.000	0	0	3'665.000
		TOTAL			7'165.000

*Nota.* Descripción detalla del presupuesto global. Fuente: Autores (2022).

- **Gastos en personal.**

**Tabla 12**

*Gastos en personal*

ÍTEM	PERSONAL	FUNCIÓN	CONTRAPARTIDA		FUENTE EXTERNA	TOTAL
			ESTUDIANTES	UFPS	GIDPI	
1	ALVARO FERNEY ALGARRA RINCÓN	INVESTIGADOR Y EJECUTOR	3'500.000	0	0	3'500.000
			TOTAL			3'500.000

*Nota.* Descripción detalla de los gastos en personal. Fuente: Autores (2022).



- **Gastos en equipos.**

**Tabla 13***Gastos en equipos*

ÍTEM	EQUIPO	CANTIDAD	CONTRAPARTIDA			TOTAL
			ESTUDIANTES	UFPS	GIDPI	
1	HP PAVILION GAMING LAPTOP 15.4” AMD Ryzen 5 4600H with Radeon Graphics 3.00 GHz 16GB RAM 512 GB SSD	1	3'5670.000	0	0	3'567.000
2	MOUSE INALAMBRICO WEIBO		98.000	0	0	98.000
			TOTAL			3'665.000

*Nota.* Descripción detalla de los gastos en equipos. Fuente: Autores (2022).

## 8. CONCLUSIONES

La actualidad de la generación de energía en colombiana se encuentra en un proceso de transformación y transición a ERNC, a pesar de ello existe una gran cantidad de poblaciones que no se encuentra conectadas al sistema nacional (ZNI), que cuenta con un recurso hídrico y eso quedo demostró en los más recientes estudios sobre viabilidad de implementación de pequeñas centrales hidroeléctricas en distintas zonas del país, si bien es cierto la necesidad en el refuerzo de la implementación de las fuentes solares, eólicas y biomasa es evidente que en la actualidad el recurso disponible y mayormente en Colombia es el agua, a raíz de ello es que desde hace décadas cerca del 99% de la generación eléctrica del país proviene de la hidráulica ya sea térmico eléctrica o hidroeléctrica.

En la actualidad existe dos grandes corrientes que se dedican al estudio del mejoramiento de la eficiencia de las turbinas hidráulicas y para nuestro caso la tipo Francis, por su parte el diseño mecánico asistido por CFD que permite excelentes resultado en la determinación de los fenómenos transitorios del fluido en la turbina que permite el estudio de los materiales de construcción de las turbinas que evitan un rápido deterioro e inestabilidad en el proceso de conversión, así mismo existe el estudio de las estrategias de control que gestionen la confiabilidad en la medición y controlabilidad del proceso. Con lo anterior, las mejoras en las antiguas y nuevas instalaciones de las pequeñas centrales hidroeléctricas (PCH), que como la evidencia lo ha demostrado, significan grandes cambios en la generación y el cubrimiento de energía para muchos sectores de la población colombiana, así que las estrategias de control representan una alternativa para regulación del sistema de generación ante la inminente inclusión de ERNC en Colombia.

Los análisis pertinentes de las diferentes tendencias en los sistemas de generación de energía hidroeléctrica, así como los enfoques analíticos y numéricos en la determinación del modelo dinámico presenta diferentes aproximaciones al comportamiento real de la turbina Francis en general, sin embargo la mayoría difieren en la cuantificación de las diferentes pérdidas en cada sección de la turbina, entre ellas el caudal de fugas, fricción de disco, cavitación, etc.... e inclusive en algunos modelos, dichas pérdidas son consideradas despreciables. Un modelo matemático confiable y robusto, proporciona más información del proceso, lo cual, refina la respuesta del sistema de control para regular las diferentes perturbaciones.

Para soportar el modelo matemático seleccionado, fue necesario determinar ciertos parámetros que se incluyen en él, pero no se especifica su valor, por ende, como parte de la solución se recurrió a analizar los modelos y ecuaciones físicas preseleccionados, con ello se logró determinar un modelo analítico – experimental que admitió variaciones reales del proceso y su respuesta fue la condicionada a la experimental.

Los métodos clásicos de sintonización presentan una pequeña aproximación de la acción de control ideal para un proceso, estos valores calculados deben ser ajustados en factores de reducción o aumento dependiendo de la necesidad del proceso en cuanto a la velocidad de recuperación y margen de sobre impulso que admite tanto el actuador como la planta misma, de esta forma se mantiene las acciones de control diseñadas en base a la respuesta de lazo abierto.

Las herramientas disponibles en el software Matlab /Simulink permitieron evidenciar con claridad los efectos de los distintos tipos de controlador sobre el proceso, así mismo determinar que la solución para la regulación de la velocidad en la turbina Francis fue un controlador tipo PID con características de un tiempo de estabilización de 80s, y un sobre impulso del 9.3% al

inicio de puesta en marcha del sistema, además de determinar que las constantes  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  poseen valores de 0.4053, 0.0338 y 1.2158 respectivamente. Además, que el error en estado estacionario es igual al 0%, todas estas características del sistema de control, así como su acción, están dentro del funcionamiento normal de un sistema de generación con base en una turbina tipo Francis.

La eficiencia en el proceso de conversión, mejora eliminando las pérdidas de potencia por efecto de perturbaciones que desgastan los componentes de la turbina que se ven obligados a trabajar en zonas fuera de su diseño, con la controlabilidad de estos disturbios, se logra estabilizar el proceso de conversión y llevar a la turbina a una zona de operación donde los esfuerzos de las piezas metálicas no son expuestos a efectos de torsión mayores a los experimentados cuando se mantiene en su velocidad de sincronismo, este ultimo escenario se logra corroborar mediante la simulación de la aplicación del sistema de control diseñado sobre el modelo, y que dichas acciones permiten mantener la estabilidad y recuperación de condiciones en tiempos menores, así que la exposición de los componentes a dichos esfuerzos son mínimos.

## 9. RECOMENDACIONES

Ante la necesidad latente del estudio de los sistemas hidroeléctricos, por su amplia participación en generación de energía en Colombia, se hace necesario que la Universidad Francisco de Paula Santander adecue espacios con equipos mecánicos, eléctricos y de instrumentación, que asemejen un banco de pruebas para las turbina hidráulicas ya que los equipos que se encuentran en el Laboratorio de fluidos, son de carácter manual, impidiendo una implementación de los diseño de controladores clásicos o modernos.

La evidencia de la necesidad de gestionar dentro de la formación del profesional la capacidad de liderar proyectos de impacto local, regional o nacional dentro de la expectativa de desarrollo energético del país, y principalmente las zonas no interconectadas del país, hace necesario actualizar los laboratorios existentes, así como la adquisición de equipos instrumentados o susceptibles de instrumentación que se asemejen a los reales en cuestión, ya que las turbinas Pelton y Francis presentes en la universidad se encuentran en total abandono por su función didáctica, además del desconocimiento del potencial existente en estos estudios hidroeléctricos.

Además, es necesario que el programa de ingeniería electromecánica de la UFPS gestione visitas técnicas a las centrales generadoras del país, para que el estudiante y futuro profesional conozca el funcionamiento de estas infraestructuras de primera mano y pueda concebir la idea de generar soluciones innovadoras y de impacto, así pues, con estos escenarios mencionados se lograría una mayor implementación de los conocimientos aprendidos en el aula y desarrollos en los proyectos de investigación a la realidad del país.

## 10. REFERENCIAS

- Abreu, J. L. (2012). Hipótesis, Método & Diseño de Investigación. *International Journal of Good Conscience*, 7(2), 187–197.
- Arias-Gaviria, J., van der Zwaan, B., Kober, T., & Arango-Aramburo, S. (2017). The prospects for Small Hydropower in Colombia. *Renewable Energy*, 107, 204–214.  
<https://doi.org/10.1016/j.renene.2017.01.054>
- Bao, H., Yang, J., & Fu, L. (2009). Study on Nonlinear Dynamical Model and Control Strategy of Transient Process in Hydropower Station with Francis Turbine. *2009 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference*, 1–6. <https://doi.org/10.1109/APPEEC.2009.4918827>
- Caceres, A. L., Jaramillo, P., Matthews, H. S., Samaras, C., & Nijssen, B. (2021). Hydropower under climate uncertainty: Characterizing the usable capacity of Brazilian, Colombian and Peruvian power plants under climate scenarios. *Energy for Sustainable Development*, 61, 217–229. <https://doi.org/10.1016/J.ESD.2021.02.006>
- Diyorov, R., Glazyrin, M., & Sulstonov, S. (2016). Mathematical model of francis turbines for small hydropower plants. *2016 11th International Forum on Strategic Technology (IFOST)*, 255–257. <https://doi.org/10.1109/IFOST.2016.7884241>
- Felipe Gómez Vergara, T. (2020). *Actualización del inventario de PCHs en Colombia en una herramienta computacional para visualización web*.  
[https://ciencia.lasalle.edu.co/ing\\_electrica](https://ciencia.lasalle.edu.co/ing_electrica)
- Flores Verduzco, J. M., & Morones López, L. D. (2001). SIMULACIÓN DEL GOBERNADOR DE LA TURBINA Y DEL CONTROL DE EXCITACIÓN DE UN GENERADOR. *Conciencia Tecnológica*, 9–13. <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=94401603>

- Galán, R., Jiménez, A., Sanz, R., & Matía, F. (2000). Control Inteligente. *Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial*, 4(10), 43–48.  
<https://www.redalyc.org/pdf/925/92541004.pdf>
- Gallardo Echenique, E. E. (2017). *Metodología de la Investigación: Manual Autoformativo Interactivo* (E. Barrios Ipenza, E. Gallardo Echenique, & M. A. Córdova Solís, Eds.; 1st ed.). Universidad Continental. <http://www.continental.edu.pe/>
- Gil-González, W., Garces, A., & Escobar, A. (2019). Passivity-based control and stability analysis for hydro-turbine governing systems. *Applied Mathematical Modelling*, 68, 471–486. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2018.11.045>
- Giosio, D. R., Henderson, A. D., Walker, J. M., & Brandner, P. A. (2017). Physics Based Hydraulic Turbine Model for System Dynamics Studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(2), 1–1. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2016.2574330>
- Gomes Pereira, J., Andolfatto, L., & Avellan, F. (2018). Monitoring a Francis turbine operating conditions. *Flow Measurement and Instrumentation*, 63, 37–46.  
<https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2018.07.007>
- Gordillo Agudelo, J. A., Garzón Triana, F. A., & Mora Cruz, M. F. (2020). *DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE CONTROL PARA INCREMENTAR LA EFICIENCIA DE UNA PCH*.  
<http://repository.unipiloto.edu.co/bitstream/handle/20.500.12277/6858/PG-19-1-13%20DOCUMENTO%20FINAL%20V3%20OK.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Hernández Gaviño, Ricardo. (2010). *Introducción a los sistemas de control : conceptos, aplicaciones y simulación con Matlab*. Prentice Hall.

- Hongqing Fang, Long Chen, Dlakavu, N., & Zuyi Shen. (2008). Basic Modeling and Simulation Tool for Analysis of Hydraulic Transients in Hydroelectric Power Plants. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 23(3), 834–841.  
<https://doi.org/10.1109/TEC.2008.921560>
- Kougias, I., Aggidis, G., Avellan, F., Deniz, S., Lundin, U., Moro, A., Muntean, S., Novara, D., Pérez-Díaz, J. I., Quaranta, E., Schild, P., & Theodossiou, N. (2019). Analysis of emerging technologies in the hydropower sector. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 113, 109257. <https://doi.org/10.1016/J.RSER.2019.109257>
- Li, L., Lin, J., Wu, N., Xie, S., Meng, C., Zheng, Y., Wang, X., & Zhao, Y. (2020). Review and outlook on the international renewable energy development. *Energy and Built Environment*.  
<https://doi.org/10.1016/j.enbenv.2020.12.002>
- Mataix, Claudio. (1993). *Mecánica de fluidos y máquinas hidráulicas* (2nd ed.). Ediciones del Castillo.
- Murat, D., Kosalay, I., Gezer, D., & Sahin, C. (2015). Validation of hydroelectric power plant model for speed governor development studies. *2015 4th International Conference on Renewable Energy Research and Applications (ICRERA)*, 278–282.  
<https://doi.org/10.1109/ICRERA.2015.7418709>
- Navarra Plana, F., & Martínez García, V. (2019). *Modelización de Transitorios Hidráulicos. Resolución numérica del Golpe de Ariete*. [Universitat Jaume I].  
[http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/190061/TFM\\_Navarro\\_Plana%2C\\_Francisco\\_.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositori.uji.es/xmlui/bitstream/handle/10234/190061/TFM_Navarro_Plana%2C_Francisco_.pdf?sequence=1&isAllowed=y)



- Ogata, K. (2010). *Ingeniería de Control Moderna* (M. Martín-Romo & E. Martín, Eds.; 5th ed.). Pearson Educación.
- Regalón Anias, O., Rodríguez Diez, V., Diez Rodríguez, M., & Báez Prieto, R. (2012). Aplicación de algoritmos de control clásico, adaptable y robusto a sistemas dinámicos de parámetros variables. *Ingeniería Energética*, XXXIII(3), 184–195.
- Shanab, B. H., Elrefaie, M. E., & El-Badawy, A. A. (2020). Active control of variable geometry Francis Turbine. *Renewable Energy*, 145, 1080–1090.  
<https://doi.org/10.1016/j.renene.2019.05.125>
- Shiji, C., Dhakal, S., & Ou, C. (2021). Greening small hydropower: A brief review. *Energy Strategy Reviews*, 36, 100676. <https://doi.org/10.1016/J.ESR.2021.100676>
- Simani, S., Alvisi, S., & Venturini, M. (2019, June). Fuzzy Control Techniques Applied to Wind Turbine Systems and Hydroelectric Plants. *2019 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE)*. <https://doi.org/10.1109/FUZZ-IEEE.2019.8858926>
- Smith, C. a., & Corripio, A. B. (1991). Control Automático de Procesos. In *Editorial Limusa*.
- Storli, P.-T., & Nielsen, T. K. (2018). Simulation and Discussion of Models for Hydraulic Francis Turbine Simulations. *IFAC-PapersOnLine*, 51(2), 109–114.  
<https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.03.019>
- Thapar, O. (2002). HYDRO-TURBINE GOVERNING SYSTEM. In *Modern Hydroelectric Engineering Practice* (Vol. 1, pp. 147–173).  
[https://www.iitr.ac.in/departments/HRE/uploads/modern\\_hydroelectric\\_engg/vol\\_1/Chapter-6\\_Hydro-Turbine\\_Governing\\_System.pdf](https://www.iitr.ac.in/departments/HRE/uploads/modern_hydroelectric_engg/vol_1/Chapter-6_Hydro-Turbine_Governing_System.pdf)

- Unidad de Planeación Minero Energética. (2020). *Plan Energético Nacional 2020-2050*.  
[https://www1.upme.gov.co/DemandayEficiencia/Documents/PEN\\_2020\\_2050/Plan\\_Energético\\_Nacional\\_2020\\_2050.pdf](https://www1.upme.gov.co/DemandayEficiencia/Documents/PEN_2020_2050/Plan_Energético_Nacional_2020_2050.pdf)
- Villa, A. O. (2012). Dimensionamiento Preliminar de Generadores Sincrónicos de Eje Vertical. *Trilogía Ciencia · Tecnología · Sociedad*, 24(34), 115–122.  
<https://trilogia.utem.cl/articulos/dimensionamiento-preliminar-de-generadores-sincronicos-de-eje-vertical/>
- Vytvytsky, L., & Lie, B. (2017). Comparison of elastic vs. inelastic penstock model using OpenModelica. *Proceedings of the 58th Conference on Simulation and Modelling (SIMS 58) Reykjavik, Iceland, September 25th – 27th, 2017*, 138, 20–28.  
<https://doi.org/10.3384/ecp1713820>
- Vytvytskyi, L., & Lie, B. (2018). Mechanistic model for Francis turbines in OpenModelica. *IFAC-PapersOnLine*, 51(2). <https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2018.03.018>
- Zamora Parra, B., & Viedma Robles, A. (2016). *Máquinas Hidráulicas Teoría y Problemas* (1st ed.). CRAI UPCT ediciones.
- Zangmo, G., Om, K., & Uhlen, K. (2017). Impact of Hydro - Turbine and Governor Parameters on Stability of Grid Power System. *International Journal on Electrical Engineering and Informatics*, 9(2), 222–233. <https://doi.org/10.15676/ijeei.2017.9.2.1>

## 11. ANEXOS

### CAPACITACIONES







## ASISTENCIAS A EVENTOS CIENTÍFICOS



## PONENCIAS EN EVENTOS CIENTÍFICOS



**VI ENCUENTRO REGIONAL**  
Semilleros de Investigación

**CERTIFICA QUE**  
**ALVARO FERNEY ALGARRA RINCÓN**

Participó como

**PONENTE**

en el VI Encuentro Regional de Semilleros de Investigación realizado bajo la modalidad Virtual los días 7 al 10 de Octubre.



**JAIRO MALDONADO**  
Coordinador del Nodo Norte de Santander  
Red Colombiana de Semilleros de Investigación



**REDCOLSI**  
NORTE DE SANTANDER  
VI ENCUENTRO REGIONAL  
Semilleros de Investigación 2020

San José de Cúcuta, Octubre 10 de 2020







## CERTIFICATION

The chairman of 8th International Week of Science, Technology, and Innovation (8 IWSTI) certifies that research work titled:

### CONTROL SYSTEM FOR THE MATHEMATICAL MODEL OF A FRANCIS TYPE HYDRAULIC TURBINE

Corresponding to the authors: **Alvaro Ferney Algarra Rincón**, **Jose Ricardo Bermúdez Santaella**, **Cristian Leonardo Tarazona Celis**, was presented at the 8th IWSTI conference, held in oral remote presentation.

For its constancy, is signed in San José de Cúcuta, Colombia, September 24 of 2021.

**Byron Medina Delgado**  
Chairman 8th IWSTI  
E-mail: semana\_cyt@ufps.edu.co

**Torcoroma Velásquez Pérez**  
Co-Chairman 8th IWSTI  
E-mail: semana\_cyt@ufps.edu.co



## LA RED COLOMBIANA DE INGENIERÍA ELECTROMECAÁNICA

Certifica que:

**ÁLVARO FERNEY ALGARRA RINCÓN**  
**1 093 789 146**

Participó en calidad de CONFERENCISTA, en el primer Encuentro Internacional de la Red de Ingeniería Electromecánica RIEM, de manera virtual. Dado en Duitama Colombia, durante los días 12 y 13 de Noviembre de 2021 con la conferencia titulada:

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL PARA UNA TURBINA  
HIDRÁULICA TIPO FRANCIS**

**Edgar Efrén Tibaduiza Rincón**

DIRECTOR NACIONAL RIEM

