

	GESTIÓN DE SERVICIOS ACADÉMICOS Y BIBLIOTECARIOS		CÓDIGO	FO-GS-15	
			VERSIÓN	02	
	ESQUEMA HOJA DE RESUMEN			FECHA	03/04/2017
				PÁGINA	1 de 1
ELABORÓ		REVISÓ		APROBÓ	
Jefe División de Biblioteca		Equipo Operativo de Calidad		Líder de Calidad	

### RESUMEN TRABAJO DE GRADO

AUTOR(ES): NOMBRES Y APELLIDOS COMPLETOS

NOMBRE(S): WLAMYR APELLIDOS: PALACIOS ALVARADO

NOMBRE(S): \_\_\_\_\_ APELLIDOS: \_\_\_\_\_

NOMBRE(S): \_\_\_\_\_ APELLIDOS: \_\_\_\_\_

FACULTAD: INGENIERÍA

PLAN DE ESTUDIOS: \_\_\_\_\_

DIRECTOR:

NOMBRE(S): \_\_\_\_\_ APELLIDOS: \_\_\_\_\_

NOMBRE(S): \_\_\_\_\_ APELLIDOS: \_\_\_\_\_

TÍTULO DEL TRABAJO (TESIS): FORMULACION DE MODELOS MATEMATICOS RESUELTOS CON SOFTWARE LIBRE COMO HERRAMIENTA TECNOLOGICA

Este documento pretende brindar la posibilidad a aquellos empresarios curiosos que tienen conocimiento de la investigación de operaciones como herramienta administrativa para la toma de decisiones, para que puedan observar de una manera sencilla como los modelos matemáticos son fundamentales para las organizaciones en momentos de nuevas alternativas o mejoramiento de procesos decisivos en las diferentes áreas de sus organizaciones empresariales. El otro foco de este documento son los estudiantes de investigación de operaciones de los programas tecnológicos o profesionales donde se tiene la posibilidad de conocer dicha área de la administración de organizaciones industriales o de servicios, y de esta manera puedan obtener mayor información acerca de formular modelos matemáticos como problemas a resolver con sus respectivo análisis a las respuestas obtenidas basadas en el software libre de nombre WIN QSB que se puede obtener de forma gratuita a través de la internet para uso de sus analistas en los diferentes módulos del programa.

PALABRAS CLAVES: MODELO MATEMÁTICO, SOFTWARE, WIN QSB.

CARACTERISTICAS

PÁGINAS: 282 PLANOS: \_\_\_\_ ILUSTRACIONES: \_\_\_\_ CD ROOM: \_\_\_\_

FORMULACION DE MODELOS MATEMATICOS RESUELTOS CON SOFTWARE  
LIBRE COMO HERRAMIENTA TECNOLOGICA

WLAMYR PALACIOS ALVARADO

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER  
FACULTAD DE INGENIERIA  
DEPARTAMENTO DE PROCESOS INDUSTRIALES  
SAN JOSÉ DE CÚCUTA

2020

FORMULACION DE MODELOS MATEMATICOS RESUELTOS CON SOFTWARE  
LIBRE COMO HERRAMIENTA TECNOLOGICA

WLAMYR PALACIOS ALVARADO

Proyecto presentado para cambio de categoría a docente ASOCIADO

UNIVERSIDAD FRANCISCO DE PAULA SANTANDER

FACULTAD DE INGENIERIA

DEPARTAMENTO DE PROCESOS INDUSTRIALES

SAN JOSÉ DE CÚCUTA

2020

21000-01.15 6681

Cúcuta, 4 de diciembre de 2020

Docente  
PALACIOS ALVARADO WLAMYR  
wlamyralacios@ufps.edu.co

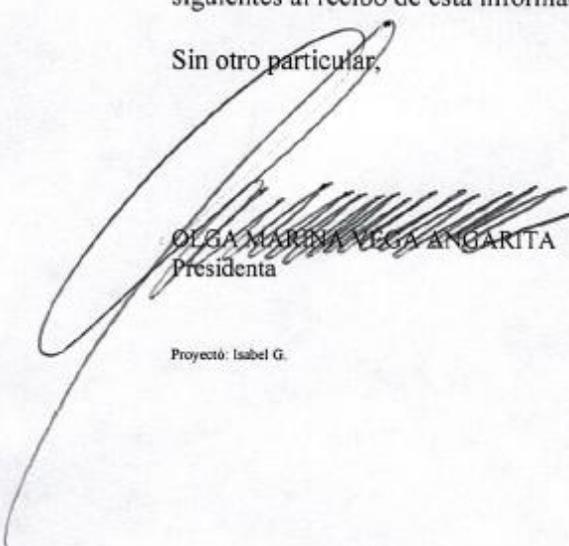
ASUNTO: Respuesta

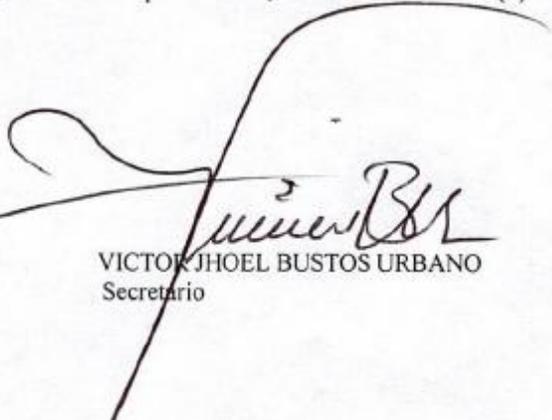
El CIARP, mediante sesión remota Ordinaria por TIC del 3 de diciembre de 2020, según consta Acta 06, dio lectura al correo electrónico de fecha 29 de julio de 2020, donde solicitó cambio de categoría de Profesor Asistente a Profesor Asociado, presentando el Trabajo de Investigación Formulación de modelos matemáticos resueltos con software libre como herramienta tecnológica.

El comité verifica que cumple con lo dispuesto en el Acuerdo 093 de 1996, Artículo 28 en sus literales b y c , faltando cumplir el literal a. Deberá reiterar oportunamente el cumplimiento del literal en mención, para continuar con el trámite ante el Consejo Académico. Así mismo se solicita, hacer entrega de un ejemplar del documento en la División de Biblioteca de la Universidad y allegar copia del recibido por dicha división

De conformidad con lo previsto en el Artículo 53 del Acuerdo 063 de 2002, contra la presente decisión, podrá presentar las objeciones que considere pertinentes, dentro de los cinco (5) días hábiles siguientes al recibo de esta información.

Sin otro particular,

  
OLGA MARINA VEGA ANGARITA  
Presidenta

  
VICTOR JOEL BUSTOS URBANO  
Secretario

Proyectó: Isabel G.

## Tabla de contenido

Introducción	12
1.Formulación de modelos matemáticos resueltos con WIN QSB	13
2.Componentes de un modelo matemático para programación lineal	15
2.1.La variable de decisión.	15
2.2.La función objetivo.	15
2.3.Las restricciones.	15
2.4.La restricción de NO negatividad.	16
2.5.Conceptos básicos para formular	16
2.6.Conceptos básicos para conocer de WIN QSB en este módulo de estudio	17
3.Estructura de los modelos formulados	19
4.Problemas formulados y resueltos	23
4.1.Problema resuelto 1	23
4.2.Problema resuelto 2	24
4.3.Problema resuelto 3	26
4.4.Problema resuelto 4	28
4.5.Problema resuelto 5	30
4.6.Problema resuelto 6	33
4.7.Problema resuelto 7	35

4.8.Problema resuelto 8	37
4.9.Problema resuelto 9	39
4.10. Problema resuelto 10	41
4.11. Problema resuelto 11	44
4.12. Problema resuelto 12	46
4.13. Problema resuelto 13	48
4.14. Problema resuelto 14	50
4.15. Problema resuelto 15	52
4.16. Problema resuelto 16	55
4.17. Problema resuelto 17	56
4.18. Problema resuelto 18	59
4.19. Problema resuelto 19	62
4.20. Problema resuelto 20	64
4.21. Problema resuelto 21	66
4.22. Problema resuelto 22	67
4.23. Problema resuelto 23	69
4.24. Problema resuelto 24	71
4.25. Problema resuelto 25	74
4.26. Problema resuelto 26	78

4.27. Problema resuelto 27	80
4.28. Problema resuelto 28	82
4.29. Problema resuelto 29	84
4.30. Problema resuelto 30	86
4.31. Problema resuelto 31	89
4.32. Problema resuelto 32	91
4.33. Problema resuelto 33	93
4.34. Problema resuelto 34	95
4.35. Problema resuelto 35	97
4.36. Problema resuelto 36	99
4.37. Problema resuelto 37	102
4.38. Problema resuelto 38	104
4.39. Problema resuelto 39	106
4.40. Problema resuelto 40	108
4.41. Problema resuelto 41	110
4.42. Problema resuelto 42	113
4.43. Problema resuelto 43	115
4.44. Problema resuelto 44	117
4.45. Problema resuelto 45	120

4.46. Problema resuelto 46	122
4.47. Problema resuelto 47	124
4.48. Problema resuelto 48	126
4.49. Problema resuelto 49	128
4.50. Problema resuelto 50	130
4.51. Problema resuelto 51	132
4.52. Problema resuelto 52	134
4.53. Problema resuelto 53	136
4.54. Problema resuelto 54	138
4.55. Problema resuelto 55	140
4.56. Problema resuelto 56	142
4.57. Problema resuelto 57	144
4.58. Problema resuelto 58	146
4.59. Problema resuelto 59	148
4.60. Problema resuelto 60	151
4.61. Problema resuelto 61	153
4.62. Problema resuelto 62	155
4.63. Problema resuelto 63	157
4.64. Problema resuelto 64	159

4.65. Problema resuelto 65	162
4.66. Problema resuelto 66	164
4.67. Problema resuelto 67	167
4.68. Problema resuelto 68	169
4.69. Problema resuelto 69	171
4.70. Problema resuelto 70	174
4.71. Problema resuelto 71	177
4.72. Problema resuelto 72	180
4.73. Problema resuelto 73	183
4.74. Problema resuelto 74	186
4.75. Problema resuelto 75	189
4.76. Problema resuelto 76	192
4.77. Problema resuelto 77	194
4.78. Problema resuelto 78	197
4.79. Problema resuelto 79	200
4.80. Problema resuelto 80	203
4.81. Problema resuelto 81	205
4.82. Problema resuelto 82	210
4.83. Problema resuelto 83	213

4.84. Problema resuelto 84	217
4.85. Problema resuelto 85	222
4.86. Problema resuelto 86	226
4.87. Problema resuelto 87	229
4.88. Problema resuelto 88	233
4.89. Problema resuelto 89	237
4.90. Problema resuelto 90	241
4.91. Problema resuelto 91	243
4.92. Problema resuelto 92	248
4.93. Problema resuelto 93	251
4.94. Problema resuelto 94	253
4.95. Problema resuelto 95	257
4.96. Problema resuelto 96	260
4.97. Problema resuelto 97	264
4.98. Problema resuelto 98	268
4.99. Problema resuelto 99	270
4.100. Problema resuelto 100	273
4.101. Problema resuelto 101	276
4.102. Problema resuelto 102	279



## **Introducción**

Este documento pretende brindar la posibilidad a aquellos empresarios curiosos que tienen conocimiento de la investigación de operaciones como herramienta administrativa para la toma de decisiones, para que puedan observar de una manera sencilla como los modelos matemáticos son fundamentales para las organizaciones en momentos de nuevas alternativas o mejoramiento de procesos decisivos en las diferentes áreas de sus organizaciones empresariales. El otro foco de este documento son los estudiantes de investigación de operaciones de los programas tecnológicos o profesionales donde se tiene la posibilidad de conocer dicha área de la administración de organizaciones industriales o de servicios, y de esta manera puedan obtener mayor información acerca de formular modelos matemáticos como problemas a resolver con sus respectivo análisis a las respuestas obtenidas basadas en el software libre de nombre WIN QSB que se puede obtener de forma gratuita a través de la internet para uso de sus analistas en los diferentes módulos del programa. Como autor del documento quiero hacer un agradecimiento muy especial a los estudiantes de la asignatura investigación de operaciones I, de la Universidad Francisco de Paula Santander de la ciudad de San José de Cúcuta, porque a través de largas horas magistrales estuvieron formulando, corrigiendo y analizando todas estas experiencias de aula con diferentes naturalezas organizacionales, con el propósito de brindar a sus compañeros futuros una mayor comprensión de los modelos matemáticos que como profesionales de la Ingeniería Industrial, los llevara a tener en cuenta a la hora de tomar decisiones de gerencia en las empresas que desarrollen sus actividades como empleadores organizacionales.

## **1. Formulación de modelos matemáticos resueltos con WIN QSB**

El arte de la formulación de modelos matemáticos es una herramienta de la programación lineal (algoritmo de la investigación de operaciones utilizado para obtener resultados óptimos al momento de tomar decisiones) utilizada por estudiantes de investigación de operaciones “Ciencia administrativa que busca el mejoramiento y la optimalidad cuantitativa como base para la toma de decisiones empresarial”, que tiene por objetivo optimizar procesos o apoyar aquellas situaciones organizacionales que necesitan otros parámetros de análisis diferentes a la experiencia e intuición de sus miembros directivos.

Las formulaciones resueltas en este documento son inéditas basadas en experiencias de aula con estudiantes del programa de Ingeniería Industrial de la Universidad Francisco de Paula Santander con quienes se discutió a través del tiempo cada una de ellas con el objetivo de crear más de cien (100) modelos que le permitan a analistas (docentes, discentes, directivos empresariales, programadores lineales o asesores organizacionales) tener en cuenta a la hora de plantear una formulación a nivel de práctica o experiencia real en cualquier tipo de empresa pública o privada.

Las formulaciones aquí desarrolladas se solucionaron por medio del software libre denominado WIN QSB, paquete de herramientas interactivo que contiene diversidad de programas o módulos utilizados para la toma de decisiones en la investigación de operaciones. Para el caso de este compendio se utilizó el módulo conocido como Linear programming (LP) and integer linear programming (ILP) que traduce programación lineal y programación lineal integrada. En este módulo de WIN QSB, se resuelven modelos lineales utilizando las técnicas de solución lineal gráfica y el método simplex, dos de los métodos más utilizados por los analistas en investigación de operaciones para resolver modelos de programación lineal, con la

particularidad que el modulo solo resuelve problemas formulados matemáticamente con dos variables para el metodográfico, A su vez, para el caso del método simplex el modulo permitirá un gran número de variables para aquellos modelos matemáticos formulados con más de dos variables de decisión. A continuación, el documento describirá los componentes de los modelos matemáticos aquí formulados, con sus respectivas soluciones WIN QSB y una breve explicación de la solución presentada en cada ejercicio resuelto.

## 2. Componentes de un modelo matemático para programación lineal

### 2.1. La variable de decisión.

Es aquel valor que el analista del problema formulado desea determinar por desconocimiento y hace referencia cuantitativamente a poder controlar para lograr el objetivo trazado en la optimalidad. Para este caso se denominará la variable de decisión con la letra X, que obedece aquella incógnita por encontrar, la cual podrá tener dos subíndices (i y j), los cuales hacen parte de la definición de la variable de decisión en indican la cantidad de variables que se obtiene en el modelo ( $X_{i...j}$ ).

### 2.2. La función objetivo.

Es aquel objetivo universal para el modelo formulado que se desea alcanzar como óptimo para lograr las expectativas trazadas. Se denotará como el maximizar Z, cuando se desee el punto extremo máximo de optimalidad, a su vez, también se denotará como el minimizar Z, cuando se desee obtener aquel punto mínimo óptimo para los datos generales del modelo, es decir, maximizar Z o minimizar Z, en función de los coeficientes C obtenidos de los datos del problema en función de las variables de decisión.

$$\text{Maximizar } Z = \sum C X_{i...j} \text{ o Minimizar } Z = \sum C X_{i...j}.$$

### 2.3. Las restricciones.

Son aquellas limitantes que se presentan en los datos del problema a formular que no permiten que el objetivo se pueda mejorar indefinidamente; estas restricciones pueden tener topes máximos ( $\leq$ ), que indica que el lado izquierdo debe ser igual o no superior al derecho o topes mínimos ( $\geq$ ) que indican que el lado izquierdo debe ser igual o superior al derecho o simplemente igualdades ( $=$ ) que indican que el lado izquierdo de la misma restricción debe ser igual al lado derecho. Las restricciones existen de todos los tipos y dependen de la naturaleza del

modelo matemático. Entonces un analista puede encontrar restricciones de mercado (oferta y demanda), restricciones de material (materias primas e insumos), restricciones de espacio (área y volumen), restricciones de capacidad (producción y servicios), restricciones de composición, restricciones de calidad entre tantas posibles restricciones.

Ejemplo,

$$C1X1 + C2X2 + C3X3 \geq Y \quad \text{restricción mínima para } Y$$

$C1, C2, C3$  = coeficientes del termino matemático para cada variable de decisión

$X1, X2, X3$  = variables de decisión para cada coeficiente del termino matemático

$\geq$ , operador mayor igual, ahora bien, en sentido contrario del operador

$$C1X1 + C2X2 + C3X3 \leq Y \quad \text{restricción máxima para } Y$$

$C1, C2, C3$  = coeficientes del termino matemático para cada variable de decisión

$X1, X2, X3$  = variables de decisión para cada coeficiente del termino matemático

$\leq$ , operador menor igual.

#### 2.4. La restricción de NO negatividad.

Este último componente de un modelo matemático formulado, le dice al analista que las variables de decisión del problema no podrán tomar valores negativos o menores que cero.

Ejemplo,

$X_i$  o  $X1, X2, X3 \geq 0$ , es decir, que estas tres variables de decisión no podrán tomar valores negativos o menores que cero (0) al solucionar el modelo.

#### 2.5. Conceptos básicos para formular

- Modelo matemático: Estructura científica que emplea algún tipo de formulismo numérico para señalar relaciones entre parámetros, variables, actividades, y

circunstancias entre relacionadas en algún tipo de sistema para observar sus resultados operacionales.

- **Optimalidad:** Es aquel único resultado inmejorable obtenido en la solución de un modelo matemático formulado y que para poderlo seguir mejorando necesariamente se debe modificar el modelo original.
- **Factibilidad:** En investigación de operaciones, factibilidad se refiere a que un resultado factible matemáticamente está dentro de un conjunto de resultados factibles y no es único, a diferencia del concepto de optimalidad.
- **No negatividad:** La no negatividad como componente de un modelo de programación lineal en investigación de operaciones, obedece a que las variables de decisión no podrán tomar valores menores que cero en la solución óptima del modelo formulado.

## **2.6. Conceptos básicos para conocer de WIN QSB en este módulo de estudio**

Los conceptos a observar a continuación son tomados del documento introducción al programa Winqsb tomado en la dirección electrónica

<https://www.uv.es/martinek/material/WinQSB2.0.pdf>, algunos han sido modificados brevemente para otorgar un mejor entendimiento al lector.

- **Decisión Variable:** Nombre de las variables
- **Solución Value:** Valor de las variables en la solución óptima
- **Unit Costo or Profit  $c(j)$ :** Coeficiente de la variable en la función objetivo
- **Total, Contribución:** Contribución total de la variable a la función objetivo
- **Reduced Cost:** Costo reducido, indica por qué, una variable de decisión no tomo valor óptimo.
- **Basis Status:** Indica si la variable es o no básica

- Allowable Min  $c(j)$ : Límite mínimo para el valor del coeficiente de la variable de decisión sin que cambie la solución óptima.
- Allowable Max  $c(j)$ : Límite máximo para el valor del coeficiente de la variable de decisión sin que cambie la solución óptima.
- Objective Function: Valor óptimo de la función objetivo
- Constraint: Nombre de la restricción, su traducción al castellano es restricción
- Left Hand Side: Valor del término del lado izquierdo de la restricción
- Direction: Operador o signo para la restricción ( $\leq$ ,  $\geq$  o  $=$ )
- Right Hand Side: Valor del término del lado derecho de la restricción
- Slack or Surplus: Es el valor que toman las variables adicionadas al modelo, es decir, las holguras y excedentes, su traducción al castellano es holgura o excedente.
- Shadow Price: Valor de la variable dual asociada a la restricción, su traducción al castellano es precio sombra, e indica las oportunidades que tiene un modelo para mejorar el valor óptimo actual.
- Allowable Min RHS: Valor mínimo que se podría modificar el recurso de una restricción para mejorar el valor óptimo obtenido en la solución original dentro de los parámetros matemáticos proporcionados al programa.
- Allowable Max RHS: Valor máximo que se podría modificar el recurso de una restricción para mejorar el valor óptimo obtenido en la solución original dentro de los parámetros matemáticos proporcionados al programa.

### 3. Estructura de los modelos formulados

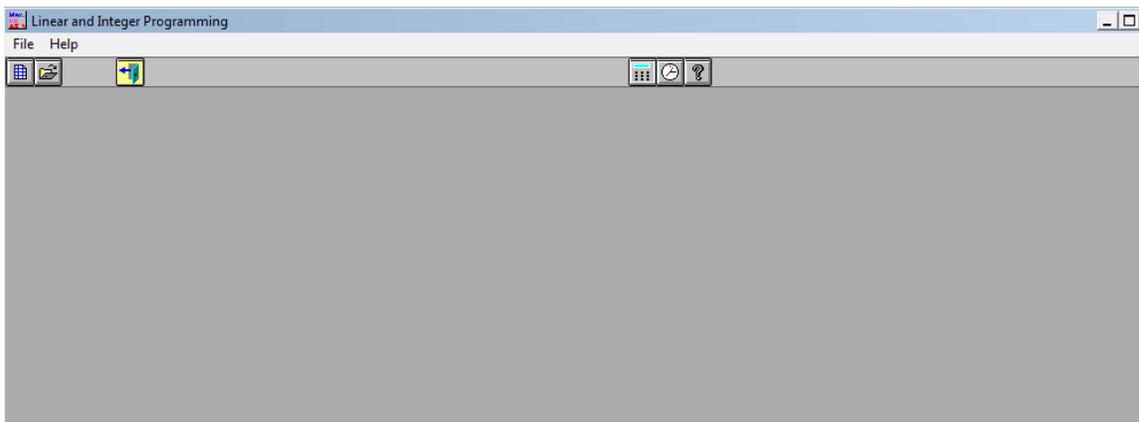
Los modelos formulados a los problemas aquí presentados describen la siguiente estructura de acuerdo a la naturaleza de cada uno de ellos:

a. Texto inicial del problema empresarial presentando la naturaleza del modelo, con sus respectivas informaciones cualitativas y cuantitativas, que el analista debe reconocer para empezar la formulación.

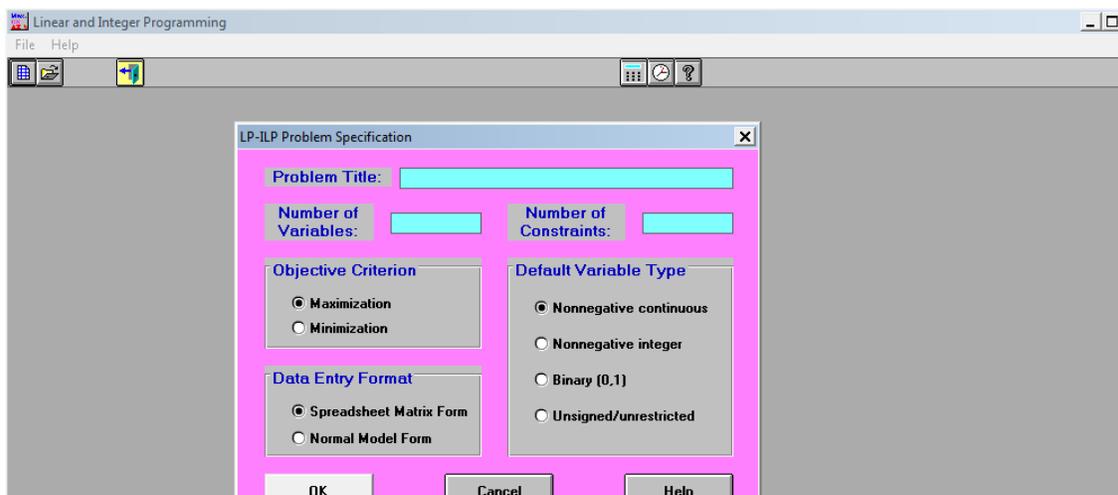
b. En la mayoría de los problemas después de entender el texto del mismo, se realizó un planteamiento como forma de organizar los datos, de tal forma, que el analista estructure inicialmente una posible formulación introductora.

c. Seguidamente el analista formulo el modelo teniendo en cuenta la naturaleza del modelo, la información suministrada por el texto y los componentes de un modelo de programación lineal.

d. Una vez formulado el modelo matemático se procede a ingresar los datos al software libre Winqsb por el modulo Linear programming (LP) and integer linear programming (ILP) para observar los resultados obtenidos en la optimización del modelo. Una vez se ingresa al módulo la imagen de pantalla es la siguiente:



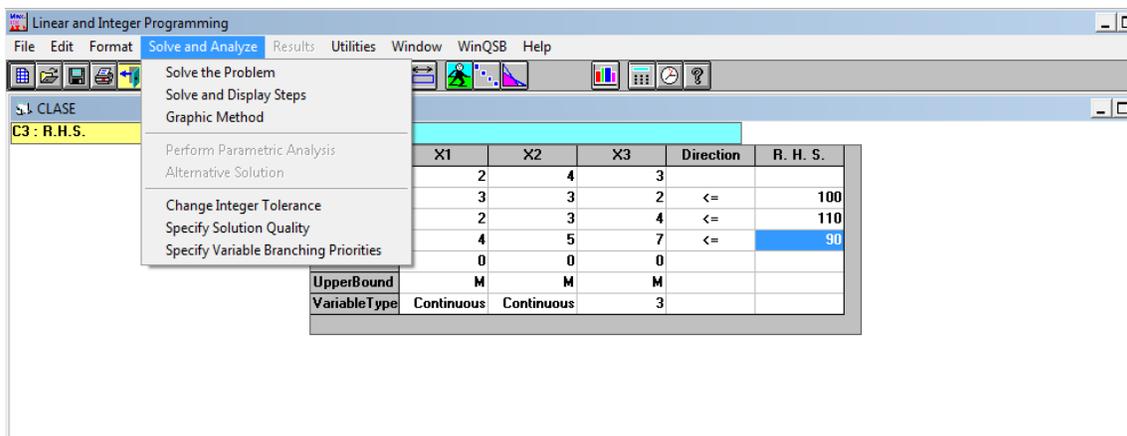
Al observar esta imagen del módulo en uso, el analista deberá ir a File para obtener visualización de la siguiente imagen de pantalla donde deberá ingresar los datos originales del modelo formulado,



En esta imagen se observa como el modulo permite registrar la información del modelo a resolver, como el título del problema, el número de variables que tiene el mismo, el número de restricciones, el criterio de la función objetivo (maximizar o minimizar), la forma en que se entraran los datos, que para el caso será en forma de matriz y por último se indica el tipo de variable del modelo, que para el caso será continua no negativa y con OK se aceptaran los datos de entrada.

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	2	4	3		
C1	3	3	2	<=	100
C2	2	3	4	<=	110
C3	4	5	7	<=	90
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
Variable Type	Continuous	Continuous	Continuous		

En esta imagen de pantalla se observa la manera que el analista ingresa los datos en la tabla de Excel que presenta el modulo, por ello en la imagen anterior se indicó que la forma de entrar los datos era en forma de matriz, que para el ejemplo de pantalla son datos aleatorios del documento que no obedecen a ningún modelo formulado. Esta imagen del módulo permite observar el icono de solve and analiza al que se debe entrar para buscar el tipo de solución requerida.



Para el caso en ejemplo, se entrará al subicono Solve the problema, para que la solución solicitada se presente a través de la tabla de reporte combinado que permitirá el análisis de la solución obtenida.

		17:23:21	Monday	February	17	2020		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1 X1	0	2.0000	0	-1.2000	at bound	-M	3.2000	
2 X2	18.0000	4.0000	72.0000	0	basic	2.5000	M	
3 X3	0	3.0000	0	-2.6000	at bound	-M	5.6000	
Objective	Function	(Max.) =	72.0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1 C1	54.0000	<=	100.0000	46.0000	0	54.0000	M	
2 C2	54.0000	<=	110.0000	56.0000	0	54.0000	M	
3 C3	90.0000	<=	90.0000	0	0.8000	0	166.6667	

Esta imagen muestra la tabla de reporte combinado, la que permite analizar el resultado final de los modelos formulados al observar el resultado para la variable de decisión y el valor optimo obtenido para la función objetivo planteada en el modelo original.

e. Observando los resultados obtenidos, se procede a realizar un pequeño análisis de la solución óptima presentada en el literal anterior.

#### 4. Problemas formulados y resueltos

##### 4.1. Problema resuelto 1

Una compañía produce camas y armarios, para los cuales ha establecido un precio por unidad de \$150.000 y \$200.000, para producir estos artículos la compañía cuenta con 900 metros de madera, 600 metros de tubo y 500 pliegos de lija, esta es la cantidad de material que dispone mensualmente, la compañía quiere saber qué cantidad de artículos puede producir mensualmente con estos recursos, sabiendo que para una cama se consume 6 metros de madera, 7 metros de tubo y 6 pliegos de lija, mientras que el armario consume 9 metros de madera, 8 metros de tubo y 15 pliegos de lija.

Planteamiento de la Información:

MATERIAS PRIMAS	Madera	Tubo	Pliegos de Lija	Precio de venta
PRODUCTOS	(mts)	(mts)	(und)	(\$/und)
Camas	6	7	6	150.000
Armarios	9	8	15	200.000
Disponibilidad/mes	900	600	500	

- Formulación del modelo

$X_1$ =Numero de Camas a Producir

$X_2$ =Numero de Armarios a Producir

Maximizar  $Z=150.000X_1 + 200.000X_2$

Sujeto a:

$6X_1+9X_2\leq 900$  Cantidad de madera a emplear (CME)

$7X_1+8X_2\leq 600$  Cantidad de tubos a emplear (CTE)

$6X_1+15X_2\leq 500$  Cantidad de lijas a emplear (CLE)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>150000</b>	<b>200000</b>		
<b>CME</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>&lt;=</b>	<b>900</b>
<b>CTE</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>&lt;=</b>	<b>600</b>
<b>CLE</b>	<b>6</b>	<b>15</b>	<b>&lt;=</b>	<b>500</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

15:42:46		Monday	June	04	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	83,33	150.000,00	12.500.000,00	0	basic	80.000,00	M
2	X2	0	200.000,00	0	-175.000,00	at bound	-M	375.000,00
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>12.500.000,00</b>				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	CME	500,00	<=	900,00	400,00	0	500,00	M
2	CTE	583,33	<=	600,00	16,67	0	583,33	M
3	CLE	500,00	<=	500,00	0	25.000,00	0	514,29

Para el caso, se le recomienda a la compañía fabricar 83 camas para obtener ingresos por ventas de \$ 12.500.000. No se recomienda fabricar armarios, puesto que cada unidad producida generaría una pérdida de \$ 175.000. Con el modelo se dejarían de utilizar 400 metros de madera, 17 metros de tubos no empleados y las lijas por pliegos se utilizarían en su totalidad.

#### 4.2. Problema resuelto 2

Una Industria de bebidas gaseosas produce gaseosa y soda. El doble de la producción de gaseosa es siempre menor o igual que la producción de soda más cuatro unidades. También, el triple de la producción de soda sumado con cuatro veces la producción de gaseosa se

mantiene siempre menor o igual a 18 unidades. Hallar el número de unidades de cada producto que se deben producir para alcanzar un beneficio máximo, sabiendo que cada unidad de gaseosa deja un beneficio de 1000 u.m y cada unidad de soda de 400 u.m.

#### Planteamiento de la Información

Dos veces la producción de gaseosa es menor o igual que la producción de soda más cuatro unidades
El triple de la producción de soda más cuatro (producción de gaseosa) es siempre menor que 18 unidades

Beneficios	
GASEOSA	1000 u.m. por unidad
SODA	400 u.m. por unidad

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de gaseosas a producir

$X_2$  = Cantidad de sodas a producir

Maximizar  $Z = 1000X_1 + 400X_2$

Sujeto a:

$2X_1 \leq X_2 + 4$     o     $2X_1 - X_2 \leq 4$     Prod. Máx. de gaseosa (C1)

$4X_1 + 3X_2 \leq 18$     Prod. Max. de soda (C2)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
Maximize	1000	400		
C1	2	-1	<=	4
C2	4	3	<=	18
LowerBound	0	0		
UpperBound	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

15:48:00		Monday	June	04	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	3,00	1.000,00	3.000,00	0	basic	533,33	M
2	X2	2,00	400,00	800,00	0	basic	-500,00	750,00
	Objective	Function	(Max.) =	3.800,00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	4,00	<=	4,00	0	140,00	-6,00	9,00
2	C2	18,00	<=	18,00	0	180,00	8,00	M

La industria gaseosa deberá producir 3 unidades de gaseosa y 2 unidades de soda para obtener utilidades por 3.800 unidades monetarias, utilizando el máximo de producción posible de gaseosa y el máximo de producción posible de soda.

#### 4.3. Problema resuelto 3

Un cocinero tiene 150 Kg de carne, 22 Kg de papa y 27Kg de harina; para hacer dos tipos de platos A y B. Para hacer una docena de platillos de tipo A necesita 3 Kg de carne, 1Kg de papa y 1 Kg de harina; y para hacer una docena de tipo B necesita 6 Kg de carne, 0.5 Kg de papa y 1Kg de harina. El beneficio que obtiene por una docena de tipo A es de 20Kg y por una docena de tipo B es de 30 Kg. Hallar utilizando las técnicas de

programación lineal, el número de docenas que tiene que hacer de cada clase para que el beneficio sea máximo.

#### Planteamiento de la Información

Alimentos	Carne	Papa	Harina	Beneficio
Platos				
A	3	1	1	20
B	6	0.5	1	30
Disponibles	150	22	275	

- Formulación del modelo

$X_A$  = Número de docenas de platos tipo A producir

$X_B$  = Número de docenas de platos tipo B a producir

Maximizar  $Z = 20X_A + 30X_B$

Sujeto a:

$3X_A + 6X_B \leq 150$  Cantidad máxima de carne requerida

$X_A + 0.5X_B \leq 22$  Cantidad máxima de papa requerida

$X_A + X_B \leq 275$  Cantidad máxima de harina requerida

$X_A, X_B \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	$X_a$	$X_b$	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	20	30		
<b>cant. carne. re</b>	3	6	<=	150
<b>cant. papa, re</b>	1	0.5	<=	22
<b>cant. harina. r</b>	1	1	<=	250
<b>LowerBound</b>	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M		
<b>Variable Type</b>	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

15:35:11		Monday	June	04	2018		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Xa	12,67	20,00	253,33	0	basic	15,00 60,00
2	Xb	18,67	30,00	560,00	0	basic	10,00 40,00
	Objective	Function	(Max.) =	813,33			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	cant. carne. requerida	150,00	<=	150,00	0	4,44	66,00 264,00
2	cant. papa. requerida	22,00	<=	22,00	0	6,67	12,50 50,00
3	cant. harina. requerida	31,33	<=	250,00	218,67	0	31,33 M

Relacionando los datos obtenidos en la información suministrada por el texto, con la pregunta del ejercicio se concluye que del plato A se deben hacer 12.67 docenas y del plato B se deben hacer 18.67 para que el beneficio obtenido por el

cocinero sea el máximo de 813.33 kilogramos de alimentos. Se observa en la tabla de reporte combinado que la cantidad máxima de carne se utilizó en su totalidad, de igual forma la cantidad máxima de papa se consumió completamente y la cantidad de máxima disponible dejó de utilizar 218.67 kilogramos.

#### 4.4. Problema resuelto 4

En una compañía se desea fabricar 3 tipos de productos: N, J y P, que están hechos a base de acero. Se dispone de 3.000 kilogramos para la elaboración de estos productos. El tipo N requiere 15 kilogramos, el tipo J requiere 10 kilogramos, y el tipo P requiere 5 kilogramos. ¿Cuántas unidades por cada tipo de producto se necesitan fabricar para obtener la máxima utilidad (ganancias) posible? Sabiendo que los precios de venta de los productos son de \$35.000, \$30.000 y \$20.000 respectivamente. Por falta de materiales no se pueden fabricar más de 86 unidades del tipo N, más de 100 unidades del tipo J y más de 140 unidades del tipo P.

Planteamiento de la Información

ITEMS	Requerimiento de acero	Precio de	Requerimiento por
PRODUCTOS	(Kg)	venta(\$)	materiales
N	15	35.000	No más de 86
J	10	30.000	No más de 100
P	5	20.000	No más de 140

- Formulación del modelo

$X_N$ = Cantidad de unidades del producto N a producir

$X_J$ =Cantidad de unidades del producto J a producir

$X_P$ =Cantidad de unidades del producto P a producir

Maximizar  $Z = 35000X_N + 30000X_J + 20000X_P$

Sujeto a:

$15X_N + 10X_J + 5X_P \leq 3.000$  Disp. Máxima de acero (C1)

$X_N \leq 86$  Cantidad máxima de producción del tipo de producto N (C2)

$X_J \leq 100$  Cantidad máxima de producción del tipo de producto J (C3)

$X_P \leq 140$  Cantidad máxima de producción del tipo de producto P (C3)

$$X_N, X_J, X_P \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

$X_N = X1, X_J = X2, X_P = X3$

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	35000	30000	20000		
<b>C1</b>	15	10	5	<=	3000
<b>C2</b>	1	0	0	<=	86
<b>C3</b>	0	1	0	<=	100
<b>C4</b>			1	<=	140
<b>LowerBound</b>	0	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

$$X_N = X_1, \quad X_J = X_2, \quad X_P = X_3$$

18:50:34		Friday	July	06	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	86	35000	3010000	0	basic	0	M
2	X2	100	30000	3000000	0	basic	0	M
3	X3	140	20000	2800000	0	basic	0	M
Objective		Function	(Max.) =	8810000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	2990	<=	3000	10	0	2990	M
2	C2	86	<=	86	0	35000	0	86.6666641235352
3	C3	100	<=	100	0	30000	0	101
4	C4	140	<=	140	0	20000	0	142

Se recomienda a la compañía fabricar 86 unidades del producto N, producir 100 unidades del producto J y 146 unidades del P para obtener ingresos por ventas de \$8.810.000. La compañía dejara de utilizar 10 Kg de los 3000 que tenía disponibles para la producción de los productos. Ahora bien, la compañía alcanzara la cantidad máxima de producción que se propuso para cada uno de los productos a fabricar.

#### 4.5. Problema resuelto 5

Una empresa de calzado elabora dos tipos de productos, el producto numero 1 requiere por cada unidad  $\frac{1}{2}$  de hora en las labores de armado,  $\frac{1}{4}$  de hora en labores de control de calidad y US\$2,2 en materias primas. El producto número 2 requiere por cada unidad 1 hora en labores de armado, 1 hora en labores de control de calidad y US\$1,9 en materias primas, debido a la disponibilidad del personal en la empresa, existe máximo un total de 180 horas para armado y 160 horas para control de calidad cada día. El producto numero 1 posee un valor de venta de US\$18,0 por unidad y el producto numero 2 posee un valor de US\$16,0 por cada unidad vendida. Además, la empresa ha estimado que el límite máximo de ventas diarias para el producto número 1 es de 400 unidades, y para el producto número 2 no existe un límite máximo de ventas diarias. El gerente de la empresa desea conocer la

cantidad de productos a producir diariamente para maximizar las utilidades obtenidas por los dos productos, formule un modelo de programación y resuelva.

Planteamiento de la Información:

Requerimientos	Horas req. labores armado	Horas req. Control calidad	Costo materias primas (US/unid)	Precio de venta (US\$/unid)	Límite máximo ventas (unid/día)
Productos					
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	2,2	18	400
2	1	1	1,9	16	Sin limite

Máxima cantidad de horas diarias para armado  $\rightarrow 180$

Máxima cantidad de horas diarias para control de calidad  $\rightarrow 160$

- Formulación del modelo

$X_1$ =Número de unidades del producto 1

$X_2$ =Número de unidades del producto 2

Maximizar  $Z = 15.8X_1 + 14.1X_2$

Sujeto a:

$$\frac{1}{2}X_1 + X_2 \leq 180 \text{ máxima cantidad horas diarias para armado (C1)}$$

$$\frac{1}{4}X_1 + X_2 \leq 160 \text{ máxima cantidad horas diarias control de calidad (C2)}$$

$$X_1 \leq 400 \text{ máxima cantidad de producto 1 a venderse diariamente (C3)}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	15.8	14.1		
<b>C1</b>	0.5	1	<=	180
<b>C2</b>	0.25	1	<=	160
<b>C3</b>	1		<=	400
<b>LowerBound</b>	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	22:14:57		Friday	July	06	2018		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X1	360.00	15.80	5,688.00	0	basic	7.05	M
2	X2	0	14.10	0	-17.50	at bound	-M	31.60
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>5,688.00</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	C1	180.00	<=	180.00	0	31.60	0	200.00
2	C2	90.00	<=	160.00	70.00	0	90.00	M
3	C3	360.00	<=	400.00	40.00	0	360.00	M

Con la solución del modelo se concluye que la empresa deberá producir 360 unidades del producto 1 y no debería producir nada del producto 2 puesto que por cada unidad producida de este producto incurriría en una pérdida de US 17.0 por unidad. Siguiendo esta recomendación la empresa ganaría US 5.688 diarios, y en la sección de armado se consumirán la totalidad de hrs máximas disponibles; Mientras que en la sección de calidad se dejarían de utilizar 70 horas de las máximas disponibles en esa sección. En cuanto a la demanda del producto 1, se dejarán de fabricar 40 unidades diarias.

#### 4.6. Problema resuelto 6

Una constructora desea construir dos tipos de apartamentos para luego venderlos. El apartamento 1 que es un apartamento pequeño y cómodo se piensa vender en \$30.000.000 y el apartamento 2 que ya es un apartamento mucho más grande se piensa vender en \$80.000.000. Para realizar este proyecto se cuenta con una disponibilidad mínima de materiales de 500 bultos de cemento y 290 metros de zinc para los techos; y una disponibilidad de 360 metros de tubos de acero, 180 metros de madera y 7700 unidades de ladrillos. Cuantos apartamentos se pueden construir si se desea obtener los más altos ingresos si se sabe que para el apartamento 1 se necesitan 50 bultos de cemento, 20 metros de zinc, 30 metros de tubos, 15 metros de madera y 800 unidades de ladrillos, mientras que para el apartamento 2 se necesitan 100 bultos de cemento, 70 metros de zinc, 80 metros de tubos, 40 metros de madera y 1500 unidades de ladrillos.

Planteamiento de la Información:

Materiales	Bultos de cemento	Metros de zinc	Metros de tubos	Metros de madera	Ladrillos (und)	Precio de venta (\$)
Apartamentos						
Tipo 1	50	20	30	15	800	30.000.000
Tipo 2	100	70	80	40	1500	80.000.000
Disponibilidad	500	290	360	180	7700	

- Formulación del modelo

$X_1$ =Numero de apartamentos a construir tipo 1

$X_2$ =Numero de apartamentos a construir tipo 2

Maximizar  $Z = 30.000.000X_1 + 80.000.000X_2$

Sujeto a:

$50X_1 + 100X_2 \geq 500$  Bultos de cemento mínimo disponibles (C1)

$20X_1 + 70X_2 \geq 290$  Metros de zinc mínimo disponibles (C2)

$30X_1 + 80X_2 \leq 360$  Metros de Tubos de acero máximo disponibles (C3)

$5X_1 + 40X_2 \leq 180$  Metros Madera máximo disponible (C4)

$800X_1 + 1500X_2 \leq 7700$  Unidades de Ladrillos máximo disponibles (C4)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>30000000</b>	<b>80000000</b>		
<b>C1</b>	<b>50</b>	<b>100</b>	<b>&gt;=</b>	<b>500</b>
<b>C2</b>	<b>20</b>	<b>70</b>	<b>&gt;=</b>	<b>290</b>
<b>C3</b>	<b>30</b>	<b>80</b>	<b>&lt;=</b>	<b>360</b>
<b>C4</b>	<b>15</b>	<b>40</b>	<b>&lt;=</b>	<b>180</b>
<b>C5</b>	<b>800</b>	<b>1500</b>	<b>&lt;=</b>	<b>7700</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

20:55:29		Saturday	July	07	2018		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 X1	4	30000000	120000000	0	basic	-M	30000000
2 X2	3	80000000	240000000	0	basic	80000000	M
Objective	Function	(Max.) =	360000000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 C1	500	>=	500	0	0	450	500
2 C2	290	>=	290	0	0	-M	290
3 C3	360	<=	360	0	1000000	360	360
4 C4	180	<=	180	0	0	180	M
5 C5	7700	<=	7700	0	0	7700	M

La solución recomendada por WIN QSB para el modelo, es construir 4 apartamentos tipo 1 y 3 apartamentos tipo 2 para recibir ingresos por \$ 360.000.000. De acuerdo a la misma solución se observa que tanto la disponibilidad mínima de materiales y la

disponibilidad máxima de materiales será consumida en su totalidad para la construcción de los apartamentos.

#### 4.7. Problema resuelto 7

Un empresario que hace poco tiempo monto su negocio está pensando en que productos invertir un dinero que adquirió mediante un préstamo de \$20.000.000. Su negocio es un local donde se venden diferentes productos y accesorios de tecnología. El negocio funciona comprando los artículos al mayor, a un precio bajo y vendiéndolos a un precio más elevado, el cual fue inaugurado hace un año y se ha hecho un análisis de los últimos dos meses para tomar datos de los productos más vendidos. Los productos que más se vendieron en este bimestre fueron 2 computadores último modelo, 3 televisores plasma, 6 celulares gama alta, 2 teatros en casa y 3 equipos de sonido. La siguiente tabla muestra el precio al que se compra y vende la mercancía junto con su utilidad.

Artículos	Precio de Compra	Precio de Venta	Utilidad
Computador	\$1.300.000	\$2.000.000	\$700.000
Televisor Plasma	\$3.000.000	\$4.000.000	\$1.000.000
Celular	\$800.000	\$1.200.000	\$400.000
Teatro en Casa	\$420.000	\$700.000	\$280.000
Equipo de Sonido	\$400.000	\$600.000	\$200.000

Realizar un modelo de programación lineal para que el empresario determine en qué productos invertir, si se desea aumentar las ganancias manteniendo como mínimo la cantidad de productos vendidos en los dos meses anteriores.

- Formulación del modelo

$X_1$ =Numero de computadores a adquirir por el empresario

$X_2$ =Numero de televisores a adquirir por el empresario

$X_3$  =Numero de celulares a adquirir por el empresario

$X_4$  = Numero de teatros en casa a adquirir por el empresario

$X_5$  = Numero de equipos de sonido a adquirir por el empresario

Maximizar  $Z = 700.000X_1 + 1.000.000X_2 + 400.000X_3 + 280.000X_4 + 200.000X_5$

Sujeto a:

$.300.000X_1 + 3.000.000X_2 + 800.000X_3 + 420.000X_4 + 400.000X_5 \leq 20.000.000$  (C1)

$X_1 \geq 2$  Demanda mínima de computadores (C2)

$X_2 \geq 3$  Demanda mínima de televisores (C3)

$X_3 \geq 6$  Demanda mínima de celulares (C4)

$X_4 \geq 2$  Demanda mínima de teatros en casa (C5)

$X_5 \geq 3$  Demanda mínima de equipos de sonido (C6)

$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	Direction	R. H. S.
Maximize	700000	1000000	400000	280000	200000		
C1	1300000	3000000	800000	420000	400000	<=	20000000
C2	1					>=	2
C3		1				>=	3
C4			1			>=	6
C5				1		>=	2
C6					1	>=	3
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

09:26:27		Monday	July	09	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	2.00	700,000.00	1,400,000.00	0	basic	-M	866,666.69
2	X2	3.00	1,000,000.00	3,000,000.00	0	basic	-M	2,000,000.00
3	X3	6.00	400,000.00	2,400,000.00	0	basic	-M	533,333.31
4	X4	5.71	280,000.00	1,600,000.00	0	basic	226,153.84	M
5	X5	3.00	200,000.00	600,000.00	0	basic	-M	266,666.66
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>9,000,000.00</b>				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	20,000,000.00	<=	20,000,000.00	0	0.67	-M	M
2	C2	2.00	>=	2.00	0	-166,666.67	0	3.20
3	C3	3.00	>=	3.00	0	-1,000,000.00	0	3.52
4	C4	6.00	>=	6.00	0	-133,333.33	0	7.95
5	C5	5.71	>=	2.00	3.71	0	-M	5.71
6	C6	3.00	>=	3.00	0	-66,666.66	0	6.90

La solución del programa lineal aconseja al empresario comprar 2 computadores, 3 televisores, 6 celulares, 6 teatros en casa y 3 equipos de sonido para obtener una ganancia de \$9.000.000 al invertir el total del monto máximo disponible. En cuanto a los teatros en casa se tendría un exceso de casi 4 productos, puesto que el resto de las demandas mínimas de los otros productos se cumplió en su totalidad.

#### 4.8. Problema resuelto 8

En una industria azucarera se elaboran 2 productos: panela y azúcar, que surgen de procesar el tallo de la caña de azúcar. La industria azucarera solo puede cosechar 210 toneladas de caña al mes y debe cumplir con una demanda mínima de 20 toneladas de panela y 30 toneladas de azúcar mensualmente, sabiendo que para producir una tonelada de panela se necesitan 3 toneladas de cosecha y para producir una tonelada de azúcar se necesita 1.5 toneladas de cosecha. El beneficio que deja cada tonelada de panela es \$1.500.000 y cada tonelada de azúcar \$2.200.000. ¿Qué cantidad en (Ton) se debe elaborar de cada producto para obtener el mayor beneficio?

Planteamiento de la Información:

Producto	Requerimiento de cosecha mensual en (Ton)	Beneficio mensual en (\$)	Demanda mínima ( Ton)
Panela	3	\$1.500.000	20
Azúcar	1.5	\$2.200.000	30
Disponibilidad/mes	210		

- Formulación del modelo

$X_1$ =Cantidad de toneladas de panela a producir mensualmente

$X_2$ =Cantidad de toneladas de azúcar a producir mensualmente

Maximizar  $Z = 1.500.000X_1 + 2.200.000X_2$

Sujeto a:

$X_1 \geq 20$  Demanda mínima de panela a producir (C1)

$X_2 \geq 30$  Demanda mínima de azúcar a producir (C2)

$3X_1 + 1.5X_2 \leq 210$  Disponibilidad máxima de cosecha a utilizar en el mes (C3)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>1500000</b>	<b>2200000</b>		
<b>C1</b>	<b>1</b>		<b>&gt;=</b>	<b>20</b>
<b>C2</b>		<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>30</b>
<b>C3</b>	<b>3</b>	<b>1.5</b>	<b>&lt;=</b>	<b>210</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

10:24:23		Monday	July	09	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	20.00	1,500,000.00	30,000,000.00	0	basic	-M	4,400,000.00
2	X2	100.00	2,200,000.00	220,000,000.00	0	basic	750,000.00	M
	Objective	Function	(Max.) =	250,000,000.00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	20.00	>=	20.00	0	-2,900,000.00	0	55.00
2	C2	100.00	>=	30.00	70.00	0	-M	100.00
3	C3	210.00	<=	210.00	0	1,466,666.63	105.00	M

De acuerdo a la solución ofrecida por WIN QSB para este modelo la industria azucarera debería producir 20 toneladas de panela y 100 toneladas de azúcar mensualmente para recibir utilidades por \$250,000,000, en cuanto a la demanda mínima de panela se deberá producir la totalidad de la misma y en cuanto a la demanda mínima de azúcar se obtendrá un exceso de 70 toneladas utilizando la totalidad máxima de la cosecha mensual con que se cuenta.

#### 4.9. Problema resuelto 9

Un tendero acude al mercado libre de su barrio a comprar papa con 100,000 pesos. Le ofrecen dos tipos de papa, papa pastusa a 800 pesos el kilogramo y papa R12 industrial a 650 pesos el kilogramo. Sabiendo que sólo dispone de su camioneta con espacio de 700 kg como máximo y va a vender el kg de papa pastusa a \$1,200 y el kg de papa R12 industrial a \$1,000 pesos el kg. Plantee un modelo de programación lineal para que el tendero obtenga mayor utilidad. Teniendo en cuenta que se debe comprar como mínimo 75 kg de papa pastusa.

Planteamiento de la Información:

Tipo de papa	Costo (\$/kg)	Precio de venta (\$/kg)	Utilidad \$	Demanda mínima (kg)
Pastusa	800	1,200	400	75

Tipo de papa	Costo (\$/kg)	Precio de venta (\$/kg)	Utilidad \$	Demanda mínima (kg)
R12 industrial	650	1.000	350	
Disponibilidad	\$100.000			

Disponibilidad máxima de la camioneta 700 kg.

- Formulación del modelo

$X_1$ =Cantidad en kg de papa pastusa a comprar en el mercado

$X_2$ =Cantidad en kg de papa industrial R12 a compraren el mercado

Maximizar  $Z = 400X_1 + 350 X_2$

Sujeto a:

$800X_1 + 650 X_2 \leq 100.000$  Dinero disponible para comprar papa (C1)

$X_1 + X_2 \leq 700$  Capacidad máxima disp. de la camioneta (C2)

$X_1 \geq 75$  Demanda mínima de papa pastusa (C3)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>400</b>	<b>350</b>		
<b>C1</b>	<b>800</b>	<b>650</b>	<b>&lt;=</b>	<b>100000</b>
<b>C2</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>700</b>
<b>C3</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>&gt;=</b>	<b>75</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	10:54:24		Monday	July	09	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	75.00	400.00	30,000.00	0	basic	-M	430.77
2	X2	61.54	350.00	21,538.46	0	basic	325.00	M
	Objective	Function	(Max.) =	51,538.46				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	100,000.00	<=	100,000.00	0	0.54	60,000.00	466,250.00
2	C2	136.54	<=	700.00	563.46	0	136.54	M
3	C3	75.00	>=	75.00	0	-30.77	0	125.00

El tendero debería comprar 75 kilogramos de papa pastusa y 61.54 kilogramos de papa industrial R12 para recibir una utilidad de \$51.538. El tendero deberá invertir el total de dinero disponible para la compra de los alimentos; Ahora bien, para la capacidad disponible que tiene la camioneta se dejarían de utilizar 563 kg disponibles para otro alimento que el tendero quisiera comprar y en cuanto a la demanda mínima de la papa patusa se cumplió según lo requerido.

#### 4.10. Problema resuelto 10

Un pastelero tiene 50 kg de carne, 30 kg de pollo, 10 kg de sal, 75 kg de mantequilla y 200 kg de harina para hacer 3 tipos de pasteles: de solo pollo, solo carne y mixtos (pollo y carne). Para hacer una docena de pasteles de pollo necesita 2 kg de pollo, 0.40 kg de sal, 1 kg de mantequilla y 1.5 kg de harina, para hacer una docena de pasteles de carne se necesita 2 kg de carne, 0.40 kg de sal, 1 kg de mantequilla y 1.5 kg de harina y para hacer una docena de pasteles mixtos se necesita 1.5 kg de carne, 1.5 kg de pollo, 0.40 kg de sal, 1.5kg de mantequilla y 2kg de harina. El beneficio que obtiene por una docena de pasteles de pollo es \$15.000, por una docena de pasteles de carne es \$20.000 y por una docena de pasteles mixtos es \$25.000. Hallar, utilizando las técnicas de programación lineal, el número de docenas que tiene que hacer de cada tipo para que el beneficio sea máximo.

Debido a que a muchos de sus clientes les gusta los pasteles de pollo debe producir como mínimo 6 docenas de este tipo de pastel.

Planteamiento de la Información:

Ingredientes	Carne (kg)	Pollo (kg)	Sal (kg)	Mantequilla (kg)	Harina (kg)	Beneficio/docena (\$)	Demanda mínima (docenas)
Pasteles							
pollo		2	0.40	1	1.5	15.000	6
carne	2		0.40	1	1.5	20.000	
mixto	1.5	1.5	0.40	1.5	2	25.000	
Disponibilidad ingredientes(kg)	50	30	10	75	200		

- Formulación del modelo

$X_1$ =Numero de docenas de pasteles de pollo a producir

$X_2$ =Numero de docenas de pasteles de carne a producir

$X_3$ =Numero de docenas de pasteles mixtos a producir

Maximizar  $Z = 15.000X_1 + 20.000 X_2 + 25000X_3$

Sujeto a:

$$2X_1 + 1.5X_3 \leq 30 \quad \text{Disp. Máxima de pollo (C1)}$$

$$2X_2 + 1.5 X_3 \leq 50 \quad \text{Disp. Máxima de carne (C2)}$$

$$0.40X_1 + 0.40X_2 + 0.4X_3 \leq 10 \quad \text{Disp. Máxima de sal (C3)}$$

$$X_1 + X_2 + 1.5X_3 \leq 75 \quad \text{Disp. Máxima de mantequilla (C4)}$$

$$1.5X_1 + 1.5X_2 + 2X_3 \leq 200 \quad \text{Disp. Máxima de harina (C5)}$$

$$X_1 \geq 6 \quad \text{Demanda min. de pasteles de pollo (C6)}$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>15000</b>	<b>20000</b>	<b>25000</b>		
<b>C1</b>	2		1.5	<=	30
<b>C2</b>		2	1.5	<=	50
<b>C3</b>	0.4	0.4	0.4	<=	10
<b>C4</b>	1	1	1.5	<=	75
<b>C5</b>	1.5	1.5	2	<=	200
<b>C6</b>	1			>=	6
<b>LowerBound</b>	0	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	14:34:51		Monday	July	09	2018		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X1	6.00	15,000.00	90,000.00	0	basic	-M	26,666.67
2	X2	7.00	20,000.00	139,999.98	0	basic	0	25,000.00
3	X3	12.00	25,000.00	300,000.00	0	basic	20,000.00	M
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>530,000.00</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	C1	30.00	<=	30.00	0	3,333.33	12.00	40.50
2	C2	32.00	<=	50.00	18.00	0	32.00	M
3	C3	10.00	<=	10.00	0	50,000.00	7.20	13.60
4	C4	31.00	<=	75.00	44.00	0	31.00	M
5	C5	43.50	<=	200.00	156.50	0	43.50	M
6	C6	6.00	>=	6.00	0	-11,666.67	0	15.00

La solución al modelo será fabricar 6 docenas de pasteles de pollo, 7 docenas de pasteles de carne y 12 docenas de pasteles mixtos para recibir utilidades por \$530.000; Ahora bien, con respecto a la disponibilidad de ingredientes a utilizar, el programa dejaría de procesar 18 kilogramos de carne, 44 kilogramos de mantequilla y 156.50 kilogramos de harina, con respecto a la demanda mínima de pasteles de pollo se cumpliría con el total del requerimiento.

#### 4.11. Problema resuelto 11

Una agencia de viajes cuenta con viajes aéreos y terrestres, para los viajes terrestres cuenta con dos buses, uno tipo A y otro tipo B, cada uno para llevar a sus clientes al destino de turismo. El bus tipo A debe hacer por lo menos 40 viajes, pero no puede sobrepasar más de 50 viajes. Entre los dos buses deben hacer más de 80 viajes, pero menos de 150. En cada viaje, el bus tipo A consume 150 litros de combustible y el bus tipo B consume 120 litros de combustible. En cada viaje del bus tipo A le deja una ganancia a la agencia de viajes de 500 dólares y por cada viaje del bus tipo B le deja de ganancia de 600 dólares. ¿Cuántos viajes deben hacer cada bus para que la agencia de viajes obtenga el máximo de ganancias?

Planteamiento de la Información:

RESTRICCIONES
Bus A: debe hacer por lo menos 40 viajes y no puede sobrepasar 50 viajes. Consume 150 litros de combustible por viaje. Utilidad us 500 por viaje.
Bus B: Consume 120 litros de combustible por viaje. Utilidad us 600 por viaje.
Entre los dos buses deben hacer más de 80 viajes y menos de 150 viajes

- Formulación del modelo

$X_1$  = Número de viajes a realizar del bus tipo A

$X_2$  = Número de viajes a realizar del bus tipo B

Maximizar  $Z = 500 X_1 + 600 X_2$

Sujeto a:

$X_1 \geq 40$  Número de viajes mínimos que debe hacer el bus tipo A (C1)

$X_1 \leq 50$  Número de viajes máximo que puede hacer el bus tipo A (C2)

$X_1 + X_2 \geq 80$  Número de viajes mín. que se deben hacer entre A y B (C3)

$X_1 + X_2 \leq 150$  Número de viajes máx. que se pueden hacer entre A y B (C4)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>500</b>	<b>600</b>		
<b>C1</b>	<b>1</b>		<b>&gt;=</b>	<b>40</b>
<b>C2</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>&lt;=</b>	<b>50</b>
<b>C3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>80</b>
<b>C4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>150</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	15:08:08		Monday	July	09	2018		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X1	40.00	500.00	20,000.00	0	basic	-M	600.00
2	X2	110.00	600.00	66,000.00	0	basic	500.00	M
	<b>Objective Function</b>		<b>(Max.) =</b>	<b>86,000.00</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	C1	40.00	>=	40.00	0	-100.00	0	50.00
2	C2	40.00	<=	50.00	10.00	0	40.00	M
3	C3	150.00	>=	80.00	70.00	0	-M	150.00
4	C4	150.00	<=	150.00	0	600.00	80.00	M

Se le recomienda al propietario de la agencia de viajes realizar 40 viajes del bus tipo A y 110 viajes del bus tipo B para generar ganancias por us 86.000. Se dejarían de realizar 10 viajes con el tipo de bus A y habría un exceso de viajes entre los dos tipos de buses de 70 viajes.

#### 4.12. Problema resuelto 12

Una empresa fabrica y vende dos modelos de ventiladores R1 y R2 para fabricar estos dos modelos de ventiladores se necesita de un trabajo manual de 40 minutos para el modelo R1 y de 50 minutos para el modelo R2 y también se necesita un trabajo de máquina de 1 hora para el modelo R1 y de 2 horas para el modelo R2. La empresa dispone de 150 horas manuales al mes para cualquier modelo de ventilador y para la máquina de 240 horas al mes. El beneficio que le brinda el modelo R1 a la empresa es de \$ 25.000 y de R2 es de \$30.000. Plantear y resolver un modelo de programación lineal para obtener el máximo beneficio. Sabiendo que la demanda mínima debe ser de 50 ventiladores de cada modelo.

Planteamiento de la Información:

Requerimientos	Trabajo manual (min)	Trabajo maquina (min)	Utilidad (\$)	Demanda mínima
Modelo de ventilador				
R1	40	60	25.000	50
R2	50	120	30.000	50
Disponibilidad/mes	9.000	14.400		

- Formulación del modelo

$X_1$ =Numero de ventiladores a fabricar tipo R1 en el mes

$X_2$ =Numero de ventiladores a fabricar tipo R2 en el mes

Maximizar  $Z = 25.000 X_1 + 30.000 X_2$

Sujeto a:

$40X_1 + 50 X_2 \leq 9.000$  Minutos Max. disp. para el trabajo manual (C1)

$60X_1 + 120X_2 \leq 14.400$  Minutos Max. disp. para el trabajo en la maquina(C2)

$X_1 \geq 50$  Demanda mínima de R1 (C3)

$X_2 \geq 50$  Demanda mínima de R2 (C4)

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>25000</b>	<b>30000</b>		
<b>C1</b>	<b>40</b>	<b>50</b>	<b>&lt;=</b>	<b>9000</b>
<b>C2</b>	<b>60</b>	<b>120</b>	<b>&lt;=</b>	<b>14400</b>
<b>C3</b>	<b>1</b>		<b>&gt;=</b>	<b>50</b>
<b>C4</b>		<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>50</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

09:07:58		Tuesday		July		10		2018	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	X1	140.00	25,000.00	3,500,000.00	0	basic	15,000.00	M	
2	X2	50.00	30,000.00	1,500,000.00	0	basic	-M	50,000.00	
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>5,000,000.00</b>					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	C1	8,100.00	<=	9,000.00	900.00	0	8,100.00	M	
2	C2	14,400.00	<=	14,400.00	0	416.67	9,000.00	15,750.00	
3	C3	140.00	>=	50.00	90.00	0	-M	140.00	
4	C4	50.00	>=	50.00	0	-20,000.00	20.00	95.00	

La recomendación para la empresa es producir 140 ventiladores R1 y producir 50 ventiladores R2 para obtener una utilidad total de \$ 5.000.0000. De la cantidad de minutos máximos disponibles para el trabajo manual se dejarían de utilizar 900 minutos y los minutos disponibles para realizar el trabajo de maquina se consumirían en su totalidad, en cuanto a la demanda mínima de ventiladores R1 se obtendría en excedente de unidades producidas de 90 unidades, mientras que la demanda mínima de los ventiladores R2 se cumpliría totalmente.

### 4.13. Problema resuelto 13

Un campesino desea comprar plantas de aguacate para su finca, la planta de aguacate variedad Hass tiene un valor de \$10.000, la planta de aguacate variedad Lorena tiene un valor de \$8.000 y la planta de aguacate variedad Choquette tiene un valor de \$7.500. El campesino cuenta con sus ahorros de \$1'200.000. Teniendo en cuenta que por lo menos debe comprar 45 plantas de aguacate variedad Hass, mínimo debe comprar 30 de variedad Choquette y entre las 3 variedades no puede comprar más de 150 plantas. Plantee un modelo de programación lineal para minimizar costos.

Planteamiento de la información:

ITEMS	Costo de compra \$/planta	Compra mínima (und)	Compra máxima
VARIEDAD AGUACATES			
Hass	10.000	45	Entre las tres no más 150 plantas
Lorena	8.000		
Choquette	7.500	30	

Inversión máxima: \$1.200.000

- Formulación del modelo

$X_1$ =Numero de plantas de aguacate tipo hass a comprar

$X_2$ =Numero de plantas de aguacate tipo lorena a comprar

$X_3$ =Numero de plantas de aguacate tipo choquette a comprar

Minimizar  $Z = 10.000 X_1 + 8.000 X_2 + 7.500 X_3$

Sujeto a:

$10.000X_1 + 8.000X_2 + 7.500X_3 \leq 1'200.000$  Inversión máxima (C1)

$X_1 \geq 45$  Compra mín. de Hass (C2)

$X_3 \geq 30$  Compra mín. de choquette (C3)

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 150$  Compra máx. entre las tres pl. (C4)

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Minimize</b>	<b>10000</b>	<b>8000</b>	<b>7500</b>		
<b>C1</b>	<b>10000</b>	<b>8000</b>	<b>7500</b>	<b>&lt;=</b>	<b>1200000</b>
<b>C2</b>	<b>1</b>			<b>&gt;=</b>	<b>45</b>
<b>C3</b>			<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>30</b>
<b>C4</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>150</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

09:42:22		Tuesday	July	10	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	45.00	10,000.00	450,000.00	0	basic	0	M
2	X2	0	8,000.00	0	8,000.00	at bound	0	M
3	X3	30.00	7,500.00	225,000.00	0	basic	0	M
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Min.) =</b>	<b>675,000.00</b>				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	675,000.00	<=	1,200,000.00	525,000.00	0	675,000.00	M
2	C2	45.00	>=	45.00	0	10,000.00	0	97.50
3	C3	30.00	>=	30.00	0	7,500.00	0	100.00
4	C4	75.00	<=	150.00	75.00	0	75.00	M

La recomendación para el campesino es adquirir 45 plantas de la variedad hass, adquirir 30 plantas de la variedad choquette y no adquirir ninguna planta tipo Lorena puesto que por cada planta adquirida de este tipo se estaría perdiendo \$8.000. De esta forma se estarían incurriendo en costos totales por \$ 675.000. En cuanto a la inversión máxima el campesino ahorraría \$525.000 no invertidos de acuerdo a la recomendación de la solución óptima y dejaría de adquirir entre los tres tipos de plantas 75 unidades no necesarias de compra.

#### 4.14. Problema resuelto 14

Una organización formada por 60 ingenieros, 46 administradores, 32 jefes de departamento, y 130 operarios, ha de transportarse hasta otra locación de la organización. En ella se dispone de 4 tipos de vehículos A, B, C, y D, acondicionados para transporte de personal. El número de personas que cada vehículo puede transportar es 50, 47, 46, y 49 respectivamente, de la forma en que se detalla en la siguiente tabla:

Personal Vehículo	Ingenieros	Administradores	Jefes de departamento	Operarios
A	13	12	11	14
B	11	11	12	13
C	12	11	12	11
D	13	12	13	11

El combustible necesario para que cada vehículo llegue hasta el punto de destino se estima en 170, 90, 50, y 130 litros respectivamente. Si queremos ahorrar combustible, ¿cuántos vehículos de cada tipo habrá que utilizar para que el consumo sea el mínimo posible?

Planteamiento de la información:

Personal Vehículo	Ingenieros	Administradores	Jefes de departamento	Operarios
A	13	12	11	14
B	11	11	12	13
C	12	11	12	11
D	13	12	13	11
Personal mínimo a transportar	60	46	32	130

- Formulación del modelo

$X_A$ =Numero de vehículos tipo A utilizar

$X_B$ =Numero de vehículos tipo B a utilizar

$X_C$ =Numero de vehículos tipo C a utilizar

$X_D$ =Numero de vehículos tipo D a utilizar

Minimizar  $Z = 170X_A + 90X_B + 50X_C + 130X_D$

Sujeto a:

$13X_A + 11X_B + 12X_C + 13X_D \geq 60$  Ingenieros a transportar

$12X_A + 11X_B + 11X_C + 12X_D \geq 46$  Administradores a transportar

$11X_A + 12X_B + 12X_C + 13X_D \geq 32$  Jefes de departamento a transportar

$14X_A + 13X_B + 11X_C + 11X_D \geq 130$  Operarios a transportar

$X_A, X_B, X_C, X_D \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	$X_A$	$X_B$	$X_C$	$X_D$	Direction	R. H. S.
Minimize	170	90	50	130		
INGENIEROS A TRANSPORTAR	13	11	12	13	$\geq$	60
ADMINISTRADORES A TRANSPORTAR	12	11	11	12	$\geq$	46
JEFES DE DPTO. A TRANSPORTAR	11	12	12	13	$\geq$	32
OPERARIOS A TRANSPORTAR	14	13	11	11	$\geq$	130
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

20:13:34		04/06/2018 20:13:34 p.m.	04/06/2018 20:13:34 p.m.	04/06/2018 20:13:34 p.m.	04/06/2018 20:13:34 p.m.		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	XA	0	170,0000	0	106,3636	at bound	63,6364 M
2	XB	0	90,0000	0	30,9091	at bound	59,0909 M
3	XC	11,8182	50,0000	590,9091	0	basic	0 76,1538
4	XD	0	130,0000	0	80,0000	at bound	50,0000 M
	Objective	Function	(Min.) =	590,9091			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	INGENIEROS A TRANSPORTAR	141,8182	>=	60,0000	81,8182	0	-M 141,8182
2	ADMINISTRADORES A TRANSPORTAR	130,0000	>=	46,0000	84,0000	0	-M 130,0000
3	JEFES DE DPTO. A TRANSPORTAR	141,8182	>=	32,0000	109,8182	0	-M 141,8182
4	OPERARIOS A TRANSPORTAR	130,0000	>=	130,0000	0	4,5455	55,0000 M

La organización empresarial debería utilizar solo el vehículo tipo C. La utilización de los vehículos tipo A, B Y D arrojarían una pérdida de consumo de combustible de 106 (aprox.), 31(aprox.) y 80 litros por vehículo respectivamente. Siguiendo la recomendación de la solución óptima el consumo total de combustibles en litros sería de 591 aproximadamente del vehículo tipo A. Los ingenieros tendrían un exceso de transporte de 82 personas, los administradores transportarían 84 profesionales más y los jefes de departamento podrían llevar 110 compañeros de más; En el caso de los operarios se podrán transportar solo el personal mínimo de 130 operarios.

#### 4.15. Problema resuelto 15

Una heladería utiliza los siguientes helados Z1 y Z2 en la fabricación de otros helados. Las unidades requeridas de cada uno de los componentes para la fabricación de cada producto se muestran en la tabla siguiente:

Productos	Producto 1 (und)	Producto 2 (und)	Producto 3 (und)
Ingredientes			
Z1	5	3	2
Z2	2	4	7

Para satisfacer la demanda del mes próximo dispone de 1.600 unidades de Z1 y 2.000 de Z2. El coste unitario de los componentes Z1 y Z2 es de 2 y 1 euros respectivamente, y el precio unitario de venta de cada uno de los tres productos de 25, 20 y 15 euros, respectivamente. Halle el plan de producción que maximiza el beneficio teniendo en cuenta que para cubrir el punto muerto de la heladería deben fabricarse 400 unidades de los tres productos (Producto1 + Producto2 + Producto3).

Planteamiento de la información:

	Producto 1	Producto 2	Producto 3
Costo de Z1 (€)	$2 * 5 = 10$	$2 * 3 = 6$	$2 * 2 = 4$
Costo de Z2 (€)	$1 * 2 = 2$	$1 * 1 = 1$	$1 * 7 = 7$
Costo total(€)	12	10	11
Precio de venta(€)	25	20	15
Beneficio unitario (€)	13	10	4

- Formulación del modelo

$X_1$ =Cantidad del producto 1 a fabricar en el mes

$X_2$ =Cantidad del producto 2 a fabricar en el mes

$X_3$ =Cantidad del producto 3 a fabricar en el mes

Maximizar  $Z = 13X_1 + 10X_2 + 4X_3$

Sujeto a:

$5 X_1 + 3 X_2 + 2 X_3 \leq 1600$       Unidades disponibles de Z1

$2 X_1 + 4 X_2 + 7 X_3 \leq 2000$       Unidades disponibles de Z2

$X_1 + X_2 + X_3 \geq 400$       Unidades min. para punto muerto

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	13	10	4		
UNID. DISPONIBLES DE Z1	5	3	2	<=	1600
UNID. DISPONIBLES DE Z2	2	4	7	<=	2000
UNID. MINIMAS PARA CUBRIR EL PUNTO MUERTO	1	1	1	>=	400
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

20:23:31		04/06/2018 20:23:30 p.m.	04/06/2018 20:23:30 p.m.	04/06/2018 20:23:30 p.m.	04/06/2018 20:23:30 p.m.		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 X1	28,5714	13,0000	371,4286	0	basic	5,0000	16,6667
2 X2	485,7143	10,0000	4,857,1430	0	basic	7,8000	25,0000
3 X3	0	4,0000	0	-6,0714	at bound	-M	10,0714
Objective	Function	(Max.) =	5,228,5710				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 UNID. DISPONIBLES DE Z1	1,600,0000	<=	1,600,0000	0	2,2857	1,500,0000	5,000,0000
2 UNID. DISPONIBLES DE Z2	2,000,0000	<=	2,000,0000	0	0,7857	1,200,0000	2,133,3330
3 UNID. MINIMAS PARA CUBRIR EL PUNTO MUERTO	514,2857	>=	400,0000	114,2857	0	-M	514,2857

Es aconsejable para la heladería producir 29 unidades del producto 1 y 486 unidades del producto 2, no es recomendable producir nada del producto 3, puesto que cada unidad producida de este producto dejaría una pérdida de 6€, de esta forma se obtendrían utilidades mensuales de 5.228 €. Las unidades disponibles de los ingredientes (Z1, Z2) utilizadas en la producción se consumirían en su totalidad y se obtendría un exceso de 114 unidades en la restricción del punto muerto exigido en el plan de producción.

#### 4.16. Problema resuelto 16

Un panadero tiene que hacer tortas rectangulares de tal manera que las dimensiones no sobrepasen los 20 cm y la suma de su dimensión mayor y el doble de la menor no sobrepase los 40 cm ¿Cuál es el máximo valor del perímetro de dichas tortas?

Planteamiento de la Información:

Restricciones
Ninguna dimensión supera los 20 cm
La suma de su dimensión mayor mas dos veces la menor no sobrepase los 40 cm

- Formulación del modelo

$X_1$ =Dimensión en centímetros menor de la torta

$X_2$ =Dimensión en centímetros mayor de la torta

Maximizar  $Z = X_1 + X_2$

Sujeto a:

$X_1 \leq 20$  Dimensión menor maximiza (C1).

$X_2 \leq 20$  Dimensión mayor máxima (C2).

$2X_1 + X_2 \leq 40$  Suma dimen. Mayor+ 2 menor (C3)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	1	1		
<b>C1</b>	1		<=	20
<b>C2</b>		1	<=	20
<b>C3</b>	2	1	<=	40
<b>LowerBound</b>	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	15:39:10		Thursday	July	12	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	10.00	1.00	10.00	0	basic	0	2.00
2	X2	20.00	1.00	20.00	0	basic	0.50	M
	Objective	Function	(Max.) =	30.00				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	10.00	<=	20.00	10.00	0	10.00	M
2	C2	20.00	<=	20.00	0	0.50	0	40.00
3	C3	40.00	<=	40.00	0	0.50	20.00	60.00

La dimensión menor de la torta rectangular deberá ser de 10 centímetros y la dimensión mayor deberá ser de 20 centímetros para que las dimensiones totales a maximizar tengan un total de 30 centímetros, a la restricción de la dimensión menor le harían falta 10 centímetros para alcanzar su tope máximo de fabricación y con respecto a la restricción que se tiene sobre la dimensión mayor se cumple totalmente, al igual que la restricción máxima de la suma de las dos dimensiones.

#### 4.17. Problema resuelto 17

Para acabar con una plaga de ratas en las calles de una ciudad, el gobierno de la ciudad ha decidido realizar una prueba intercalando 6 métodos distintos durante una semana. A continuación, la tabla con el costo y eficiencia de cada método utilizado.

METODO	EFFECTIVIDAD (RATAS/HORA)	COSTO (\$/Hora)
Manual	800	200
Químicos	350	250
Termales	200	275
Ondas de Radio	200	500
Raticidas	650	350
Gatos	450	200

Solo se dispone de \$ 1.000.000 y 640 voluntarios para realizar el trabajo manual para la prueba. Éstos, se organizarán en grupos de 80 y cada grupo trabajará durante 3h. Se estima que a la hora se utilizarían 60 kg. de químicos y 40 kg. de raticidas, para no afectar el medio ambiente, la suma de éstos no deberá superar los 3000 kg. Para garantizar que los gatos no se multipliquen y sean suficientes para cubrir toda la ciudad se usaran mínimo 4000 (100/h) ejemplares de especies “American Shorthair” amaestrados. El departamento de investigación, está revisando los efectos y consecuencias aún no muy conocidos de los métodos nuevos (termales y ondas de radio) por lo que deberán utilizarse mínimamente durante 5 h al día para su estudio. Con todo esto se busca hallar la distribución de horas para cada método, con el objetivo de parar la plaga en la mayor medida posible.

Planteamiento de la Información:

METODO	EFFECTIVIDAD (RATAS/HORA)	COSTO (\$/Hora)	REQUERIMIENTOS
Manual	800	200	$640/80=80*3=240$ horas
Químicos	350	250	No más de 3000 kilogramos
Raticidas	200	275	
Ondas de Radio	200	500	Mínimo 5 horas/día Mínimo 35 semana
Termales	650	350	
Gatos	450	200	$4000/100=40$ hrs

- Formulación del modelo

$X_1$  = Número de horas que se debe aplicar el método manual.

$X_2$  = Número de horas que se debe aplicar el método químico.

$X_3$  = Número de horas que se deben aplicar los raticidas.

$X_4$  = Número de horas que se deben aplicar las ondas de radio.

$X_5$  = Número de horas que se deben aplicar los termales.

$X_6$  = Número de horas que se debe dedicar al uso de gatos.

$$\text{Maximizar } Z = 800X_1 + 350X_2 + 200X_3 + 200X_4 + 650X_5 + 450X_6$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \leq 168 \text{Hrs. Máxima disponible (C1)}$$

$$200X_1 + 250X_2 + 275X_3 + 500X_4 + 350X_5 + 200X_6 \leq 1.000.000 \text{ Inv. Max. (C2)}$$

$$X_1 \leq 240 \text{Horas máxima para el método manual (C3)}$$

$$60X_2 + 40X_3 \leq 3000 \text{ Uso máximo de KG raticidas y químicos (C4)}$$

$$X_2 + X_3 \geq 35 \text{ Horas mínimas raticidas y químicos (C5)}$$

$$X_6 \geq 40 \text{ Horas mínima método gatos (C6)}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Direction	R. H. S.
Maximize	800	350	200	200	650	450		
C1	1	1	1	1	1	1	<=	168
C2	200	250	275	500	350	200	<=	1000000
C3	1						<=	240
C4		60	40				<=	3000
C5		1	1				>=	35
C6						1	>=	40
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	15:30:55		Friday	July	13	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	93.00	800.00	74,400.00	0	basic	650.00	M
2	X2	35.00	350.00	12,250.00	0	basic	200.00	800.00
3	X3	0	200.00	0	-150.00	at bound	-M	350.00
4	X4	0	200.00	0	-600.00	at bound	-M	800.00
5	X5	0	650.00	0	-150.00	at bound	-M	800.00
6	X6	40.00	450.00	18,000.00	0	basic	-M	800.00
	Objective	Function	(Max.) =	104,650.00				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	168.00	<=	168.00	0	800.00	75.00	315.00
2	C2	35,350.00	<=	1,000,000.00	964,650.00	0	35,350.00	M
3	C3	93.00	<=	240.00	147.00	0	93.00	M
4	C4	2,100.00	<=	3,000.00	900.00	0	2,100.00	M
5	C5	35.00	>=	35.00	0	-450.00	0	50.00
6	C6	40.00	>=	40.00	0	-350.00	0	133.00

La solución óptima del modelo anterior recomienda que se asignen 93 horas semanales al método manual de erradicación de ratas, así como 35 horas al método de utilización de químicos semanales y 40 horas al uso de gatos para la eliminación de las ratas. Con la asignación de las horas anteriores a estos métodos se tendría una efectividad de eliminación de roedores de 104.650 ratas semanales. El número de horas disponibles semanales para la aplicación de los métodos se utilizarían en su totalidad, así como las horas mínimas requeridas por el método de raticidas, la utilización de químicos y el uso de los gatos. En cuanto al total de dinero disponible para invertir solo se utilizarían \$35.350. en cuanto a la aplicación del método manual se dejarían de utilizar 147 horas, al igual que no se utilizarían 900 kilogramos de raticidas y químicos.

#### 4.18. Problema resuelto 18

Una empresa X desea transportar un cargamento formado por electrodomésticos de los cuales 80 son televisores, 72 son lavadoras, 176 son neveras y 240 son cocinas. La misma dispone de 4 tipos de aviones para el transporte del cargamento; cada avión puede

transportar 20, 14, 12, 18 productos respectivamente de la forma en que se detalla en la siguiente tabla:

Electrodomésticos	Televisores	Lavadoras	Neveras	Cocinas
Aviones				
A	6	4	2	8
B	2	2	4	6
C	4	2	4	2
D	6	4	6	2

Los gastos en gasolina de cada avión hasta el punto de destino se estiman en 320, 160, 80, 240 litros respectivamente. Si queremos ahorrar gasolina ¿Cuántos aviones de cada tipo habrá que utilizar para que el gasto del combustible sea el mínimo posible?

Planteamiento de la información:

ELECTRODOMESTICOS	T.V.	Lavadoras	Neveras	Cocinas	Capacidad por avión
AVIONES					
A	6	4	2	8	20
B	2	2	4	6	14
C	4	2	4	2	12
D	6	4	6	2	18
CARGAMENTO	80	72	176	240	

- Formulación del modelo

$X_1$  = número de aviones a utilizar del tipo A.

$X_2$  = número de aviones a utilizar del tipo B.

$X_3$  = número de aviones a utilizar del tipo C.

$X_4$  = número de aviones a utilizar del tipo D.

Minimizar  $Z = 320X_1 + 160X_2 + 80X_3 + 240X_4$

Sujeto a:

$$6X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 6X_4 \geq 80 \quad \text{Cargamento mínimo de T.V. (C1)}$$

$$4X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 4X_4 \geq 72 \quad \text{Cargamento mínimo de lavadoras (C2)}$$

$$2X_1 + 4X_2 + 4X_3 + 6X_4 \geq 176 \quad \text{Cargamento mínimo de neveras (C3)}$$

$$8X_1 + 6X_2 + 2X_3 + 2X_4 \geq 240 \quad \text{Cargamento mínimo de cocinas (C4)}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Minimize	320	160	80	240		
C1	6	2	4	6	>=	80
C2	4	2	2	4	>=	72
C3	2	4	4	6	>=	176
C4	8	6	2	2	>=	260
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	13:09:28		Sunday	July	15	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	320.00	0	140.00	at bound	180.00	M
2	X2	43.00	160.00	6,880.00	0	basic	80.00	240.00
3	X3	1.00	80.00	80.00	0	basic	53.33	160.00
4	X4	0	240.00	0	140.00	at bound	100.00	M
	Objective	Function	(Min.) =	6,960.00				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	90.00	>=	80.00	10.00	0	-M	90.00
2	C2	88.00	>=	72.00	16.00	0	-M	88.00
3	C3	176.00	>=	176.00	0	10.00	173.33	520.00
4	C4	260.00	>=	260.00	0	20.00	88.00	264.00

La empresa debería 43 aviones tipo B y 1 avión tipo C, no es recomendable que utilice aviones tipo A, porque de esta manera consumiría 140 litros más por avión de este tipo y el de tipo D del haría consumir los mismos 140 litros más por avión utilizado. Con esta solución se minimizarían un total de 6.960 litros de combustible. En cuanto al cargamento

mínimo de televisores habría un exceso de 10 televisores más transportados y de igual forma habría un exceso de lavadoras de 10 unidades más transportadas.

#### 4.19. Problema resuelto 19

Una fábrica de automóviles, produce dos tipos de auto por pedido, lujo y corriente, usando hierro, acero de alta calidad y plástico de alta resistencia, en unidades cuadradas con el mismo espesor, a saber, para el auto de lujo se necesitan 1000 unidades cuadradas de hierro, 400 de acero y 1500 de plástico, para un automóvil corriente se requieren 1000 unidades de hierro, 1600 de acero y 2000 de plástico. Los automóviles de lujo producen por su venta de ganancia de \$12000, los tipos corriente \$9000. En la actualidad, la empresa dispone de 200000 unidades de hierro, 128000 de acero y 220000 de plástico. Han recibido pedidos para los dos tipos de autos y les gustaría producir la cantidad de automóviles de cada tipo que maximicen la utilidad ¿Cuántos automóviles de cada tipo se deben producir?

Planteamiento de la información:

MATERIALES	Hierro (und <sup>2</sup> )	Acero de alta calidad (und <sup>2</sup> )	Plástico (und <sup>2</sup> )	Utilidad (\$/auto)
AUTOS				
Lujosos	1000	400	1500	12000
Corrientes	1000	1600	2000	9000
Disponibilidad	200000	128000	220000	

- Formulación del modelo

$X_1$  = número de autos de lujo a fabricar.

$X_2$  = número de autos corrientes a fabricar.

Maximizar=  $12000X_1 + 9000X_2$

Sujeto a:

$1000 X_1 + 1000 X_2 \leq 200000$  Cant. Max. de hierro disponible

$400 X_1 + 1600 X_2 \leq 128000$  Cant. Max. de acero disponible

$1500 X_1 + 2000 X_2 \leq 220000$  Cant. Max. de plástico disponible

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>12000</b>	<b>9000</b>		
<b>cant. max. hie</b>	<b>1000</b>	<b>1000</b>	<b>&lt;=</b>	<b>200000</b>
<b>cant. max. ace</b>	<b>400</b>	<b>1600</b>	<b>&lt;=</b>	<b>128000</b>
<b>cant. max. pla:</b>	<b>1500</b>	<b>2000</b>	<b>&lt;=</b>	<b>220000</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

17:51:52		Wednesday	May	30	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	146,6667	12,000,0000	1,760,000,0000	0	basic	6,750,0000	M
2	X2	0	9,000,0000	0	-7,000,0000	at bound	-M	16,000,0000
	Objective	Function	(Max.) =	1,760,000,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	cant.max.hierro.dis	<=	200,000,0000	53,333,3300	0	146,666,7000	M	
2	cant.max.acero.dis	<=	128,000,0000	69,333,3400	0	58,666,6600	M	
3	cant.max.plastico.dis	<=	220,000,0000	0	8,0000	0	300,000,0000	

La solución óptima del modelo recomendado por WIN QSB, recomienda al fabricante producir 147 automóviles de lujo aproximadamente y no producir ninguna unidad de los autos corrientes, puesto que estos últimos arrojarían una pérdida de \$ 7.000 por unidad producida. Siguiendo esta recomendación la empresa recibiría \$1.760.000 de utilidad total por los autos fabricados. En cuanto a la cantidad máxima de hierro disponible se dejarían de utilizar aproximadamente 53 unidades cuadradas, en cuanto al acero no se utilizarían

aproximadamente 69.000 unidades cuadradas y del total de plástico disponible se utilizó la totalidad disponibles de 220.000 unidades cuadradas.

#### 4.20. Problema resuelto 20

Un taller de publicidad dedicado a la fabricación de etiquetas para pantalones, tiene 3 tipos de máquinas A, B y C; el taller va a fabricar 2 tipos de etiquetas nuevas 1 y 2, los dos productos tienen que ir a cada máquina y cada uno va en el mismo orden: Primero a la máquina A, luego a la B y luego a la C. La tabla siguiente muestra:

- 1 Las horas requeridas en cada máquina, por unidad de producto
- 2 Las horas totales disponibles para cada máquina, por semana
- 3 La ganancia por unidad vendida de cada producto

TIPO DE MAQUINA	Etiqueta 1	Etiqueta 2	Horas disp./Sem
A	2	2	16
B	1	2	12
C	4	2	28
Utilidad \$/und	1	1.50	

El gerente del taller de producción quiere obtener la máxima utilidad de su producto, para ello necesita determinar el plan de producción semanal. Formular y resolver un modelo de programación lineal para este caso.

- Formulación del modelo

$X_1$  =Cantidad de etiquetas tipo 1 a producir semanalmente.

$X_2$  =Cantidad de etiquetas tipo 2 a producir semanalmente.

Maximizar  $Z = X_1 + 1.5 X_2$

Sujeto a:

$2X_1 + 2X_2 \leq 16$       Horas máximas a la semana de la maquina A

$X_1 + 2X_2 \leq 12$       Horas máximas a la semana de la maquina B

$4X_1 + 2X_2 \leq 28$       Horas máximas a la semana de la maquina C

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>1</b>	<b>1.5</b>		
<b>HRS MAX SEM MAQA</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>16</b>
<b>HRS MAX SEM MAQB</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>12</b>
<b>HRS MAX SEM MAQC</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>28</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

12:55:22		Thursday	May	31	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	4	1	4	0	basic	0,75	1,5
2	X2	4	1,5	6	0	basic	1	2
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>10</b>				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	HRS MAX SEM MAQA	16	<=	16	0	0,25	12	17,3333339691162
2	HRS MAX SEM MAQB	12	<=	12	0	0,5	10	16
3	HRS MAX SEM MAQC	24	<=	28	4	0	24	M

Se le recomienda al taller de publicidad producir 4 etiquetas tipo 1 y 4 etiquetas tipo 2 para generar una utilidad total de \$10 de ganancia semanal. La cantidad semanal de horas de la maquina A se utilizarían totalmente, así como la totalidad de horas de la maquina B y en cuanto a la maquina C se dejarían de utilizar 4 horas semanales.

#### 4.21. Problema resuelto 21

Una fábrica produce dos modelos A y B de un producto. el beneficio que arroja el modelo A es de \$55.000/unidad y el de B de \$87.000/unidad. La producción diaria no puede superar 7000 unidades del modelo A ni 5000 del B debido a las condiciones producción de la planta. El departamento de mercadeo informa que la demanda de acuerdo a los pedidos recibidos es de 850 unidades entre los dos modelos. ¿Cuántas unidades de cada modelo debe producir la fábrica para obtener el máximo beneficio?

Planteamiento de la información:

REQUERIMIENTOS	Producción diaria máxima	Demanda (und)	Utilidad \$/unid
MODELOS			
A	7000	850	55.000
B	5000		87.000

- Formulación del modelo

$X_1$  =Cantidad de modelos A producir diariamente.

$X_2$  =Cantidad de modelos B a producir diariamente.

Maximizar  $Z=55.000X_1 +87.000 X_2$

Sujeto a:

$X_1 \leq 7000$  Cantidad máxima a producir día del modelo A

$X_2 \leq 5000$  Cantidad máxima a producir día del modelo B

$X_1 + X_2 \geq 850$  Demanda mínima para los dos modelos

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>55000</b>	<b>87000</b>		
<b>cant.max.mod.a</b>	<b>1</b>		<b>&lt;=</b>	<b>7000</b>
<b>cant.max.mod.b</b>		<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>5000</b>
<b>dda.min.mod.a y b</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>850</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	21:32:31		Thursday	May	31	2018		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X1	7.000,00	55.000,00	385.000.000,00	0	basic	0	M
2	X2	5.000,00	87.000,00	435.000.000,00	0	basic	0	M
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>820.000.000,00</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	cant.max.mod.a	7.000,00	<=	7.000,00	0	55.000,00	0	M
2	cant.max.mod.b	5.000,00	<=	5.000,00	0	87.000,00	0	M
3	dda.min.mod.a y b	12.000,00	>=	850,00	11.150,00	0	-M	12.000,00

La fábrica debería producir diariamente 7.000 unidades del modelo A y 5.000 unidades del modelo B para recibir utilidades diarias de \$820.000.000; mientras que la cantidad diaria de producción mínima en el día para los dos modelos se cumpliría y la demanda de los dos modelos tendrá un exceso de producción de 11.150 unidades diarias.

#### 4.22. Problema resuelto 22

Una fábrica de ropa realiza prendas de calidades 1 y 2. Las de calidad 1 se fabrican con una unidad de algodón y dos unidades de fibra sintética y las de calidad 2 con dos unidades de algodón y una de fibra sintética. Las ganancias que se obtienen en la venta de las prendas son de \$20000 para la calidad 1 y \$15000 para la calidad 2. Sabiendo que solo se dispone de 200 unidades de algodón y 300 unidades de fibra sintética. ¿Cuántas prendas de

cada tipo deben elaborarse para obtener el beneficio máximo si la producción no puede ser superior a 2000 prendas?

Planteamiento de la información:

REQUERIMIENTOS	UNIDADES DE ALGODON	UNIDADES DE FIBRA SINTETICA	UTILIDAD (\$/prenda)
CALIDAD DE PRENDAS			
1	1	2	20000
2	2	1	15000
DISPONIBILIDAD	200	300	

- Formulación del modelo

$X_1$  =Cantidad de prendas calidad 1 a elaborar.

$X_2$  =Cantidad de prendas calidad 2 a elaborar.

Maximizar  $Z=20.000X_1 + 15.000 X_2$

Sujeto a:

$X_1+2X_2 \leq 200$  Cantidad máxima disponible de algodón (C1)

$2X_1+X_2 \leq 300$  Cantidad máxima disponible de fibra sintética (C1)

$X_1+X_2 \leq 2000$  Cantidad máxima de producción de 1 y 2 (C3)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>20000</b>	<b>15000</b>		
<b>C1</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>200</b>
<b>C2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>300</b>
<b>C3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>2000</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

17:22:05		Wednesday	May	30	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	133,33	20.000,00	2.666.666,50	0	basic	7.500,00	30.000,00
2	X2	33,33	15.000,00	499.999,97	0	basic	10.000,00	40.000,00
<b>Objective</b>		<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>3.166.666,50</b>				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	200,00	<=	200,00	0	3.333,33	150,00	600,00
2	C2	300,00	<=	300,00	0	8.333,33	100,00	400,00
3	C3	166,67	<=	2.000,00	1.833,33	0	166,67	M

El fabricante debería producir 133 prendas de la calidad 1 aproximadamente y 33 prendas de calidad 2 para recibir utilidades de \$ 3.166.667 en total con esta producción, en cuanto a la disponibilidad del algodón y a la disponibilidad de la fibra sintética se utilizaría en su totalidad y con respecto a la cantidad máxima de producción se obtendría entre las dos prendas se dejarían de producir 1.832 prendas aproximadamente.

#### 4.23. Problema resuelto 23

Una industria fabrica dos productos A y B en dos máquinas 1 y 2, el producto A requiere 3 horas en la maquina 1 y ½ hora en la maquina 2, el producto B requiere 2 horas en la maquina 1 y 1 hora en la maquina 2, hay 6 horas disponibles mínimo en la maquina 1 y 4 horas disponibles mínimo en la maquina 2. Cada unidad de A se produce a un costo de 12 dólares y la unidad B se produce a un costo de 4 dólares, ¿qué cantidad de producto A y B daría una buena minimización de los costos de producir?

Planteamiento de la información:

MAQUINAS PRODUCTOS	Requerimiento Maquina 1 (hrs)	Requerimiento Maquina 2 (hrs)	Costo de Prod. (US/und)
A	3	1/2	12
B	2	1	4
Disponibilidad mínima(hrs)	6	4	

- Formulación del modelo

$X_1$  =Cantidad de unidades a producir del producto A.

$X_2$  =Cantidad de unidades a producir del producto B.

Minimizar  $Z=12X_1 +4X_2$

Sujeto a:

$3 X_1+ 2X_2 \geq 6$       horas requeridas Min. Maquina 1(C1)

$1/2 X_1+ X_2 \geq 4$       horas requeridas Min. Maquina 2 (C2)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Minimize</b>	12	4		
<b>C1</b>	3	2	>=	6
<b>C2</b>	1/2	1	>=	4
<b>LowerBound</b>	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

14:24:29		Monday	July	16	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	0	12.00	0	8.00	at bound	4.00	M
2	X2	4.00	4.00	16.00	0	basic	0	12.00
	Objective	Function	(Min.) =	16.00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	8.00	>=	6.00	2.00	0	-M	8.00
2	C2	4.00	>=	4.00	0	4.00	3.00	M

La solución óptima de producción de los productos A y B debería ser 4 unidades del producto B y ninguna unidad del producto A y así se minimizarían un total de US 16, puesto que cada unidad fabricada del producto A arrojaría perdidas por US 8 y la cantidad de horas mínimas requeridas por la maquina 2 se utilizarían en su totalidad, en cambio las horas requeridas mínimas de la maquina 1 tendría un exceso de uso de 2 horas en la producción.

#### 4.24. Problema resuelto 24

Una fábrica de balones produce 2 tipos de balones, uno de futbol y otro de futbol sala en su planta principal en Lisboa. Los clientes para estos balones los necesitan para los juegos olímpicos 2018. La planta opera 50 horas semanal y emplea a 6 operarios de tiempo completo y a 3 de tiempo parcial que laboran 20 horas semanales para operar las 9 máquinas del departamento de producción. Los balones salen del departamento de producción para ser sellados y empacados en el departamento de productos terminados que actualmente cuenta con 9 selladoras que son operadas por 7 trabajadores a tiempo completo y 2 operarios de tiempo parcial de 10 horas a la semana. La siguiente tabla muestra las horas por cada 1000 balones que demora cada departamento en su proceso particular:

Horas / 1000 balones

BALONES	Futbol	Futbol sala
DEPARTAMENTOS		
Producción	4	2
Productos terminados	2	4

El área de contabilidad estableció que la utilidad por balón vendido de futbol es de 10 dólares y 12 dólares el balón de futbol sala, la empresa tiene una provisión casi ilimitada de la materia prima que necesita para producir los balones. Se podría vender cualquier cantidad de balones de futbol, pero del producto más especializado, que son los balones de futbol sala, solo hasta 120000 balones por semana según el área comercial. Como gerente de producción usted debe determinar el plan de producción semanal para maximizar las ganancias.

Planteamiento de la información:

BALONES	Futbol	Futbol sala	Hrs. De trabajo
DEPARTAMENTOS	(hrs/1000 b)	(hrs/1000 b)	semanal
Producción	4	2	50x6=300 20x3=60 360
Productos terminados	2	4	50x7=350 10x2=20 370
Utilidad US/und	10	12	
Demanda del producto más especializado (balón futbol sala) $\leq 120.000$			

- Formulación del modelo

$X_1$ =Numero por c/1000 balones a producir del balón de futbol semanalmente.

$X_2$ =Núm. por c/1000 balón a producir del balón de futbol sala semanalmente.

Maximizar  $Z=10X_1 + 12X_2$

Sujeto a:

$$4X_1 + 2X_2 \leq 370 \text{ Horas máximas de trabajo dpto. de producción(C1)}$$

$$2X_1 + 4X_2 \leq 360 \text{ Horas máximas de trabajo dpto. de Prod. Terminado (C2)}$$

$X_2 \leq 120$  Demanda máxima balón de futbol sala (C3)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>10</b>	<b>12</b>		
<b>C1</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>360</b>
<b>C2</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>&lt;=</b>	<b>370</b>
<b>C3</b>		<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>120</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	20:51:27		Monday	July	16	2018		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X1	58.33	10.00	583.33	0	basic	6.00	24.00
2	X2	63.33	12.00	760.00	0	basic	5.00	20.00
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>1,343.33</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	C1	360.00	<=	360.00	0	1.33	185.00	740.00
2	C2	370.00	<=	370.00	0	2.33	180.00	540.00
3	C3	63.33	<=	120.00	56.67	0	63.33	M

El fabricante de balones debería producir aproximadamente 58 balones de futbol y 63 balones de futbol sala para recibir un total de US 1.343 aproximados. La cantidad de horas disponibles de trabajo de los departamentos de producción y de productos terminados consumirían el total de ellas para la fabricación de los balones y máximo de balones de futbol sala que se podrían vender no se alcanza, haciéndole falta aproximadamente 57.000 balones por vender.

#### 4.25. Problema resuelto 25

La compañía cero Jean tiene tres fábricas con un exceso de capacidad de producción por fortuna la corporación tiene un nuevo tipo de Jean listo para la producción y las tres fábricas pueden fabricarlo así que podría hacer parte de este exceso de capacidad. El Jean puede hacerse en tres tallas grande, mediano, pequeño y darán una ganancia neta, de \$420,360,300 respectivamente. La fábrica 1,2,3, que tienen capacidad de mano de obra y equipo para producir 750,900,450 unidades al día respectivamente, sin importar el tamaño. La cantidad de espacio disponible para almacenar material en proceso impone también una limitación en las tasas de producción del nuevo tipo de Jean, se cuenta con 13000,12000,5000 de este espacio correspondientes a las fabricas 1,2,3 ene (ft<sup>2</sup>) para los materiales en procesos de la producción diaria de este producto. Cada unidad grande, mediana, pequeña, que se producen requieren 20,15,12(ft<sup>2</sup>) de espacio respectivamente. Los pronósticos de mercado indican que si se dispone de ellas se puede vender 900,1200, 750 unidades diarias para los tamaños grandes, medianos y pequeños. Formule un proceso de programación para maximizar las ganancias.

Planteamiento de la información:

Talla Jean	Ganancia (\$)	Espacio por und(ft <sup>2</sup> /und))	Ventas (und/día)
Grande	420	20	900
Mediana	360	15	1200
Pequeña	300	12	750
Fabrica	Capacidad de producción (und/día)	Almacenamiento espacio (ft <sup>2</sup> )	
1	750	13000	
2	900	12000	
3	450	5000	

- Formulación del modelo

$X_{G1}$  = Cantidad de jeans grandes fabricados en la fábrica 1 diariamente

$X_{G2}$  = Cantidad de jeans grandes fabricados en la fábrica 2 diariamente

$X_{G3}$  = Cantidad de jeans grandes fabricados en la fábrica 3 diariamente

$X_{M1}$  = Cantidad de jeans medianos fabricados en la fábrica 1 diariamente

$X_{M2}$  = Cantidad de jeans medianos fabricados en la fábrica 2 diariamente

$X_{M3}$  = Cantidad de jeans medianos fabricados en la fábrica 3 diariamente

$X_{P1}$  = Cantidad de jeans pequeños fabricados en la fábrica 1 diariamente

$X_{P2}$  = Cantidad de jeans pequeños fabricados en la fábrica 2 diariamente

$X_{P3}$  = Cantidad de jeans pequeños fabricados en la fábrica 3 diariamente

Las variables de decisión anteriores se podrían indicar de la siguiente manera y su definición sería igual, es decir, la forma es usada cuando el número de variables es grande y se abrevia de así:

$X_{ij}$  = Cantidad de jeans tipo i a producir en la fábrica tipo j diariamente

i = grande (G), mediano (M), pequeño (P)

j = fabrica 1 (1), fabrica 2 (2), fabrica 3 (3)

- Formulación del modelo

Maximizar  $Z = 420 (X_{G1} + X_{G2} + X_{G3}) + 360 (X_{M1} + X_{M2} + X_{M3}) + 300 (X_{P1} + X_{P2} + X_{P3})$ .

Sujeto a:

Restricciones de Capacidad

$$X_{G1} + X_{M1} + X_{P1} \leq 750 \quad \text{Cap. max. fabrica 1}$$

$$X_{G2} + X_{M2} + X_{P2} \leq 900 \quad \text{Cap. max. fabrica 2}$$

$$X_{G3} + X_{M3} + X_{P3} \leq 450 \quad \text{Cap. max. fabrica3}$$

Restricciones de Espacio

$$20X_{G1} + 15X_{M1} + 12X_{P1} \leq 13000 \quad \text{Espacio. max. fabrica 1}$$

$$20X_{G2} + 15X_{M2} + 12X_{P2} \leq 12000 \quad \text{Espacio. max. fabrica 2}$$

$$20X_{G3} + 15X_{M3} + 12X_{P3} \leq 5000 \quad \text{Espacio. max. fabrica 3}$$

Restricciones de Demanda

$$X_{G1} + X_{G2} + X_{G3} \leq 900 \quad \text{Cant. max. Demanda grande}$$

$$X_{M1} + X_{M2} + X_{M3} \leq 1200 \quad \text{Cant. max. Demanda mediana}$$

$$X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} \leq 750 \quad \text{Cant. max. Demanda pequeña}$$

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	XG1	XG2	XG3	XM1	XM2	XM3	XP1	XP2	XP3	Direction	R. H. S.
Maximize	420	420	420	360	360	360	300	300	300		
CAP.MAX.F1	1			1			1			<=	750
CAP.MAX.F2		1			1			1		<=	900
CAP.MAX.F3			1			1			1	<=	450
ESP.MAX.F1	20			15			12			<=	13000
ESP.MAX.F2		20			15		0	12		<=	12000
ESP.MAX.F3			20			15			12	<=	5000
CANT.MAX.D	1	1	1							<=	900
CANT.MAX.D				1	1	1				<=	1200
CANT.MAX.D							1	1	1	<=	750
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous										

Tabla de reporte combinado:

18:12:12		Wednesday	May	30	2018			
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	XG1	350,00	420,00	147.000,00	0	basic	360,00	480,00
2	XG2	0	420,00	0	-60,00	at bound	-M	480,00
3	XG3	0	420,00	0	-60,00	at bound	-M	480,00
4	XM1	400,00	360,00	144.000,00	0	basic	337,50	420,00
5	XM2	533,33	360,00	192.000,00	0	basic	360,00	375,00
6	XM3	0	360,00	0	0	at bound	-M	360,00
7	XP1	0	300,00	0	-36,00	at bound	-M	336,00
8	XP2	333,33	300,00	100.000,00	0	basic	288,00	300,00
9	XP3	416,67	300,00	125.000,00	0	basic	300,00	M
	Objective	Function	(Max.) =	708.000,00	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CAP.MAX.F1	750,00	<=	750,00	0	180,00	650,00	816,67
2	CAP.MAX.F2	866,67	<=	900,00	33,33	0	866,67	M
3	CAP.MAX.F3	416,67	<=	450,00	33,33	0	416,67	M
4	ESP.MAX.F1	13.000,00	<=	13.000,00	0	12,00	11.666,67	15.000,00
5	ESP.MAX.F2	12.000,00	<=	12.000,00	0	24,00	4.000,00	12.500,00
6	ESP.MAX.F3	5.000,00	<=	5.000,00	0	24,00	3.000,00	5.400,00
7	CANT.MAX.DDA.GRANDE	350,00	<=	900,00	550,00	0	350,00	M
8	CANT.MAX.DDA.MEDIANO	933,33	<=	1.200,00	266,67	0	933,33	M
9	CANT.MAX.DDA.PEQUEÑO	750,00	<=	750,00	0	12,00	416,67	916,67

De acuerdo a la solución óptima planteada por WIN QSB, la compañía debería producir 350 jeans talla grande en la fábrica 1, en la misma fabrica 400 jeans talla mediana y 533 jeans talla mediana en la fábrica 2, ahora bien, respecto a la talla pequeña se deben producir 333 jeans en la fábrica 2 y 417 en la fábrica 3 para obtener una utilidad total de \$708.000. La capacidad máxima de producción de la fábrica 1 se utilizaría totalmente y en las fábricas 2 y 3 se dejarían de producir 33 jeans aproximadamente en cada fabrica. En cuanto al espacio de las fábricas es necesario utilizar el total disponible de las tres fábricas. Ahora refiriéndose a la demanda, en cuanto a la talla grande no se producirían 550 unidades y en talla mediana no se producirían 267 unidades, pero la talla pequeña se produciría y vendería el máximo de 750 unidades.

#### 4.26. Problema resuelto 26

Una empresa fabrica pistolas tipo automática y semiautomática con precios de \$7000 us, y \$9000 us, respectivamente. Desea saber cuántas pistolas de cada referencia debe fabricar un operario para maximizar los ingresos, teniendo las siguientes restricciones: El número total de pistolas no podrá exceder de 50 pistolas por día y operario. Cada pistola automática requiere 1 hora para su fabricación, y cada semiautomáticas requiere 2 horas. La jornada laboral máxima es de 10 horas. El material utilizado en cada pistola automática tiene un costo de \$4000 US, y de cada pistola semiautomática \$6500 us. Cada operario dispone de \$20000 US para material. Plantear y resolver el anterior problema como un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

INFORMACION	
Precio de venta de pistola automática	US 7000
Precio de venta de pistola semiautomática	US 9000
Tiempo de fabricación de una pistola automática	1 hora
Tiempo de fabricación de una pistola semiautomática	2 horas
Jornada laboral máxima	10 horas
Costo de material de una pistola automática	US 4000
Costo de material de una pistola semiautomática	US 6500
Máximo de pistolas producidas por día y operario	50 und

- Formulación del modelo

$X_1$  = Numero de pistolas automáticas a producir diariamente por operario

$X_2$  = Numero de pistolas semiautomáticas a producir diariamente por operario

Maximizar  $Z = 3000X_1 + 2500X_2$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 \leq 50$       Pistolas máximas a producir a diario (C1)

$X_1 + 2X_2 \leq 10$       Horas laborales máximo por día (C2)

$$4000X_1 + 6500X_2 \leq 20000 \quad \text{Recurso financiero máximo diario (C3)}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>3000</b>	<b>2500</b>		
<b>C1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>50</b>
<b>C2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>10</b>
<b>C3</b>	<b>4000</b>	<b>6500</b>	<b>&lt;=</b>	<b>20000</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	14:07:43		Tuesday	July	17	2018		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X1	5.00	3,000.00	15,000.00	0	basic	1,538.46	M
2	X2	0	2,500.00	0	-2,375.00	at bound	-M	4,875.00
	<b>Objective Function</b>		<b>(Max.) =</b>	<b>15,000.00</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	C1	5.00	<=	50.00	45.00	0	5.00	M
2	C2	5.00	<=	10.00	5.00	0	5.00	M
3	C3	20,000.00	<=	20,000.00	0	0.75	0	40,000.00

Se le recomienda a la empresa producir 5 pistolas automáticas y ninguna pistola semiautomática puesto que la unidad producida de este tipo de pistola arrojaría una pérdida de US 2.375, de esta forma la empresa recibiría utilidades diarias de US 15.000. En cuanto al número máximo de unidades producidas por día se dejarían de producir 45 pistolas diarias y solo se trabajarían 5 horas al día y en cuanto a los recursos financieros diarios se utilizarían totalmente.

#### 4.27. Problema resuelto 27

Hotwheels de (corporación mattel), fabrica 2 tipos de carros de juguete de metal; camaro SS y Bone Shaker. Se vende un camaro a US 27 y se usan US 10 de materia prima. Cada camaro SS que se fabrica aumenta los costos variables de mano de obra y los costos generales en US 14. Se vende un Bone Shaker a US 21 y se usan US 9 de materia prima. Cada bone shaker producido aumenta los costos variables de mano de obra y los costos generales en US 10. La producción de los carros de juguete necesita de 2 tipos de trabajo especializado: fabricación en metal y acabado. Un camaro SS requiere 2 horas de acabado y 1 hora de fabricación en metal. Un bone shaker requiere 1 hora de acabado y 1 hora de fabricación en metal. Cada semana, mattel puede conseguir toda la materia prima que se necesita, pero solamente dispone de 100 horas de acabado y 80 de fabricación en metal. La demanda de los Bone Shaker no tiene límite, pero se venden a lo mucho 40 camaros SS semanalmente. Hotwheels quiere maximizar su ganancia semanal (ingresos-costos). Formular un modelo de programación lineal para la situación de la marca Hotwheels que se pueda utilizar para maximizar su ganancia semanal.

Planteamiento de la información:

Carros de juguete	hrs / trabajo		Demanda semanal	US / unid		
	fabricación en metal	acabado		venta	MP	Costos variables MO, CG
Camaro SS	1	2	$\leq 40$	27	10	14
Bone Shaker	1	1	sin limite	21	9	10
Disponibilidad	80	100				

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de carros de juguetes camaro SS a producir semanalmente

$X_2$  = Cantidad de carros de juguetes bonne shaker a producir semanalmente

Maximizar  $Z = 3X_1 + 2X_2$

Sujeto a:

$2X_1 + X_2 \leq 100$  Hrs. Máximo de trabajo en acabado (C1)

$X_1 + X_2 \leq 80$  Hrs. Máximo de trabajo en fabricación en metal (C2)

$X_1 \leq 40$  Demanda máxima Camaro SS semanalmente (C3)

$X_1, X_2 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	3	2		
<b>C1</b>	1	1	<=	100
<b>C2</b>	1	1	<=	80
<b>C3</b>	1		<=	40
<b>LowerBound</b>	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

20:58:24		Tuesday	July	17	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	40.00	3.00	120.00	0	basic	2.00	M
2	X2	40.00	2.00	80.00	0	basic	0	3.00
	<b>Objective Function</b>	<b>(Max.) =</b>	200.00					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	80.00	<=	100.00	20.00	0	80.00	M
2	C2	80.00	<=	80.00	0	2.00	40.00	100.00
3	C3	40.00	<=	40.00	0	1.00	0	80.00

Para este programa de producción Hotwheels debería producir 40 carros de juguete camaro SS y 40 carros de juguete bonne shake para obtener ganancias semanales por US 200. En el departamento de acabado se dejarían de utilizar 20 horas semanales y en el departamento de fabricación en metas se utilizarían el total de las 80 horas disponibles por semana, de esta forma se cumpliría con el máximo de carros SS demandados por semana de 40 unidades.

#### 4.28. Problema resuelto 28

Una máquina produce 2 tipos de neveras A y B, para fabricarlas se necesita un tiempo de producción en máquinas y un acabado a mano que realizan los operarios. La venta del modelo A necesita 2 horas en las máquinas y media hora de trabajo a mano, y produce un beneficio de 60 euros. La venta del modelo B necesita 3 horas en las máquinas y  $\frac{1}{4}$  de hora de trabajo a mano, y origina un beneficio de 55 euros. Se dispone un total de 300 horas de trabajo en máquinas y 60 horas de trabajo a mano. Entre los 2 tipos de neveras se han demandado por lo menos 90. ¿Qué cantidad de neveras de cada tipo han de producirse para que el beneficio sea máximo?

Planteamiento de la información:

REQUERIMIENTOS	Tiempo máquina (hrs)	Tiempo acabado manual (hrs)	Utilidad (€/und)
TIPO DE NEVERA			
A	2	0,5	60
B	3	0,25	55
Disponibilidad	300	60	

Demanda de las dos neveras mínimo 90 unidades

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de neveras tipo A producirse

$X_2$  = Cantidad de neveras tipo B producirse

Maximizar  $Z = 60X_1 + 55X_2$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 \geq 90 \quad \text{Cantidad mínima de neveras a vender}$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 300 \quad \text{Hrs. Máximo de trabajo maquina}$$

$$0.5X_1 + 0.25X_2 \leq 60 \quad \text{Hrs. Máximo de trabajo manual}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>60</b>	<b>55</b>		
<b>CANT. MIN. N</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>90</b>
<b>HORS. MAX. M</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>&lt;=</b>	<b>300</b>
<b>HORS. MAX. M</b>	<b>0.5</b>	<b>0.25</b>	<b>&lt;=</b>	<b>60</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

18:21:52		Wednesday	May	30	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	105,00	60,00	6.300,00	0	basic	36,67	110,00
2	X2	30,00	55,00	1.650,00	0	basic	30,00	90,00
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>7.950,00</b>				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	CANT. MIN. NEVERAS	>=	90,00	45,00	0	-M	135,00	
2	HORS. MAX. MAQUINA	<=	300,00	0	12,50	240,00	720,00	
3	HORS. MAX. MANUAL	<=	60,00	0	70,00	25,00	75,00	

La recomendación para la empresa es fabricar 105 neveras tipo A y 30 neveras tipo B para obtener una ganancia de 7.950 euros. Con esta producción se tendría un exceso de

producción entre las dos neveras de 45 unidades y el total disponible de las horas máquina y las horas de trabajo manual se consumirían en su total disponible.

#### 4.29. Problema resuelto 29

Ala empresa Nissi Ltda.le pidieron construir 100 casetas. En el contrato le piden construir 3 tipos de casetas, la tipo artesanal para venderla a \$ 60.000.000 , la de tipo rancho \$ 50.000.000 y la de tipo casona a \$ 70.000.000, para la caseta tipo artesanal se necesita 20 horas de carpintería y 100 horas de obra civil, para la de tipo rancho se necesita 25 horas de carpintería y 80 horas de obra civil y para la tipo casona se necesita 30 de carpintería y 120 de obras civil, los costos del material para la construcción de las casetas es de \$ 20.000.0000, el costo por hora de obra civil es \$ 10.000 (el ingeniero y 2 maestros) y el costo de hora en lo de carpintería es \$ 5.000. De acuerdo al tiempo que se tiene disponible en la mano de obra el equipo ofrece 8000 horas de obras civiles y 3000 horas de carpintería. Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

TIPO DE CASETA	Costo por horas de carpintería (\$)	Costo por horas de obra civil (\$)	Costo de material de construcción (\$)	Costo de construcción por caseta (\$)	Utilidad por caseta construida (\$)
Artesanal	$20 \cdot 5000 = 100.000$	$100 \cdot 10.000 = 1000000$	20.000.000	21.100.000	$60.000.000 - 21.100.000 = 38.900.000$
Rancho	$25 \cdot 5000 = 125.000$	$80 \cdot 10.000 = 800000$	20.000.000	20.925.000	$50.000.000 - 20.925.000 = 29.075.000$
Casona	$30 \cdot 5000 = 150.000$	$120 \cdot 10.000 = 1200000$	20.000.000	21.350.000	$70.000.000 - 21.350.000 = 48.650.000$

Demanda contratada 100 casetas

Disponibilidad horas carpintería: 3000

Disponibilidad horas obra civil: 8000

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de casetas a tipo artesanal a construir

$X_2$  = Cantidad de casetas a tipo rancho a construir

$X_3$  = Cantidad de casetas a tipo casona a construir

Maximizar  $Z = 38.900.000X_1 + 29.075.000X_2 + 48.650.000X_3$

Sujeto a:

$20 X_1 + 25 X_2 + 30 X_3 \leq 3000$  Horas máximas de carpintería (C1)

$100X_1 + 80 X_2 + 120X_3 \leq 8000$  Horas máximas de obra civil (C2)

$X_1 + X_2 + X_3 \geq 100$  Cantidad mínima de casetas (C3)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>38900000</b>	<b>29075000</b>	<b>48650000</b>		
<b>C1</b>	<b>20</b>	<b>25</b>	<b>30</b>	<b>&lt;=</b>	<b>3000</b>
<b>C2</b>	<b>100</b>	<b>80</b>	<b>120</b>	<b>&lt;=</b>	<b>8000</b>
<b>C3</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>100</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de comportamiento combinado:

12:07:08		Wednesday	July	18	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	0	38,900,000.00	0	0	basic	38,862,500.00	M
2	X2	100.00	29,075,000.00	2,907,500,032.00	0	basic	-M	29,150,000.00
3	X3	0	48,650,000.00	0	-75,000.00	at bound	-M	48,725,000.00
Objective	Function	(Max.) =	2,907,500,032.00					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	2,500.00	<=	3,000.00	500.00	0	2,500.00	M
2	C2	8,000.00	<=	8,000.00	0	491,250.00	8,000.00	10,000.00
3	C3	100.00	>=	100.00	0	-10,225,000.00	80.00	100.00

La recomendación para el contratista de acuerdo a la solución óptima arrojada por WIN QSB, es construir 100 casetas tipo rancho para recibir utilidades por un valor de \$2.907.500.032 totales por el trabajo contratado. Para el contratista no se deberían construir casetas tipo artesanal puesto que no le proporcionan utilidades al negocio, ahora bien, las casetas tipo casona además de no proporcionar utilidades al negocio contratado arrojarían por cada unidad construida una pérdida de \$75.000. Con respecto al total de horas de carpintería máximas se dejarían de utilizar 500 horas, pero a las horas disponibles de obra civil se utilizarían en su totalidad, al igual que el número mínimo de casetas que deberían construir.

#### 4.30. Problema resuelto 30

Un empresario pretende fabricar dos tipos de autos denominados A y B. Cada uno de ellos debe pasar por tres operaciones antes de su comercialización: Ensamblaje, pintura y control de calidad. Los autos requieren, respectivamente, 2,5 y 3 horas de ensamblaje, 3 y 6 Kg. de esmalte para su pintura y 14 y 10 horas de control de calidad. Los costos totales de fabricación por unidad son, respectivamente, 30 y 28, y los precios de venta 52 y 48, todos ellos en miles de dolares. El empresario dispone semanalmente de máximo, 4500 horas para

ensamblaje, de máximo 8400 Kg. de esmalte y 20000 horas máximo, para control de calidad. Los estudios de mercado muestran que la demanda semanal de autos no supera las 1700 unidades y que, en particular, la de tipo A es de, al menos 600 unidades.

Planteamiento de la información:

	Ensamblaje H	Pintura KG	Calidad H	Costo Miles (\$/Und)	Precio de venta Miles (\$/Und)
Auto tipo A	2.5	3	14	30	52
Auto tipo B	3	6	10	28	48
TOTAL	4500	8400	20000		

- Formulación del modelo

$X_A$ = Cantidad de autos tipo A producir

$X_B$ = Cantidad de autos tipo B producir

Maximizar  $Z=52 X_A + 48 X_B - 30 X_A-28 X_B$

Sujeto a:

$$2.5X_A+3X_B \leq 4500 \quad \text{Disponibilidad de horas de ensamble (DHE)}$$

$$3X_A+6X_B \leq 8400 \quad \text{Kg.disponibles de pintura (DP)}$$

$$14X_A+10X_B \leq 20000 \quad \text{Horas disponibles para el C. de C. (HDCC)}$$

$$X_A+X_B \leq 1700 \quad \text{Demanda máxima de autos semanales (DMAS)}$$

$$X_A \geq 600 \quad \text{Demanda mínima Sem. del auto tipo A(DSAA)}$$

$$X_A, X_B \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	A	B	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>52-30</b>	<b>48-28</b>		
<b>DHE</b>	<b>2.5</b>	<b>3</b>	<b>&lt;=</b>	<b>4500</b>
<b>DP</b>	<b>3</b>	<b>6</b>	<b>&lt;=</b>	<b>8400</b>
<b>HDCC</b>	<b>14</b>	<b>10</b>	<b>&lt;=</b>	<b>20000</b>
<b>DMAS</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>1700</b>
<b>DSAA</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>&gt;=</b>	<b>600</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de comportamiento combinado:

16:16:11		Wednesday	November	28	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	A	882.3530	52.0000	45,882.3600	0	basic	40.0000	67.2000
2	B	764.7059	48.0000	36,705.8800	0	basic	37.1429	62.4000
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>82,588.2300</b>				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	DHE	4,500.0000	<=	4,500.0000	0	8.9412	3,571.4290	4,725.0000
2	DP	7,235.2940	<=	8,400.0000	1,164.7060	0	7,235.2940	M
3	HDCC	20,000.0000	<=	20,000.0000	0	2.1176	18,400.0000	21,800.0000
4	DMAS	1,647.0590	<=	1,700.0000	52.9412	0	1,647.0590	M
5	DSAA	882.3530	>=	600.0000	282.3529	0	-M	882.3529

La solución óptima del ejercicio nos arroja que para maximizar las ganancias el empresario debe fabricar 882 unidades del auto tipo A y 765 unidades del auto tipo B obteniendo unas ganancias de 82.588 millones de dolares y empleando 4,500 horas de ensamble, 7,235 kg de pintura, dejando de utilizar 1.165 Kg; Utilizando a su vez 20,000 horas en control de calidad, Produciendo 1.647 autos, de los cuales 882 fueron autos tipo A.

### 4.31. Problema resuelto 31

En la empresa fabricante de chocolates se preparan tres nuevas líneas de producto con diferentes surtidos. Para el surtido A se acepta un precio de 450 u.m. (unidades monetarias) y tiene en su contenido 150 gramos de maní, 100 gramos de arequipe y 80 gramos de almendras. El surtido B se vende a un precio de 560 u.m. y contiene 200 gramos de maní, 100 gramos de arequipe y 100 gramos de almendras. Por último, el surtido C se vende a un precio de 520 u.m. y contiene 180 gramos de maní, 150 gramos de arequipe y 70 gramos de almendras. Un empleado de la fábrica calcula que solo se puede disponer de un total de 290 kilogramos de maní, 210 kilogramos de arequipe y 130 kilogramos de almendras. La empresa sólo puede producir 1400 chocolates de los surtidos por lo que el jefe de la empresa de chocolates pide determinar cuántos surtidos de cada línea del producto convendría fabricar para que el beneficio sea máximo.

Planteamiento de la información:

Líneas de producto	Contenido de maní (gr)	Contenido de arequipe (gr)	Contenido de almendras (gr)	Ganancias por surtido
Surtido A	150	100	80	450 u.m.
Surtido B	200	100	100	560 u.m.
Surtido C	180	150	70	520 u.m.
Disponible (gr)	290000	210000	130000	
Cantidad de surtidos que se pueden producir: 1400				

- Formulación del modelo:

$X_A$  = Número de surtidos del tipo A

$X_B$  = Número de surtidos del tipo B

$X_C$  = Número de surtidos del tipo C

Maximizar  $Z = 450 X_A + 560 X_B + 520 X_C$

Sujeto a:

$150 X_A + 200 X_B + 180 X_C \leq 290000$  Cap. Máx. cont.maní en los chocolates

$100 X_A + 100 X_B + 150 X_C \leq 210000$  Cap. Máx. cont. de arequipe en los choc.

$80 X_A + 100 X_B + 70 X_C \leq 130000$  Cap. Máx. cont. de almendras en los cho.

$X_A + X_B + X_C \leq 1400$  Cant. Máxima de producción de surtidos

$$X_A, X_B, X_C \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	Xa	Xb	Xc	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>450</b>	<b>560</b>	<b>520</b>		
<b>Cap.Max.Mani</b>	<b>150</b>	<b>200</b>	<b>180</b>	<b>&lt;=</b>	<b>290000</b>
<b>Cap.Max.Arequipe</b>	<b>100</b>	<b>100</b>	<b>150</b>	<b>&lt;=</b>	<b>210000</b>
<b>Cap.Max.Almendras</b>	<b>80</b>	<b>100</b>	<b>70</b>	<b>&lt;=</b>	<b>130000</b>
<b>Cant.Max.Prod</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>1400</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

17:09:46		Wednesday	November	28	2018		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 Xa	0	450,0000	0	-83,3333	at bound	-M	533,3333
2 Xb	1.066,6670	560,0000	597.333,3000	0	basic	520,0000	742,8572
3 Xc	333,3333	520,0000	173.333,3000	0	basic	395,0000	560,0000
Objective	Function	(Max.) =	770.666,6000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 Cap.Max.Mani	273.333,3000	<=	290.000,0000	16.666,6700	0	273.333,3000	M
2 Cap.Max.Arequipe	156.666,7000	<=	210.000,0000	53.333,3300	0	156.666,7000	M
3 Cap.Max.Almendras	130.000,0000	<=	130.000,0000	0	1,3333	98.000,0000	140.000,0000
4 Cant.Max.Prod	1.400,0000	<=	1.400,0000	0	426,6667	1.300,0000	1.525,0000

La empresa debería producir 1.067 chocolates del surtido tipo B y 334 chocolates del surtido tipo C y no producir nada del surtido tipo A, puesto que se entraría en una pérdida de 84 u.m. de pérdida por unidad fabricada. De la cantidad de maní disponible para la

producción se dejarían de utilizar 16.667 gramos de los 290.000 gramos disponibles, en cuanto a la disponibilidad de arequipe se dejarían de utilizar 53.334 gramos y el total de 130.000 gramos de almendra se utilizarían totalmente en la producción de los surtidos y finalmente la cantidad máxima de surtidos de chocolate se realizaría en su totalidad 1.400 unidades.

#### 4.32. Problema resuelto 32

Una pastelería produce tres tipos de postres, para ello cuenta con unas reservas de 2000gr de harina, 1000 gr de azúcar y 500gr de mantequilla. El gerente desea determinar la cantidad de cada postre que debe producirse para maximizar sus ganancias teniendo en cuenta que para la preparación del postre tipo 1 son necesarios 20gr de harina, 10 gr de azúcar y 10 gr de mantequilla. Para el postre tipo 2 son necesarios 30gr de harina, 15 gr de azúcar y 12 gr de mantequilla. Para el postre tipo 3 son necesarios 50 gr de harina, 30 gr de azúcar y 25 gr de mantequilla. El beneficio obtenido por cada postre es de \$2500, \$3000 y \$3500 respectivamente.

Planteamiento de la información:

Postre	Harina(gr)	Azúcar (gr)	Mantequilla(gr)	Beneficio(\$/Postre)
1	20	10	10	2500
2	30	15	12	3000
3	50	30	25	3500
Cantidad máx. disponible	2000	1000	500	

- Formulación del modelo

$X_1$ = Cantidad de postres tipo 1 a fabricar

$X_2$ = Cantidad de postres tipo 2 a fabricar

$X_3$ = Cantidad de postres tipo 3 a fabricar

$$\text{Maximizar } Z = 2500X_1 + 3000X_2 + 3500X_3$$

Sujeto a:

$$20X_1 + 30X_2 + 50X_3 \leq 2000 \text{ Máx. Cantidad de harina}$$

$$10X_1 + 15X_2 + 30X_3 \leq 1000 \text{ Máx. Cantidad de azúcar}$$

$$10X_1 + 12X_2 + 25X_3 \leq 500 \text{ Máx. Cantidad de azúcar}$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

- Resolviendo por WIN QSB,

Variable ->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	2500	3000	3500		
CANT. MAX. HARINA	20	30	50	<=	2000
CANT. MAX. AZUCAR	10	15	30	<=	1000
CANT. MAX. MANTE	10	12	25	<=	500
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	16:39:31		Sunday	November	25	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	2.500,0000	0	0	at bound	-M	2.500,0000
2	X2	41,6667	3.000,0000	125.000,0000	0	basic	3.000,0000	M
3	X3	0	3.500,0000	0	-2.750,0000	at bound	-M	6.250,0000
	Objective	Function	(Max.) =	125.000,0000	(Note:	Alternate Solution		Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CANT. MAX. HARINA	1.250,0000	<=	2.000,0000	750,0000	0	1.250,0000	M
2	CANT. MAX. AZUCAR	625,0000	<=	1.000,0000	375,0000	0	625,0000	M
3	CANT. MAX. MANTE	500,0000	<=	500,0000	0	250,0000	0	800,0000

La pastelería debe solo fabricar 42 unidades del postre tipo 2 y así obtener \$125.000 de ganancias, puesto que fabricar el postre 1 no arrojaría utilidades y el postre 3 arrojaría una pérdida por unidad fabricada de \$2.750. Para esto solo se usarán 1250 gr de harina, 625gr de azúcar y 500gr de mantequilla. Es decir, que solo se usó la totalidad de mantequilla disponible y quedarían sin utilizar 750 gr de harina y 375gr de azúcar.

#### 4.33. Problema resuelto 33

Una tienda ofrece tres tipos de bebida con sabores distintos como cola, naranja y la propia producida por ellos, piña, que además es la más económica. El beneficio generado por las bebidas de cola y naranja es de \$5 dólares por lata, mientras que la bebida de piña las sobrepasa con un beneficio de \$7 dólares por lata. En promedio la tienda no vende más de 500 latas de bebidas al día. Aun cuando las bebidas más conocidas son las de cola y naranja, los clientes tienden a comprar más las latas de bebida de piña, sin embargo, diariamente se venden como mínimo 100 latas de latas de cola. ¿Cuántas latas de cada sabor debe tener la tienda diariamente para su venta y así aumentar sus beneficios?

Bebidas	Beneficios (dólares/lata)	Latas a vender
Cola	5	Mínimo 100
Naranja	5	
Piña	7	

- Planteamiento de la información:

Máximo número de bebidas vendidas por día= 500

Latas de cola + latas de naranja  $\leq$  latas de piña

Formulación del modelo

$X_1$  = Latas de bebida cola que debe tener la tienda diariamente.

$X_2$  = Latas de bebida naranja que debe tener la tienda diariamente.

$X_3$  = Latas de bebida piña que debe tener la tienda diariamente.

Maximizar  $Z = 5X_1 + 5X_2 + 7X_3$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 500$  (C1) cantidad máxima de latas a la venta por día.

$X_1 + X_2 \leq X_3$  (C2) cant. Máx. de latas de cola y naranja a la venta/día.

$X_1 \geq 100$  (C3) cantidad mínima de latas de cola a la venta/día.

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	5	5	7		
CANT.MAX.LATASVENDIDAS	1	1	1	<=	500
CANT.MAX.VENDIDAS.X1.X2	1	1	-1	<=	0
CANT.MIN.VENTAS.X1	1	0	0	>=	100
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	tinuous	tinuous	ontinuous		

Tabla de reporte combinado:

14:56:42		Sunday	November	25	2018		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 X1	100,0000	5,0000	500,0000	0	basic	-M	7,0000
2 X2	0	5,0000	0	-2,0000	at bound	-M	7,0000
3 X3	400,0000	7,0000	2.800,0000	0	basic	5,0000	M
Objective	Function	(Max.) =	3.300,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 CANT.MAX.LATASVENDIDAS	500,0000	<=	500,0000	0	7,0000	200,0000	M
2 CANT.MAX.VENDIDAS.X1.X2	-300,0000	<=	0	300,0000	0	-300,0000	M
3 CANT.MIN.VENTAS.X1	100,0000	>=	100,0000	0	-2,0000	0	250,0000

De acuerdo a la solución óptima presentada por winqsb la tienda deberá tener en existencia 100 latas de bebida de cola y 400 de bebida de piña diariamente para la venta para que así puedan generar un beneficio de 3.300 dólares. Por otro lado, se le recomienda no tener a la venta la bebida de naranja puesto que por cada lata vendida tendrán una pérdida de 2 dólares. Se podrá vender el tope máximo de latas por día en su totalidad, de igual manera el número mínimo de latas de cola. Y se obtendrá un exceso de 300 latas entre las bebidas de cola y naranja.

#### **4.34. Problema resuelto 34**

La empresa “perfumería del oriente” fabrica tres tipos de fragancias (tipo A, tipo B, tipo C) en sus instalaciones y los envasan en galones para posteriormente venderlos. En la empresa trabajan 40 obreros durante 8 horas diarias para llevar a cabo estos procesos. Para la fabricación de un galón de la fragancia tipo A se necesitan 4 horas al día, para un galón de la fragancia tipo B se requieren 2,5 horas, y para un galón de la fragancia tipo C se necesitan de 1,5 horas para su elaboración. Por presupuesto la empresa se encuentra utilizando maquinas que le limitan la producción diaria de estas fragancias a máximo 150 galones entre las 3 fragancias. Los trabajadores deben cumplir con una demanda máxima de 90 galones de la fragancia tipo C al día. Se desea saber cuál sería la manera de maximizar las ganancias de la empresa si se conoce que la fragancia tipo A deja ganancias por 50000 pesos el galón, la fragancia tipo B tiene ganancias por 40000 pesos el galón, y la fragancia tipo C deja utilidades por 35000 pesos el galón.

Planteamiento de la información:

FRAGANCIAS	HORAS DE PRODUCCION/GALÓN	DEMANDA MAXIMA	GANANCIAS/GALÓN
TIPO A	4 HORAS		\$50.000
TIPO B	2.5 HORAS		\$40.000
TIPO C	1.5 HORAS	90 Gal.	\$35.000

Disponibilidad en horas diaria= 320

Producción máxima al día= 150 gal.

- Formulación del modelo

$X_1$ = Cantidad de galones a producir de la fragancia tipo a

$X_2$ = Cantidad de galones a producir de la fragancia tipo b

$X_3$ = Cantidad de galones a producir de la fragancia tipo c

Maximizar  $Z = 50000X_1 + 40000X_2 + 35000X_3$

Sujeto a:

$4X_1 + 2.5X_2 + 1.5X_3 \leq 320$  Horas máximas totales al día para producir gal. (C1)

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 150$  Capacidad máxima de producción de gal. al día (C2)

$X_3 \leq 90$  Máxima producción de fragancias tipo C al día (C3)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo por WIN QSB,

Variable -->	TIPO A	TIPO B	TIPO C	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>50000</b>	<b>40000</b>	<b>35000</b>		
<b>MAX.HORAS</b>	<b>4</b>	<b>2.5</b>	<b>1.5</b>	<b>&lt;=</b>	<b>320</b>
<b>MAX.PRODU</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>150</b>
<b>MAX.PROD.1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>90</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

22:29:58		Wednesday		November		28		2018	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	TIPO A	23,3333	50.000,0000	1.166.667,0000	0	basic	47.500,0000	64.000,0000	
2	TIPO B	36,6667	40.000,0000	1.466.667,0000	0	basic	31.250,0000	41.000,0000	
3	TIPO C	90,0000	35.000,0000	3.150.000,0000	0	basic	33.333,3300	M	
Objective		Function	(Max.) =	5.783.334,0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	MAX.HORAS.DIA	320,0000	<=	320,0000	0	6.666,6670	285,0000	375,0000	
2	MAX.PRODU.DIA	150,0000	<=	150,0000	0	23.333,3300	136,2500	164,0000	
3	MAX.PROD.TIPO C	90,0000	<=	90,0000	0	1.666,6670	55,0000	112,0000	

La empresa de fragancias debería producir al día 23.33 galones del tipo A, producir 36.66 de galones del tipo B y producir 90 galones del tipo C para poder obtener una máxima ganancia de \$5 783.334. La perfumería deberá usar todo los 150 galones de producción que dispone al día y todas las horas que sus trabajadores aportan a la fabricación de las fragancias; Así como alcanzara el tope máximo de producción de la fragancia tipo C.

#### 4.35. Problema resuelto 35

Una editorial ubicada en Cúcuta debe encargarse de la elaboración y publicación de tres tipos de libros de tres autores distintos, para ello se hizo un estudio de mercado y se supo que deben imprimirse al menos 500 ejemplares del libro tipo 1 y máximo 2000 ejemplares de los libros tipo 2 y 3. Para esto cuenta con un presupuesto de \$280.000.000. La editorial planea vender el libro tipo 1 en \$60.000, el libro tipo 2 en \$45.000 y el libro tipo 3 en \$30.000. Formule y resuelva un modelo de programación lineal que le permita a la editorial maximizar sus ganancias, teniendo en cuenta que el costo de producción del libro tipo 1 es de \$35.000, del libro tipo 2 \$25.000, y del libro tipo 2 \$12.000.

Planteamiento de la información

Tipo de libro	Costo de producción (COP/Libro)	Precio de venta(COP/Libro)	Utilidad (COP/Libro)	Demanda (Libros)
1	35.000	60.000	25.000	$\geq 500$
2	25.000	45.000	20.000	$\leq 2000$
3	12.000	30.000	18.000	$\leq 2000$

Presupuesto a invertir=\$ 280.000.000

- Formulación del modelo

$X_1$ = Cantidad de libros tipo 1 a imprimir y publicar

$X_2$ = Cantidad de libros tipo 2 a imprimir y publicar

$X_3$ = Cantidad de libros tipo 3 a imprimir y publicar

Maximizar  $Z = 25.000X_1 + 20.000X_2 + 18.000X_3$

Sujeto a:

$35.000X_1 + 25.000X_2 + 12.000X_3 \leq 280.000.000$  Presupuesto máximo

$X_1 \geq 500$  Demanda mínima libro tipo 1

$X_2 \leq 2000$  Demanda máxima libro tipo 2

$X_3 \leq 2000$  Demanda máxima libro tipo 3

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

- Resolviendo por WinQSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>25000</b>	<b>20000</b>	<b>18000</b>		
<b>Presu. Max</b>	<b>35000</b>	<b>25000</b>	<b>12000</b>	<b>&lt;=</b>	<b>280000000</b>
<b>Dem. Min. Libro 1</b>	<b>1</b>			<b>&gt;=</b>	<b>500</b>
<b>Dem. Max. Libro 2</b>		<b>1</b>		<b>&lt;=</b>	<b>2000</b>
<b>Dem. Max. Libro 3</b>			<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>2000</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>Variable Type</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

11:16:49		Sunday	November	25	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	5.885,7140	25.000,0000	147.142.900,0000	0	basic	0	28.000,0000
2	X2	2.000,0000	20.000,0000	40.000.000,0000	0	basic	17.857,1400	M
3	X3	2.000,0000	18.000,0000	36.000.000,0000	0	basic	8.571,4290	M
	Objective	Function	(Max.) =	223.142.900,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	Presu.Max	280.000.000,0000	<=	280.000.000,0000	0	0,7143	91.500.000,0000	M
2	Dem.Min.Libro 1	5.885,7140	>=	500,0000	5.385,7140	0	-M	5.885,7140
3	Dem.Max.Libro 2	2.000,0000	<=	2.000,0000	0	2.142,8570	0	9.540,0000
4	Dem.Max.Libro 3	2.000,0000	<=	2.000,0000	0	9.428,5710	0	17.708,3300

La editorial debe imprimir y publicar 5.886 libros tipo 1, 2000 libros tipo 2 y 2000 libros tipo 3 para obtener ganancias de \$223.142.900, la editorial deberá invertir todo el presupuesto. Para la demanda mínima del libro tipo 1 habría un exceso de producción de 5386 libros, mientras que las demandas de los libros tipo 2 y tipo 3 se cumplirían en su totalidad.

#### 4.36. Problema resuelto 36

Un restaurante de comidas rápidas muy reconocido, debido a que se especializa por preparar las mejores hamburguesas de la ciudad de Cúcuta, aseguran haber creado las más exquisitas hamburguesas gracias a unos nuevos ingredientes traídos desde Turquía y pretende agregar tres nuevas hamburguesas a su menú. Para la hamburguesa “Moussaka” asegura tener en su contenido una porción de Shish Kebab y dos de Adana kebab, para la hamburguesa “Bulgur” dos porciones de Shish Kebab y una de Adana kebab y por último para la hamburguesa “Dürüm” especifica que contiene dos porciones de Shish Kebab y dos de Adana Kebab. Las ganancias obtenidas en la venta de las hamburguesas son de 2500

u.m.(unidades monetarias) para la “Moussaka”, 3000 u.m. para las “Bulgur” y 3500 u.m. para las “Dürüm”.Sabiendo que sólo dispone de 180 porciones de Shish Kebab y de 240 Adana kebab se pide determinar cuántas Hamburguesas de cada tipo deben elaborarse para obtener un beneficio máximo si la cantidad de hamburguesas no puede ser superior a 1000. Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

Tipo de hamburguesa	Shish Kebab (porción)	Adana kebab (porción)	Ganancias
Moussaka (M)	1	2	2500 u.m.
Bulgur (B)	2	1	3000 u.m.
Dürüm (D)	2	2	3500 u.m.
Disponibles	180	240	
Cantidad de hamburguesas que se pueden preparar: 1000/día			

- Formulación del modelo

**XM** = Número de hamburguesas Moussaka a preparar

**XB** = Número de hamburguesas Bulgur a preparar

**XD** = Número de hamburguesas Dürüm a preparar

**Maximizar Z** = 2500 XM + 3000 XB + 3500 XD

**Sujeto a:**

$XM + 2XB + 2XD \leq 180$  Cap. máxima de contenido de Shish Kebab en las ham.

$2XM + XB + 2XD \leq 240$  Cap. máxima de contenido de Adana kebab en las ham.

$XM + XB + XD \leq 1000$  Cap. máxima de producción de hamburguesas

$XM, XB, XD \geq 0$

- Resolviendo con WinQSB,

Variable -->	XM	XB	XD	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>2500</b>	<b>3000</b>	<b>3500</b>		
<b>CAP.MAX.SH</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>180</b>
<b>CAP.MAX.AD</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>240</b>
<b>CAP.MAX.PR</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>1000</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

19:05:08		Wednesday		November		28		2018	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	XM	100,0000	2.500,0000	250.000,0000	0	basic	2.250,0000	6.000,0000	
2	XB	40,0000	3.000,0000	120.000,0000	0	basic	2.750,0000	5.000,0000	
3	XD	0	3.500,0000	0	-166,6667	at bound	-M	3.666,6670	
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>370.000,0000</b>					
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	CAP.MAX.SHISH KEBAB	180,0000	<=	180,0000	0	1.166,6670	120,0000	480,0000	
2	CAP.MAX.ADANA KEBAB	240,0000	<=	240,0000	0	666,6667	90,0000	360,0000	
3	CAP.MAX.PROD	140,0000	<=	1.000,0000	860,0000	0	140,0000	M	

De acuerdo a la solución óptima presentada por winqsb la empresa de comidas rápidas deberá preparar 100 hamburguesas producidas tipo “Moussaka” en el día y 40 hamburguesas producidas tipo “Bulgur”. Las hamburguesas tipo “Dürüm” no se deberán preparar para la venta puesto que cada unidad preparada y vendidas arroja pérdidas por 166 u.m. por unidad. Con estas unidades producidas diariamente se tendría una utilidad de 370.000 um por día de operación. La disponibilidad del ingrediente Shish Kebab se utilizaría en su totalidad, al igual que la disponibilidad del ingrediente Adana Kebab. En cuanto a la capacidad de producción de la empresa se estaría dejando de producir 860 hamburguesas diarias, disponibilidad que se podría utilizar para otro tipo de producto.

#### 4.37. Problema resuelto 37

El propietario de un negocio llamado “Los ramones: productos para el hogar” donde se venden productos tecnológicos para los hogares colombianos, se plantea la posibilidad de hacer una inversión en ciertos artículos, para esto dispone de \$25.000.000. En el local se emplea el método de comprar los artículos al mayor con un precio accesible y venderlos a un precio más elevado, durante el último trimestre se hizo un análisis de los productos que poseen una mayor demanda por las personas que frecuentan el local. Como resultado se determinó que los productos que más demandamínima diaria tuvieron durante el trimestre fueron 5 televisores Smart, 6 teatros en casa y 3 equipos de sonido. En la siguiente tabla se observa el precio de compra y venta junto con la utilidad que se genera.

Artículos	Precio de compra	Precio de venta	Utilidad
Televisor Smart	\$2.000.000	\$2.800.000	\$800.000
Teatros en casa	\$450.000	\$530.000	\$80.000
Equipos de sonido	\$500.000	\$600.000	\$100.000

Realizar un modelo de programación lineal para que el propietario tome una decisión sobre qué productos invertir, si se desea aumentar las ganancias manteniendo como mínimo la cantidad de productos vendidos en los tres meses anteriores.

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de televisores a comprar en el día.

$X_2$  = Cantidad de teatros en casa a comprar en el día.

$X_3$  = Cantidad de equipos de sonido a compraren el día.

Maximizar  $Z = 800.000X_1 + 80.000X_2 + 100.000X_3$

Sujeto a:

$2.000.000X_1 + 450.000X_2 + 500.000X_3 \leq 25.000.000$  Dinero disponible

$X_1 \geq 5$  Demanda mínima de televisores Smart

$X_2 \geq 6$  Demanda mínima de teatros en casa

$X_3 \geq 3$  Demanda mínima de equipos de sonido

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	TV SMART	TEATRO	EQUIPO	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>800000</b>	<b>80000</b>	<b>100000</b>		
<b>DINERO</b>	<b>2000000</b>	<b>450000</b>	<b>500000</b>	<b>&lt;=</b>	<b>25000000</b>
<b>DDA MIN TV</b>	<b>1</b>			<b>&gt;=</b>	<b>5</b>
<b>DDA MIN</b>		<b>1</b>		<b>&gt;=</b>	<b>6</b>
<b>DDA MIN</b>			<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>3</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

22:42:07		Sunday	November	25	2018		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 TV SMART	10,4000	800.000,0000	8.320.000,0000	0	basic	400.000,0000	M
2 TEATRO CASA	6,0000	80.000,0000	480.000,0000	0	basic	-M	180.000,0000
3 EQUIPO SONIDO	3,0000	100.000,0000	300.000,0000	0	basic	-M	200.000,0000
Objective	Function	(Max.) =	9.100.000,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 DINERO INVERTIR	25.000.000,0000	<=	25.000.000,0000	0	0,4000	-M	M
2 DDA MIN TV	10,4000	>=	5,0000	5,4000	0	-M	10,4000
3 DDA MIN TEATRO	6,0000	>=	6,0000	0	-100.000,0000	0	30,0000
4 DDA MIN EQUIPO	3,0000	>=	3,0000	0	-100.000,0000	0	24,6000

La solución óptima recomienda que el propietario del negocio debe comprar 10 Televisores Smart, 6 teatros en casa y 3 equipos de sonido a diario durante el trimestre para obtener utilidades de \$9.100.000. Se puede observar que se deberá invertir el total del dinero disponible, así como la demanda teatros en casa y equipos de sonido se cumpliría en

su totalidad. Ahora bien también se observa que la demanda de televisores presentaría un exceso de 5 televisores diarios en la compra de estos en el día.

#### 4.38. Problema resuelto 38

Una empresa lechera llamada señora leche, no puede recibir más de 150.000 litros de leche diarios debido a las limitaciones que se establecen por el congestionamiento de recepción. Basado en las políticas impuestas por la administración, se requiere un uso mínimo de 20.000 litros de leche diario para la fabricación de queso y el resto para ser empleado en leche embotellada y manteca según lo permita el equipo utilizado. El beneficio de un litro de leche según como se emplee es el siguiente:

LECHE	\$ 1500
QUESO	\$ 4500
MANTECA	\$ 500

El equipo para fabricar manteca puede procesar hasta 70.000 litros de leche por día y el de embotellar leche hasta 30.000 litros de leche por día. El administrador desea plantear un modelo de programación lineal el cual maximice las ganancias de la lechera.

- Formulación del modelo

$X_1$  = litros de leche para elaborar manteca

$X_2$  = litros de leche para embotellar

$X_3$  = litros de leche para producir queso

Maximizar  $Z = 500X_1 + 1500X_2 + 4500X_3$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 150.000$  Litros máximos en recepción de leche por día (C1)

$X_1 \leq 70.000$  Pn. máxima manteca por día (C2)

$X_2 \leq 30.000$  Pn. máxima de leche para embotellar por día (C3)

$X_3 \geq 20.000$  Pn. mínima de queso por día (C4)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo por WinQSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>500</b>	<b>1500</b>	<b>4500</b>		
<b>C1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>150000</b>
<b>C2</b>	<b>1</b>			<b>&lt;=</b>	<b>70000</b>
<b>C3</b>		<b>1</b>		<b>&lt;=</b>	<b>30000</b>
<b>C4</b>			<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>20000</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

18:30:10		Tuesday	November	27	2018			
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X1	0	500,0000	0	-4.000,0000	at bound	-M	4.500,0000
2	X2	0	1.500,0000	0	-3.000,0000	at bound	-M	4.500,0000
3	X3	150.000,0000	4.500,0000	675.000.000,0000	0	basic	1.500,0000	M
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>675.000.000,0000</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	C1	150.000,0000	<=	150.000,0000	0	4.500,0000	20.000,0000	M
2	C2	0	<=	70.000,0000	70.000,0000	0	0	M
3	C3	0	<=	30.000,0000	30.000,0000	0	0	M
4	C4	150.000,0000	>=	20.000,0000	130.000,0000	0	-M	150.000,0000

La solución para maximizar las ganancias de este modelo será destinar toda la leche a fabricar queso, puesto que es la operación que más ganancia genera, pero la lechera dejaría de procesar leche para manteca y embotellar la leche porque su producción arrojaría pérdidas de \$4.000 y \$3.000 respectivamente por litro elaborado. La empresa deberá

utilizar la disponibilidad de leche diaria y se obtendrá un exceso de la producción mínima de queso de 130.000 litros diarios.

#### 4.39. Problema resuelto 39

Una zapatería elabora 3 tipos de zapatos (a, b, c) lo cual dispone de 115 m de cuero, 300 m de tela y 270 unidades de materiales sintéticos. Para hacer una docena de los zapatos tipo A necesita 10 m de cuero, 2 m de tela y nada de materiales sintéticos, para hacer una docena de tipo B necesita 12 m de cuero, 2m de tela y 3und de materiales sintéticos, para hacer una docena de tipo C requiere de 1 m de tela, 5 m de cuero y 3 und de materiales sintéticos. El beneficio que obtiene por docena de tipo A es \$ 8000 y por una docena de tipo B es \$6000 y por una docena de tipo C es \$3000. Hallar, utilizando las técnicas de programación lineal, el número de docenas que tiene que hacer de cada clase para que el beneficio sea máximo.

Planteamiento de la información:

ZAPATOS	MATERIALES SINTETICOS (und)	CUERO (mt)	TELA(mt)	BENEFICI. (\$)
a		10	2	8000
b	3	12	2	6000
c	3	5	1	3000
DISPONIBILIDAD	270	115	300	

- Formulación del modelo

$X_a$ = Numero de docenas a fabricar del tipo a

$X_b$ =Numero de docenas a fabricar del tipo b

$X_c$ =Numero de docenas a fabricar del tipo c

Maximizar  $Z = 8000X_a + 6000X_b + 3000X_c$

Sujeto a:

$$10X_a + 12X_b + 5X_c \leq 115 \text{ Cap. Disponible max. de cuero}$$

$$2X_a + 2X_b + X_c \leq 300 \text{ Cap. Disponible max. de tela}$$

$$3X_b + 3X_c \leq 270 \text{ Cap. Max de Material sintético.}$$

$$X_a, X_b, X_c \geq 0$$

- Resolviendo por WinQSB,

Variable -->	Xa	Xb	Xc	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>8000</b>	<b>6000</b>	<b>3000</b>		
<b>Cap. Max de Cuero</b>	<b>10</b>	<b>12</b>	<b>5</b>	<b>&lt;=</b>	<b>115</b>
<b>Cap. Max de Tela</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>300</b>
<b>Cap. Max de materiales</b>	<b>0</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>&lt;=</b>	<b>270</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	12:49:35		Friday	November	23	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Xa	11,50	8.000,00	92.000,00	0	basic	6.000,00	M
2	Xb	0	6.000,00	0	-3.600,00	at bound	-M	9.600,00
3	Xc	0	3.000,00	0	-1.000,00	at bound	-M	4.000,00
	Objective	Function	(Max.) =	92.000,00				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Cap. Max de cuero	115,00	<=	115,00	0	800,00	0	1.500,00
2	Cap. Max de Tela	23,00	<=	300,00	277,00	0	23,00	M
3	Cap. Max de Materiales sinteticos	0	<=	270,00	270,00	0	0	M

Los propietarios de la zapatería tendría que producir 11.50 docenas de zapato tipo A, y no producir nada de zapatos B y C, puesto que la fabricación de una docena de estos tipo de calzado arrojarían pérdida por \$3.600 y \$ 1.000 respectivamente por docena fabricada. De esta forma el beneficio sería de \$92,000. Ahora bien, el total de la disponibilidad de cuero

se utilizaría en la totalidad, mientras que la disponibilidad en metros de tela se dejarían de utilizar 277 metros y el total de material sintético disponible se dejaría de utilizar. Se tendría que usar toda la capacidad de cuero disponible, solo se usó 23 m de tela de los 300 m, por ende, queda disponible 277 m de tela y de materiales sintéticos no se utilizó nada por ende quedan intactos los 270 m.

#### 4.40. Problema resuelto 40

La empresa El Águila opera un avión el cual es designado a transportar carga entre los aeropuertos de Cúcuta, Bucaramanga y Cartagena. Debido a los elevados costos de operación, el avión no puede salir hasta que todas sus bodegas hayan sido cargadas. Dicho avión cuenta con tres bodegas; inferior, intermedia y superior. Debido a las limitaciones de espacio que existen, el avión no puede llevar más de 110 toneladas de carga en cada viaje; la bodega inferior cuenta con espacio para máximo 50 toneladas de carga, la bodega intermedia puede transportar máximo 30 toneladas y la bodega superior debe llevar al menos 13 toneladas. Sin embargo, no se deben llevar más de 70 toneladas de carga entre las bodegas intermedia y superior. Las utilidades que se obtienen por el transporte son de \$9.000 por tonelada de carga en la bodega inferior, \$12.500 por tonelada de carga en la bodega intermedia y \$14.000 por tonelada de carga en la bodega superior. Formule un modelo de programación lineal que permita determinar la forma en la que se debe cargar el avión para maximizar las utilidades de la empresa. Planteamiento de la información:

Bodegas	Toneladas a cargar	Utilidades (\$/ton)
Superior	Mínimo 13	14.000
Intermedia	Máximo 30	12.500
Inferior	Máximo 50	9.000
Capacidad de avión	Máximo 110	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Toneladas de carga a transportar en la bodega inferior del avión.

$X_2$  = Toneladas de carga a transportar en la bodega intermedia del avión.

$X_3$  = Toneladas de carga a transportar en la bodega superior del avión

Maximizar  $Z = 9000 X_1 + 12500 X_2 + 14000 X_3$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 110$  Capacidad máxima de carga del avión. (C1)

$X_1 \leq 50$  Capacidad máxima de carga de la bodega inferior. (C2)

$X_2 \leq 30$  Capacidad máxima de carga de la bodega intermedia. (C3)

$X_3 \geq 13$  Capacidad mínima de carga de la bodega superior. (C4)

$X_2 + X_3 \leq 70$  Cap.máxima de carga de las bodegas interm. y sup. (C5)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>9000</b>	<b>12500</b>	<b>14000</b>		
<b>C1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>110</b>
<b>C2</b>	<b>1</b>			<b>&lt;=</b>	<b>50</b>
<b>C3</b>		<b>1</b>		<b>&lt;=</b>	<b>30</b>
<b>C4</b>			<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>13</b>
<b>C5</b>		<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>70</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	11:10:23		Friday	November	23	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	40,0000	9.000,0000	360.000,0000	0	basic	0	14.000,0000
2	X2	0	12.500,0000	0	-1.500,0000	at bound	-M	14.000,0000
3	X3	70,0000	14.000,0000	980.000,0000	0	basic	12.500,0000	M
	Objective	Function	(Max.) =	1.340.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	110,0000	<=	110,0000	0	9.000,0000	70,0000	120,0000
2	C2	40,0000	<=	50,0000	10,0000	0	40,0000	M
3	C3	0	<=	30,0000	30,0000	0	0	M
4	C4	70,0000	>=	13,0000	57,0000	0	-M	70,0000
5	C5	70,0000	<=	70,0000	0	5.000,0000	60,0000	110,0000

La compañía El Águiladebería cargar el avión con 40 toneladas en la bodega inferior, 70 toneladas en la bodega superior y ninguna tonelada en la bodega intermedia, para así lograr obtener una utilidad de \$1.340.000. Si la empresa desea cargar la bodega intermedia perdería \$1.500 por tonelada cargada. La empresa cargará solo 40 de las 50 toneladas que se pueden almacenar en la bodega inferior del avión, es decir, se dejarán de cargar 10 toneladas en dicha bodega. Por otro lado, no se cargará nada en la bodega intermedia, de las 70 toneladas que se pueden almacenar en las bodegas intermedia y superior serán todas almacenadas en esta última, donde se cargarán 57 toneladas más de la cantidad mínima que esta debe llevar, que son 13 toneladas. La empresa alcanzará la cantidad máxima de carga que el avión puede transportar, y a su vez la cantidad máxima de carga que las bodegas intermedia y superior pueden llevar.

#### 4.41. Problema resuelto 41

La granja LA MORELIA desea conocer el costo mínimo de la dieta de sus animales con unos requisitos vitamínicos para la buena alimentación diaria para lo cual el veterinario estimó que la dieta debe contener entre 26 y 32 unidades de

vitamina A, por lo menos 25 unidades de vitamina B, debe contener 30 de vitamina C, y un máximo de 14 unidades de vitamina D

la siguiente tabla nos muestra el número de unidades de las diferentes vitaminas por unidad de alimento consumido para 6 alimentos escogidos, denominados alimento ( 1, 2, 3, 4, 5, 6. ) Y muestra así su costo por unidad.

Alimentos	Vitaminas				Costo por unidad (\$/unidad)
	A (und)	B (und)	C (und)	D (und)	
1	1	1	0	1	10
2	1	2	1	0	14
3	0	1	2	0	12
4	3	1	0	1	18
5	2	1	2	0	20
6	1	0	2	1	16

Formule y resuelva un modelo de programación lineal para conocer la cantidad de alimento que debe llevar la dieta de los animales diariamente.

- Formulación del modelo

$X_1$ = cantidad de alimento 1 utilizado para la dieta

$X_2$ =cantidad de alimento 2 utilizado para la dieta

$X_3$ = cantidad de alimento 3 utilizado para la dieta

$X_4$ = cantidad de alimento 4 utilizado para la dieta

$X_5$ =cantidad de alimento 5 utilizado para la dieta

$X_6$ = cantidad de alimento 6 utilizado para la dieta

Minimizar  $Z = 10X_1 + 14 X_2 + 12 X_3 + 18 X_4 + 20 X_5 + 16 X_6$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + 3 X_4 + 2 X_5 + X_6 \leq 32$  Cant. Máx. de vitamina A en los alimentos (C1)

$X_1 + X_2 + 3 X_4 + 2 X_5 + X_6 \geq 32$  Cant.Min. de vitamina A en los alimentos (C2)

$$X_1 + 2X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \geq 25 \quad \text{Cant. M\u00edn. de vitamina B en los alimentos (C3)}$$

$$X_2 + 2X_3 + 2X_5 + 2X_6 = 30 \quad \text{Cant. de vitamina C en los alimentos (C4)}$$

$$X_1 + X_4 + X_6 \leq 14 \quad \text{Cant. M\u00e1x. de vitamina D en los alimentos (C5)}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$$

- Resolviendo con WinQSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Direction	R. H. S.
Minimize	10	14	12	18	20	16		
C1	1	1	0	3	2	1	<=	32
C2	1	1	0	3	2	1	>=	26
C3	1	1	1	1	1	0	>=	25
C4	0	1	2	0	2	2	=	30
C5	1	0	0	1	0	1	<=	14
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

22:04:04		Wednesday		November		28		2018	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	X1	10,0000	10,0000	100,0000	0	basic	4,0000	10,0000	
2	X2	0	14,0000	0	1,0000	at bound	13,0000	M	
3	X3	7,0000	12,0000	84,0000	0	basic	12,0000	16,0000	
4	X4	0	18,0000	0	0	at bound	18,0000	M	
5	X5	8,0000	20,0000	160,0000	0	basic	12,0000	20,0000	
6	X6	0	16,0000	0	6,0000	at bound	10,0000	M	
	Objective	Function	(Min.) =	344,0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)	
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	C1	26,0000	<=	32,0000	6,0000	0	26,0000	M	
2	C2	26,0000	>=	26,0000	0	4,0000	10,0000	32,0000	
3	C3	25,0000	>=	25,0000	0	6,0000	15,0000	29,0000	
4	C4	30,0000	=	30,0000	0	3,0000	22,0000	50,0000	
5	C5	10,0000	<=	14,0000	4,0000	0	10,0000	M	

El veterinario de la granja deber\u00e1 colocar 10 unidades del alimento 1, 7 unidades del alimento 3, 8 unidades del alimento 5, en cuanto a los alimentos 2 y 6 no deber\u00e1 colocar

nada puesto que estos alimentos aumentarían el costo en \$1 y \$6 respectivamente, mientras que el alimento 4 no debería ir en la dieta por recomendación de la solución óptima según winqsb. La composición máxima en la dieta de vitamina A no se utilizó en su totalidad, se dejaron de utilizar 6 unidades, de igual forma en la composición máxima de vitamina D se dejaron de utilizar 4 unidades.

#### **4.42. Problema resuelto 42**

Los estudiantes de último semestre de la Universidad Francisco de Paula Santander de la carrera Ingeniería Industrial han contratado una agencia de viajes para que les organice el viaje de grado. Los estudiantes tienen en mente varios destinos: Cuba, Punta Cana, Riviera Maya y Cancún. La agencia les ha ofrecido diferentes tipos de viajes para cada destino. El viaje a Cuba incluye 2 pasajes de avión, 10 noches de alojamiento en una habitación, 3 comidas y 3 excursiones; el precio de venta de este viaje es de 3'615.379 de pesos. El viaje a Punta Cana incluye 2 pasajes de avión, 12 noches de alojamiento en una habitación, 2 comidas y 2 excursiones; el precio de venta de este viaje es de 3'253.480 de pesos. El viaje a la Riviera Maya incluye 2 pasajes de avión, 8 noches de alojamiento en una habitación, 3 comidas y 5 excursiones; el precio de venta de este viaje es de 3'470.620 de pesos. Por último, el viaje a Cancún incluye 1 pasaje de avión, 15 noches de alojamiento en una habitación, 2 comidas y 4 excursiones; el precio de venta de este viaje es de 3'615.379 de pesos. El número de pasajes de avión no puede exceder en 50, el número de excursiones en 30, el número de noches de alojamiento en 90 y el número de comidas en 50 ya que la agencia tiene un límite para reservar. Formar un modelo de programación lineal que permita elegir el destino al que deben ir los estudiantes para minimizar los costos del viaje de grado.

Planteamiento de la Información:

Destino	número de viajes en avión	número de excursiones	número de noches	número de comidas	precio
Cuba	2	3	10	3	3'615.379
Punta cana	2	2	12	2	3'253.480
Riviera maya	2	5	8	3	3'470.620
Cancún	1	4	15	2	3'615.379
Disponibilidad pasajes	50	30	90	50	

- Formulación del modelo

$X_i$  =Destino  $i$  que deben elegir los estudiantes de la carrera Ingeniería Industrial, donde  $i$  puede ser 1, 2, 3, 4:

1= Cuba

2=Punta Cana

3=Riviera Maya

4= Cancún

$$\text{Minimizar } Z = 3'615.379X_1 + 3'253.480X_2 + 3'470.620X_3 + 3'615.379X_4$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 2X_2 + 2X_3 + X_4 \leq 50 \text{ Núm. máx. de viajes en avión a reservar (NM1)}$$

$$3X_1 + 2X_2 + 5X_3 + 4X_4 \leq 30 \text{ Núm. máx. de excursiones a reservar (NM2)}$$

$$10X_1 + 12X_2 + 8X_3 + 15X_4 \leq 90 \text{ Núm. máx. de noches a reservar (NM3)}$$

$$3X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 2X_4 \leq 50 \text{ Número máximo de comidas a reservar (NM4)}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

- Resolviendo con WinQSB,

Variable -->	CUBA	PUNTA C	RIVIERA M	CANCUN	Direction	R. H. S.
Minimize	3615379	3253480	3470620	3615379		
NM1	2	2	2	1	>=	50
NM2	3	2	5	4	>=	30
NM3	10	12	8	15	>=	90
NM4	3	2	3	2	>=	50
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	19:59:54		Sunday	November	25	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	CUBA	0	3615379	0	144759	at bound	3470620	M
2	PUNTA C	25	3253480	81337000	0	basic	2313746.75	3470620
3	RIVIERA M	0	3470620	0	0	basic	3253480	3615379
4	CANCUN	0	3615379	0	1771499	at bound	1843880	M
	Objective	Function	(Min.) =	81337000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	NM1	50	>=	50	0	1409600	33.3333358764648	50
2	NM2	50	>=	30	20	0	-M	50
3	NM3	300	>=	90	210	0	-M	300
4	NM4	50	>=	50	0	217140	50	75

Se recomienda a los estudiantes de Ingeniería Industrial de la Universidad Francisco de Paula Santander que el destino de su viaje de grado sea a Punta Cana para reducir costos. Al viaje llevarían 25 personas y tendría un valor de 81'337.000 pesos en total. Los pasajes en avión serán utilizados en su totalidad al igual que las comidas diarias a consumir. Por el contrario, se tendrá un exceso de 20 en el número de excursiones y el total de estudiantes, como también un exceso de 210 en el número de noches para reservar.

#### 4.43. Problema resuelto 43

Una industria metalúrgica le provee a una fábrica 3 tipos de láminas de materiales de hierro, cobre y aluminio para la fabricación de ollas. En la fábrica solo se puede hacer 600

ollas al mes (de los diferentes tipos de material). Esta debe cumplir con la demanda mensual mínima de 80 ollas de hierro, 150 de cobre y 170 de aluminio. Si para fabricar una olla se necesita  $1/3$ ,  $1/4$  y  $1/2$  de lámina respectivamente, cuyo beneficio de venta por olla son: 25.000 de hierro, 50.000 de aluminio y 10.000 de aluminio. ¿Qué cantidad de ollas de cada tipo se deben fabricar para obtener el mayor beneficio posible?

Planteamiento de la información:

Material	Demanda mínima (ollas)	Beneficio / olla (\$)	Cantidad de lámina por olla
Hierro	80	25.000	$1/3$
Cobre	150	50.000	$1/4$
Aluminio	170	10.000	$1/2$
Disponibilidad/ mes			600

- Formulación del modelo

$X_1$ = Cantidad de ollas de hierro a producir mensualmente.

$X_2$ = Cantidad de ollas de cobre a producir mensualmente.

$X_3$ = Cantidad de ollas de aluminio a producir mensualmente.

Maximizar  $Z = 25.000X_1 + 50.000 X_2 + 10.000 X_3$

Sujeto a:

$1/3 X_1 + 1/4 X_2 + 1/2 X_3 \leq 600$  Disp. Max. Ollas en el mes (DMAX).

$X_1 \geq 80$  Dda. Min. Mensual ollas hierro (DDA1).

$X_2 \geq 150$  Dda. Min. Mensual ollas cobre (DDA2)

$X_3 \geq 170$  Dda. Min. Mensual ollas alum. (DDA3)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo por WinQSB,

Variable -->	Hierro	Cobre	Aluminio	Direction	R. H. S.
Maximize	25000	50000	10000		
DMAX	1/3	1/4	1/2	<=	600
DDA1	1	0	0	>=	80
DDA2	0	1	0	>=	150
DDA3	0	0	1	>=	170
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

06:15:42		Tuesday	November	27	2018		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 Hierro	80	25000	2000000	0	basic	-M	50000
2 Cobre	350	50000	17500000	0	basic	25000	M
3 Aluminio	170	10000	1700000	0	basic	-M	50000
Objective	Function	(Max.) =	21200000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 DMAX	600	<=	600	0	50000	400	M
2 DDA1	80	>=	80	0	-25000	0	280
3 DDA2	350	>=	150	200	0	-M	350
4 DDA3	170	>=	170	0	-40000	0	370

Se deberían fabricar 80 ollas de hierro mensuales equivalente a la demanda mínima mensual, 350 ollas de cobre por mes, lo cual supera la demanda mínima por mes, aumentando en 200 ollas y 170 ollas de aluminio, equivalente a la demanda mínima mensual, para lograr la Máxima utilidad de \$21'200.000, Finalmente la capacidad de la fábrica en producción por mes de ollas se cumple en su totalidad.

#### 4.44. Problema resuelto 44

Una empresa tiene 240 metros de tela de color rosado, 240 metros de tela negra, 80 botones y 4 rollos de hilos para producir dos camisas tipo 1, 2, 3 y 4. Para hacer media docena de tipo 1 se necesita 6 metros de tela color rosado, 4 botones y  $\frac{1}{4}$  de rollo de hilo, para hacer media docena de tipo 2 se necesita 4 metros de tela color rosado, 6 botones y  $\frac{1}{4}$

de rollo de hilo, media docena de tipo 3 se necesita 10 metros de tela color negra, 5 botones y  $\frac{1}{4}$  de rollo de hilo y media docena de tipo 4 se necesita 8 metros de tela color negra, 8 botones y  $\frac{1}{2}$  de rollo de hilo. El beneficio que obtiene por media docena de tipo 1 y 2 es de \$80.000 y por media docena de 3 y 4 es de \$50.000. Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

Camisas	Tela de color rosado	Tela de color negro	Botones	Hilos	Beneficio/media docena
Tipo 1	6	0	4	$\frac{1}{4}$	\$80.000
Tipo 2	4	0	6	$\frac{1}{4}$	\$80.000
Tipo 3	0	10	5	$\frac{1}{4}$	\$50.000
Tipo 4	0	8	8	$\frac{1}{2}$	\$50.000
Disponibles	240	240	80	4	

- Formulación del modelo

$X_1$ =Número de media docenas de camisas tipo 1 a producir en el periodo.

$X_2$ =Número de media docenas de camisas tipo 2 a producir en el periodo.

$X_3$ =Número de media docenas de camisas tipo 3 a producir en el periodo.

$X_4$ =Número de media docenas de camisas tipo 4 a producir en el periodo.

$$\text{Maximizar } Z = 80.000x_1 + 80.000x_2 + 50.000x_3 + 50.000x_4$$

Sujeto a:

$$6x_1 + 4x_2 \leq 240 \quad \text{Cantidad máxima de tela color rosado (C1)}$$

$$10x_3 + 8x_4 \leq 240 \quad \text{Cantidad máxima de tela color negro (C2)}$$

$$4x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 8x_4 \leq 80 \quad \text{Cantidad máxima de botones (C3)}$$

$$\frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{2}x_4 \leq 4 \quad \text{Cantidad máxima de rollos de hilos (C4)}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

- Resolviendo por WinQSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Maximize	80000	80000	50000	50000		
C1	6	4			<=	240
C2			10	8	<=	240
C3	4	6	5	8	<=	80
C4	1/4	1/4	1/4	1/2	<=	4
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte cambiando:

	21:28:57		Thursday	November	22	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	4,0000	80.000,0000	320.000,0000	0	basic	80.000,0000	M
2	X2	0	80.000,0000	0	0	at bound	-M	80.000,0000
3	X3	0	50.000,0000	0	-30.000,0000	at bound	-M	80.000,0000
4	X4	0	50.000,0000	0	-30.000,0000	at bound	-M	80.000,0000
	Objective	Function	[Max.] =	320.000,0000	[Note:	Alternate	Solution	Exists!!]
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	24,0000	<=	240,0000	216,0000	0	24,0000	M
2	C2	0	<=	240,0000	240,0000	0	0	M
3	C3	16,0000	<=	80,0000	64,0000	0	16,0000	M
4	C4	4,0000	<=	4,0000	0	80.000,0000	0	20,0000

De acuerdo a la solución óptima la empresa solo debería fabricar 4 medias docenas de las camisas tipo 1, lo que quiere decir que sean 2 docenas, y de las camisas tipo 2, 3 y 4 no se recomiendan fabricar, puesto que el tipo 2 se fabrique o no, la utilidad será la misma y en las tipo 3 y 4 arrojarían pérdidas por \$30 y \$30 respectivamente por media docena producida, de esta forma la empresa obtendría un beneficio de \$320.000. La empresa dejara de utilizar 216 metros de tela color rosado, no se utilizarán ningún metro de tela color negro, con respecto a los botones no se utilizarán 64 unidades y con respecto a los hilos se utilizarán todos los rollos.

#### 4.45. Problema resuelto 45

En una mina de carbón se produce 1000 Toneladas quincenales. Tres comercializadoras quieren comprar dicho producto, lo cual hacen lo siguiente: Trascarbones ofrece pagar 180,000 pesos por tonelada, Carbonesoro ofrece pagar 185,000 pesos por tonelada y Inducarbo ofrece pagar 186,000 pesos por tonelada. Teniendo en cuenta que el costo de producción por cada tonelada son de 78,000 pesos y este valor se le adiciona el valor del flete por tonelada. Para Trascarbones el flete tiene un valor de 22,000 pesos, para Carbonesoro y Inducarbo el flete tiene un valor de 25,000 pesos. El productor de carbón desea saber o quiere saber cómo debe distribuir las 1000 Toneladas entre las tres comercializadoras para obtener una mayor ganancia quincenal, puesto que inducarbo solo está interesado en comprar no más de 300 toneladas quincenales.

Planteamiento de la información:

Comercializadora	Precio por tonelada	Costo total por tonelada	ganancia por tonelada (\$)
Trascarbones	180,000	100,000	80,000
Carbones oro	185,000	103,000	82,000
Inducarbo	186,000	103,000	83,000

- Formulación del modelo

$X_1$ = Toneladas de carbón a distribuir a trascarbones quincenalmente

$X_2$ = Toneladas de carbón a distribuir a carbonesoro quincenalmente

$X_3$ = Toneladas de carbón a distribuir a inducarbo quincenalmente

Maximizar  $Z = 80000 X_1 + (82000 X_2) + (83000 X_3)$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 1000$  Cant. Max de producción quincenal en Ton (CM1)

$X_3 \leq 300$ . Cant. De Ton Max a comprar por inducarbo (CM2)

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable	TRASCARBONES	CARBONESORO	INDUCARBO	Direction	R. H. S.
Maximize	180000-100000	185000-103000	86000-103000		
CM1	1	1	1	<=	1000
CM2	0	0	1	<=	300
LowerBou	0	0	0		
UpperBou	M	M	M		
VariableT	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

18:15:42		Sunday	November	25	2018		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 TRASCARBONES	0	180,000.0000	0	-5,000.0000	at bound	-M	185,000.0000
2 CARBONESORO	700.0000	185,000.0000	129,500,000.0000	0	basic	180,000.0000	186,000.0000
3 INDUCARBO	300.0000	186,000.0000	55,800,000.0000	0	basic	185,000.0000	M
Objective	Function	(Max.) =	185,300,000.0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 CM1	1,000.0000	<=	1,000.0000	0	185,000.0000	300.0000	M
2 CM2	300.0000	<=	300.0000	0	1,000.0000	0	1,000.0000

De acuerdo con la solución óptima, se le recomienda al productor de carbón vender 700 ton a Carbonesoro y 300 ton a Inducarbo de carbón para así obtener una rentabilidad de 185,300,000 pesos quincenales. Otra recomendación es, no vender nada a trascarbones, puesto que una tonelada vendida a esta empresa arrojaría pérdidas por 5.000 pesos. El total de la capacidad de producción de la mina se utilizaría todo, así como la demanda máxima de Inducarbo.

#### 4.46. Problema resuelto 46

Una empresa proveedora de alimentos en Colombia, reconocida con el nombre de “LACTAFIT” desea fabricar comida balanceada para gatos de acuerdo a las especificaciones dadas por el veterinario; se debe producir un compuesto que contenga por lo menos; 120 gramos de vitaminas, 280 gramos de proteínas y 60 gramos de minerales por animal, si se desea alimentar 100 gatos con los siguientes productos que se encuentran en el mercado y presentan la siguiente composición, Formule y resuelva un modelo de programación lineal que permita determinar la forma de alimentación de los gatos minimizando los costos.

CONTENIDO	PRODUCTOS		
	1	2	3
VITAMINAS	22%	35%	8%
PROTEINAS	58%	52%	41%
MINERALES	11%	9%	8%
PRECIO POR KG	\$ 12000	\$ 15000	\$ 13000

120 gramos de vitaminas = 0.12 Kilogramos de vitaminas

280 gramos de proteínas = 0.28 Kilogramos de proteínas

60 gramos de minerales = 0.06 Kilogramos de minerales

La cantidad necesaria en su mínima proporción de vitamina, proteína y mineral para los 100 gatos es de:

VITAMINA =  $0.12 \times 100 = 12$  Kilogramos de vitamina

PROTEINA =  $0.28 \times 100 = 28$  Kilogramos de proteína

MINERAL =  $0.06 \times 100 = 6$  Kilogramos de mineral

- Formulación del modelo

$X_1$ =Kilogramos de producto 1 para alimentar los gatos

$X_2$  = Kilogramos de producto 2 para alimentar los gatos

$X_3$  = Kilogramos de producto 3 para alimentar los gatos

Minimizar  $Z = 12000X_1 + 15000 X_2 + 13000 X_3$

Sujeto a:

$0.22X_1 + 0.35X_2 + 0.08X_3 \geq 12$  Cant. Mínima de vitamina requerida (C1)

$0.58X_1 + 0.52X_2 + 0.41X_3 \geq 28$  Cant. Mínima de proteína requerida (C2)

$0.11X_1 + 0.09X_2 + 0.08X_3 \geq 6$  Cant. Mínima de mineral requerido (C3)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Minimize</b>	<b>12000</b>	<b>15000</b>	<b>13000</b>		
<b>C1</b>	<b>0.22</b>	<b>0.35</b>	<b>0.08</b>	<b>&gt;=</b>	<b>12</b>
<b>C2</b>	<b>0.58</b>	<b>0.52</b>	<b>0.41</b>	<b>&gt;=</b>	<b>28</b>
<b>C3</b>	<b>0.11</b>	<b>0.09</b>	<b>0.08</b>	<b>&gt;=</b>	<b>6</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

20:04:49		Tuesday	November	27	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	54,5455	12.000,0000	654.545,5000	0	basic	0	17.875,0000
2	X2	0	15.000,0000	0	5.181,8180	at bound	9.818,1830	M
3	X3	0	13.000,0000	0	4.272,7280	at bound	8.727,2730	M
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Min.) =</b>	<b>654.545,5000</b>				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	12,0000	>=	12,0000	0	0	-M	12,0000
2	C2	31,6364	>=	28,0000	3,6364	0	-M	31,6364
3	C3	6,0000	>=	6,0000	0	109.090,9000	6,0000	M

Teniendo en cuenta la solución presentada por WIN QSB, la empresa “LACTAFIT” debería fabricar 54,5 kilogramos del producto 1 y ningún kilogramo del producto 2 y 3, puesto que la producción de un kg de estos dos productos arrojaría pérdidas por \$5.182 y \$ 4.278 respectivamente. De esta forma se lograría obtener una utilidad de \$654.545. La empresa utilizara en su totalidad la cantidad mínima de vitamina requerida (12 kilogramos) y de mineral requerido (6 kilogramos). Mientras que se dejarían de utilizar 3, 63 kilogramos de proteína de los 28 disponibles.

#### 4.47. Problema resuelto 47

Un fabricante de jeans desea determinar cuántos jeans tiro alto, capris, y tiro medio para mujer debe fabricar para optimizar el uso de los recursos disponibles. En estos productos se utilizan dos tipos de tela diferentes y tiene en existencia 100 metros para el primero y 80 metros para el segundo, para hacer el trabajo total cuenta con 600 horas hombre. Cada jean tiro alto, capri y tiro medio requiere de 3, 1 y 2 metros respectivamente del primer tipo de tela, 1, 2 y 2 metros del segundo tipo de tela. Un pantalón tiro alto requiere de 3 horas/hombre para ser fabricado, un capri de 2 horas/hombre y un pantalón tiro medio de 3 horas/hombre. La utilidad es \$20, \$15 y \$18 la unidad respectivamente para un jean tiro alto, un jean capri y un jean tiro medio. Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

Tipos de jeans	Tela 1	Tela 2	Horas/hombre	Utilidad (\$)
Tiro alto	3	1	3	20
Capri	1	2	2	15
Tiro medio	2	2	2	18
Existencias(mts)	100	80	600	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de jeans tipo tiro alto a fabricar

$X_2$ = Cantidad de jeans capri a fabricar

$X_3$ = Cantidad de jeans tipo tiro medio a fabricar

Maximizar  $Z = 20X_1 + 15X_2 + 18X_3$

Sujeto a:

$3X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 100$  Cantidad máxima de tela tipo 1 (C1)

$X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 80$  Cantidad máxima de tela tipo 2 (C2)

$3X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 600$  Horas/hombres disponibles para realizar el trabajo (C3)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WinQSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	20	15	18		
C1	3	1	2	<=	100
C2	1	2	2	<=	80
C3	3	2	2	<=	600
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

17:14:41		Saturday	November	24	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	24,0000	20,0000	480,0000	0	basic	15,0000	45,0000
2	X2	28,0000	15,0000	420,0000	0	basic	12,5000	40,0000
3	X3	0	18,0000	0	-2,0000	at bound	-M	20,0000
Objective	Function	(Max.) =	900,0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	100,0000	<=	100,0000	0	5,0000	40,0000	240,0000
2	C2	80,0000	<=	80,0000	0	5,0000	33,3333	200,0000
3	C3	128,0000	<=	600,0000	472,0000	0	128,0000	M

Para los jeans tiro alto se deben fabricar 24 unidades, para los capris 28 y ningún pantalón tiro medio, puesto que la unidad producida de este último dejaría una pérdida de \$2. Con este número de unidades producidas la empresa obtendría utilidades por un valor de \$900. Las horas/hombre que se utilizaron para realizar el trabajo fueron de 128 horas, por lo que quedaron sin utilizar 472 horas, se utilizó toda la tela tipo 1 que se tenía al igual que la tela tipo 2 disponibles.

#### 4.48. Problema resuelto 48

En la ciudad de San José de Cúcuta, se encuentra ubicada la empresa CERAMICUT SA, dedicada a la fabricación principalmente de baldosas de poco tráfico, en su gama de productos maneja 3 tipos de A, B Y C, en los cuales se varían la calidad de la materia prima utilizada. La compañía no puede producir menos de 250 unidades del producto B por semana ni menos de 100 del producto C. Cada producto utiliza una materia prima cuya disponibilidad mínima semanal es de 2560 kg, el producto A utiliza 3kg por unidad, el B 2kg y el C solo 1kg por unidad, el producto A necesita 3 minutos para ser fabricado, el B 4 minutos y el c necesita 2 minutos y se disponen de máximo de 12 horas diarias de producción (la elaboración es simultanea). Los costos de elaborar el producto A, B y C son de \$1500, \$2000 y \$1200 respectivamente. La compañía desea saber cuántas unidades de cada producto debe producir semanalmente para minimizar sus costos.

Planteamiento de la información:

Tipo de producto	Producción semanal mínima(unidades)	Cantidad materia prima (Kg/ unidad)	Horas de producción ( Minutos/ unidad)	Cotos de producción (\$/Unidad)
A	-	3	3	1500
B	250	2	4	2000
C	100	1	2	1200
Disponibles		2560	5040	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Número de productos de tipo A elaborar semanalmente

$X_2$  = Número de productos de tipo B a elaborar semanalmente

$X_3$  = Número de productos de tipo C a elaborar semanalmente

Minimizar  $Z = 1500X_1 + 2000 X_2 + 1200 X_3$

Sujeto a:

$3 X_1 + 2 X_2 + X_3 \geq 2560$  Disponibilidad mínima de materia prima

$X_2 \geq 250$  Producción mínima semanal de B

$X_3 \geq 100$  Producción mínima semanal de C

$3 X_1 + 4 X_2 + 2 X_3 \leq 5040$  Tiempo máximo disponible de producción

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	A	B	C	Direction	R. H. S.
Min:G1	1500	2000	1200		
DISP.MIN.MA	3	2	1	>=	2560
PROD.MIN.B	0	1	0	>=	250
PROD.MIN.C	0	0	1	>=	100
TIEMPO.MA	3	4	2	<=	5040
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	10:16:40		Friday	November	23	2018		
	Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	G1	A	653.33	1,500.00	980,000.00	0	0	3,000.00
2	G1	B	250.00	2,000.00	500,000.00	0	1,000.00	M
3	G1	C	100.00	1,200.00	120,000.00	0	500.00	M
	G1	Goal	Value	(Min.) =	1,600,000.00			
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	ShadowPrice Goal 1
1	DISP.MIN.MATERIAPRIMA	2,560.00	>=	2,560.00	0	600.00	4,440.00	500.00
2	PROD.MIN.B	250.00	>=	250.00	0	0	1,190.00	1,000.00
3	PROD.MIN.C	100.00	>=	100.00	0	0	1,980.00	700.00
4	TIEMPO.MAX.PROD	3,160.00	<=	5,040.00	1,880.00	3,160.00	M	0

La compañía CERAMICUT SA, debe fabricar semanalmente alrededor de 653 unidades del producto A, la cantidad mínima requerida tanto de B y C que son de 250 y 100 unidades respectivamente para minimizar los costos de producción en \$1.600.000 semanales.

Además la empresa tendrá la disposición de realizar todas las unidades permitidas. Se utilizaría el total de la materia prima disponible y el tiempo disponible de producción tendría una holgura de 1.880 minutos semanales sin utilización.

#### 4.49. Problema resuelto 49

Un empresario cuenta con 250.000.000 unidades monetarias para invertirlos, sabe de tres tipos de acciones para invertir: la primera le dará una utilidad de un 5% sobre lo invertido, la segunda un 5,5% y la tercera un 6%; aunque, en ninguna de las acciones puede invertir más de un 35% del capital total y al menos 30.000.000 unidades monetaria en la tercera acción. ¿Cómo invertir esa cantidad inicial para maximizar la ganancia sobre la inversión? Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

Tipos de acción	Utilidad	Unidad monetaria mínima de inversión	A invertir del capital total
Primera acción	5%		$\leq 35\%$
Segunda acción	5,5%		$\leq 35\%$
Tercera acción	6%	$\geq 30000000$	$\leq 35\%$
Unidad monetaria del capital total a invertir		250000000	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de unidades monetarias a invertir en las acciones tipo 1

$X_2$  = Cantidad de unidades monetarias a invertir en las acciones tipo 2

$X_3$  = Cantidad de unidades monetarias a invertir en las acciones tipo 3

Maximizar  $Z = 0,05 X_1 + 0,055 X_2 + 0,06 X_3$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 250000000$       Disp. Max. Unidades monetarias

$X_1 \leq 0,35(250000000)$       Inv. Max. X1

$X_2 \leq 0,35(250000000)$       Inv. Max. X2

$X_3 \leq 0,35(250000000)$       Inv. Max. X3

$X_3 \geq 30000000$       Inv. Min. X3

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Max:G1	0,05	0,055	0,06		
DISP.MAX.U	1	1	1	$\leq$	250000000
INV.MAX.X1	1	0	0	$\leq$	87500000
INV.MAX.X2	0	1	0	$\leq$	87500000
INV.MIN.X3	0	0	1	$\geq$	30000000
INV.MAX.X3	0	0	1	$\leq$	87500000
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

10:30:37		Tuesday	November	27	2018			
Goal Level	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	G1	X1	75,000,000.00	5.00	375,000,000.00	0	6.00	
2	G1	X2	87,500,000.00	55.00	4,812,499,968.00	0	M	
3	G1	X3	87,500,000.00	6.00	525,000,000.00	0	M	
	G1	Goal	Value	(Max.) =	5,712,500,224.00			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	ShadowPrice Goal 1	
1	UNIDADESMO1	250,000,000.00	<=	250,000,000.00	0	175,000,000.00	262,500,000.00	5.00
2	INV.MAX.X1	75,000,000.00	<=	87,500,000.00	12,500,000.00	75,000,000.00	M	0
3	INV.MAX.X2	87,500,000.00	<=	87,500,000.00	0	75,000,000.00	162,500,000.00	50.00
4	INV.MIN.X3	87,500,000.00	>=	30,000,000.00	57,500,000.00	-M	87,500,000.00	0
5	INV.MAX.X3	87,500,000.00	<=	87,500,000.00	0	75,000,000.00	162,500,000.00	1.00

La solución del programa lineal recomienda al empresario invertir en las acciones la siguiente cantidad por cada acción: La acción tipo 1 invertir 75.000.000 unidades monetarias, en la acción 2 y la acción 3 invertir 87.500.000 unidades monetarias, para obtener una ganancia de \$ 5.712.500.224 al invertir el monto total disponible de las unidades monetarias. Para la inversión máxima disponible en la acción tipo 1 se dejarían de invertir 12.500.000 u.m; para la tipo 2 se invertiría el total máximo requerido y en la acción tipo 3 sucedería exactamente lo mismo. Ahora bien, en la inversión mínima requerida para la acción tipo 3 se obtendría un exceso de inversión de 57.500.000 de unidades monetarias.

#### 4.50. Problema resuelto 50

Harinas del norte fue contratada por la fábrica de pasteles “Jhon pasteles” para ser su proveedor de harina en la línea de empanadas vallunas; harinas del norte debe producir una mezcla especial de 1500 libras semanales, la mezcla está compuesta por harina de arroz, harina de maíz blanco y harina de maíz amarillo. La harina de arroz cuesta \$ 3500 lb, harina de maíz blanco \$ 4400 lb y la de maíz amarillo \$ 4800 lb; no puede usarse más de 450lb de harina de arroz, por lo menos 225lb de harina de maíz blanco y además se requiere

por lo menos 300lb de harina de maíz amarillo. Se desea calcular el número de libras de cada ingrediente necesarios a emplear con el fin de reducir al mínimo el costo total.

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad en lbs. de harina de arroz a emplear semanalmente

$X_2$  = Cantidad en lbs. de maíz blanco a emplear semanalmente

$X_3$  = Cantidad en lbs. de maíz amarillo a emplear semanalmente

Minimizar  $Z = 3500X_1 + 4400X_2 + 4800X_3$

Sujeto a:

$X_1 \leq 450$  Cantidad máxima de harina de arroz

$X_2 \geq 225$  Cantidad mínima de maíz blanco

$X_3 \geq 300$  Cantidad mínima de maíz amarillo

$X_1 + X_2 + X_3 = 1500$  Cantidad de la mezcla de harina

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S
<b>Minimize</b>	<b>3500</b>	<b>4400</b>	<b>4800</b>		
<b>CANT. MAX. HARINA. DE. ARROZ</b>	<b>1</b>			<b>&lt;=</b>	<b>450</b>
<b>CANT. MIN. DE. H. MAIZ. BLANCO</b>		<b>1</b>		<b>&gt;=</b>	<b>225</b>
<b>CANT. MIN. DE. H. DE MAIZ. AMARILLO</b>			<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>500</b>
<b>MEZCLA DE HARINA PARA MEZCLAR</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>=</b>	<b>1500</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>continuo</b>	<b>continuo</b>	<b>continuo</b>		

Tabla de reporte combinado:

15:06:55		Sunday	November	25	2018			
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	450,0000	3.500,0000	1.575.000,0000	0	basic	-M	4.400,0000
2	X2	550,0000	4.400,0000	2.420.000,0000	0	basic	3.500,0000	4.800,0000
3	X3	500,0000	4.800,0000	2.400.000,0000	0	basic	4.400,0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	6.395.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CANT.MAX.HARINA.DE.ARROZ	450,0000	<=	450,0000	0	-900,0000	0	775,0000
2	CANT.MIN.DE.H.MAIZ.BLANCO	550,0000	>=	225,0000	325,0000	0	-M	550,0000
3	CANT.MIN.DE.H.DEMAIZ.AMARILLO	500,0000	>=	500,0000	0	400,0000	0	825,0000
4	MEZCLA DE HARINA PARA MEZCLAR	1.500,0000	=	1.500,0000	0	4.400,0000	1.175,0000	M

La empresa harinas del norte debería emplear 450 libras de harina de arroz en la semana, 550 libras de maíz blanco y 500 libras de maíz amarillo para minimizar un costo total de preparación de \$6.395.000 semanal. El total permitido de harina de arroz se utilizaría y la cantidad mínima de maíz blanco tendría un exceso de 325 libras, mientras que el mínimo de maíz amarillo permitido se utilizaría en su totalidad, finalmente se cumpliría con el total de la mezcla necesaria semanalmente pedida por “Pasteles Jhon”.

#### 4.51. Problema resuelto 51

Una zapatería desea aumentar sus ganancias en la primera semana de diciembre 2019, se manejan 3 referencias Botas, Zapatillas Y Sandalias que tienen una ganancia en dólares por cada 100 pares respectivamente 400, 280, 250. El tiempo en horas empleado para producir 100 pares de cada referencia se muestra en la siguiente tabla:

REFERENCIAS	HORAS/100 PARES
Botas	40
Zapatillas	30
Sandalias	20

La empresa tiene un total de 20 empleados y cada uno trabaja 48 horas a la semana, todos los empleados están capacitados para desempeñar cualquier actividad. Los pares de sandalias deben ser el doble de los pares de botas y los pares de botas no pueden ser más de 30. La empresa tiene recursos ilimitados. Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de pares a producir semanalmente referencia tipo bota

$X_2$  = Cantidad de pares a producir semanalmente de referencia tipo zapatilla

$X_3$  = Cantidad de pares a producir semanalmente de referencia tipo sandalia

Maximizar  $Z=400X_1+280X_2 +250X_3$

Sujeto a:

$40X_1 +30 X_2+20 X_3 \leq 960$  Horas máximas disponibles (C1)

$X_3 -2 X_1 =0$  Cantidad mínima de sandalias (C2)

$X_1 \leq 30$  Cantidad máxima de pares botas (C3)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	CANT	CANT	CANT	Direction	R. H. S.
Maximize	400	280	250		
C1	40	30	20	<=	960
C2	-2		1	=	0
C3	1			<=	30
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer		

Tabla de reporte combinado:

11:27:12		Tuesday		November		27		2018	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	CANT PARES BOTAS	12,0000	400,0000	4.800,0000	0	basic	246,6667	M	
2	CANT PARES ZAPATILLAS	0	280,0000	0	-57,5000	at bound	-M	337,5000	
3	CANT PARES SANDALIAS	24,0000	250,0000	6.000,0000	0	basic	173,3333	M	
	Objective	Function	(Max.) =	10.800,0000					
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	960,0000	<=	960,0000	0	11,2500	0	2.400,0000	
2	C2	0	=	0	0	25,0000	-48,0000	48,0000	
3	C3	12,0000	<=	30,0000	18,0000	0	12,0000	M	

Se recomienda a la zapatería realizar 1200 pares de botas, 2400 de sandalias y no realizar ninguna zapatilla, puesto que realizar 100 pares de zapatillas dejaría pérdidas por US 57,5 para lograr utilidades totales por 10.800 dólares. La cantidad de sandalias con esta solución óptima se cumple de acuerdo a la restricción, se utilizaría el total de horas disponibles para la producción y se obtendría una holgura de 18 pares de botas no producidas.

#### 4.52. Problema resuelto 52

Una pequeña compañía decide fabricar y vender tres tipos de modelos de ventiladores V1, V2 y V3. Para su fabricación se necesita un trabajo manual de 20 minutos para el tipo de modelo V1 y V2 de 30 minutos para el V3; y un trabajo con maquinaria pesada de 20 minutos para V<sub>1</sub> y de 10 minutos para V2 y V3. La disponibilidad para el trabajo manual es de 180 horas al mes y para la maquinaria pesada 110 horas al mes. Sabiendo que el beneficio por unidad es de 25,18 y 27 dólares para V1, V2 y V3, respectivamente, plantee plan de producción para obtener el máximo beneficio a través de un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

20 min = 1/3 h, 30 min = 1/2 h, 10 min = 1/6 h

Tipo de trabajo	V1(hr)	V2(hr)	V3(hr)	Tiempodisponible/mes
Manual	1/3	1/3	1/2	180
Maquinaria pesada	1/3	1/6	1/6	110

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de ventiladores a producir mensualmente V1

$X_2$  = Cantidad de ventiladores a producir mensualmente V2

$X_3$  = Cantidad de ventiladores a producir mensualmente V3

Maximizar  $Z=25X_1+18X_2+27X_3$

Sujeto a:

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{2}x_3 \leq 180 \quad \text{horas maximas manuales disponibles al mes C1}$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{6}x_2 + \frac{1}{6}x_3 \leq 110 \quad \text{horas maxim. maquinaria disponibles al mes C2}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	20	21	22		
<b>C1</b>	1/3	1/3	1/2	<=	180
<b>C2</b>	1/3	1/6	1/6	<=	110
<b>LowerBound</b>	0	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

09:35:32		Wednesday		November		28		2018	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	0	20,0000	0	-2,0000	at bound	-M	22,0000	
2	X2	0	21,0000	0	-1,0000	at bound	-M	22,0000	
3	X3	110,0000	22,0000	2.420,0000	0	basic	21,0000	M	
	Objective	Function	(Max.) =	2.420,0000					
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	110,0000	<=	180,0000	70,0000	0	110,0000	M	
2	C2	110,0000	<=	110,0000	0	22,0000	0	180,0000	

Se le recomienda a esta pequeña compañía de acuerdo a la solución óptima presentada por WIN QSB es producir solo 110 ventiladores V3, puesto que los tipos V1 Y V2 arrojarían pérdidas por cada unidad producida de US 2 Y US 1 respectivamente, se deberán utilizar las 110 horas disponibles de la maquinaria manual y se dejarían de utilizar 70 horas de trabajo manual para obtener una ganancia en US de 2.420.

#### 4.53. Problema resuelto 53

Una empresa de petróleo, tiene distintas franquicias de refinería en varios departamentos de Colombia las cuales se encargan de la producción de tres tipos de gasolina Corriente, Extra y ACPM para las cuales se ha establecido un precio de venta de \$3000, \$3500 y \$4000 por galón respectivamente. Para la producción de estos combustibles, la compañía cuenta con una disponibilidad de 6000 galones de petróleo crudo y 7000 galones de petróleo refinado. Por requerimientos de calidad, se sabe que la gasolina corriente debe contener 30% de petróleo crudo y 70% de petróleo refinado; la gasolina extra debe contener 40% de petróleo crudo y 60% de petróleo refinado; mientras que el ACPM debe contener 50% de ambos petróleos. Plantee el modelo de programación lineal con el fin de obtener el beneficio de la empresa.

Planteamiento de la información:

Tipos de petróleo	P.CRUDO	P.REFINADO	Precio por galón
Tipos de gasolina			
Corriente	30%	70%	3000
Extra	40%	60%	3500
ACPM	50%	50%	4000
Disponibilidad	6000	7000	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Galones de gasolina corriente a producir

$X_2$  = Galones de gasolina extra a producir

$X_3$  = Galones de ACPM a producir

Maximizar  $Z = 3000X_1 + 3500X_2 + 4000X_3$

Sujeto a:

$0.3X_1 + 0.4X_2 + 0.5X_3 \leq 6000$  Disponibilidad de galones de pet.Crudo (C1)

$0.7X_1 + 0.6X_2 + 0.5X_3 \leq 7000$  Disponibilidad de gal. de pet.Refinado(C2)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>3000</b>	<b>3500</b>	<b>4000</b>		
<b>C1</b>	<b>0.3</b>	<b>0.4</b>	<b>0.5</b>	<b>&lt;=</b>	<b>6000</b>
<b>C2</b>	<b>0.7</b>	<b>0.6</b>	<b>0.5</b>	<b>&lt;=</b>	<b>7000</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

21:31:29		Saturday	November	24	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	2.500,0000	3.000,0000	7.500.001,0000	0	basic	3.000,0000	5.600,0000
2	X2	0	3.500,0000	0	0,0000	at bound	-M	3.500,0000
3	X3	10.500,0000	4.000,0000	42.000.000,0000	0	basic	4.000,0000	5.000,0000
Objective	Function	(Max.) =	49.500.000,0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	6.000,0000	<=	6.000,0000	0	6.500,0000	3.000,0000	7.000,0000
2	C2	7.000,0000	<=	7.000,0000	0	1.500,0000	6.000,0000	14.000,0000

La empresa debería producir 2.500 galones de gasolina corriente y 10.500 galones de ACPM y no recomienda producir nada de gasolina extra, aunque su producción no arrojaría pérdida. De esta forma la compañía tendría ingresos por \$49.500.000 y las disponibilidades de los petróleos refinado y crudo se utilizarían en su totalidad.

#### 4.54. Problema resuelto 54

La avícola the big chicken cría pollos para la venta y quieren determinar cuál cantidad de los distintos alimentos es la necesaria para cumplir los requisitos nutricionales que dicen los expertos en esa zona para un mejor engorde y tener un coste mínimo. En la tabla podemos apreciar cada clase de ingrediente nutritivo básico contenido en un kilogramo de cada tipo de alimento, también se aprecia los requisitos nutricionales diarios y sus costos de alimento. Formule y resuelva un modelo de programación lineal para determinar la nutrición óptima diaria para esta avícola.

Información nutricional	Kg. de grano	Kg. de grasa	Kg. de subproducto	Mínimo diario (kg)
Vitaminas	94	16	37	249
Proteínas	33	44	54	194
Carbohidratos	14	17	52	219
Costos (\$)	47	29	24	

- Formulación del modelo

$X_1$ =Cantidad de Kilogramos de grano diarios.

$X_2$ =Cantidad de Kilogramos de grasa diarios.

$X_3$ =Cantidad de Kilogramos de subproducto diarios.

Minimizar  $Z = 47X_1 + 29 X_2 + 24 X_3$

Sujeto a:

$94 X_1 + 16 X_2 + 37 X_3 \geq 249$  Cantidad mínima diaria de vitaminas (C1)

$33 X_1 + 44 X_2 + 54 X_3 \geq 194$  Cantidad mínima diaria de proteínas (C2)

$14 X_1 + 29 X_2 + 24 X_3 \geq 219$  Cantidad mínima de carbohidratos (C3)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>47</b>	<b>29</b>	<b>24</b>		
<b>C1</b>	<b>94</b>	<b>16</b>	<b>37</b>	<b>&gt;=</b>	<b>249</b>
<b>C2</b>	<b>33</b>	<b>44</b>	<b>54</b>	<b>&gt;=</b>	<b>194</b>
<b>C3</b>	<b>14</b>	<b>17</b>	<b>52</b>	<b>&gt;=</b>	<b>219</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	10:38:26		Sunday	November	25	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1,11	47,00	52,11	0	basic	6,46	60,97
2	X2	0	29,00	0	19,27	at bound	9,73	M
3	X3	3,91	24,00	93,91	0	basic	18,50	85,29
	Objective	Function	(Min.) =	146,02				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	249,00	>=	249,00	0	0,48	155,83	1470,43
2	C2	247,89	>=	194,00	53,89	0	-M	247,89
3	C3	219,00	>=	219,00	0	0,12	157,91	349,95

Se recomienda a la avícola the big chicken darles a sus pollos 1,11 kg de grano diario, ningún kg de grasa diaria, puesto que 1 kg de grasa arrojaría perdidas por \$19,27 y 3,91 kg de subproducto diario para así lograr minimizar costos a un total de \$146,02; El programa de engorde o alimentación será optimo si se eliminan las grasas. El contenido mínimo de vitaminas se consumió en su totalidad, el contenido de proteínas tuvo un exceso de 53,36 kg y el contenido mínimo de carbohidratos también se consumió en su totalidad.

#### 4.55. Problema resuelto 55

La empresa shoesplash fabrica varias líneas de botas, tacones y tenis deportivos. Recientemente, una consultora propuso que la compañía evaluara de nuevo su línea New Day y asignara sus recursos a productos capaces de maximizar la contribución a las utilidades y a los gastos generales. Cada producto requiere la misma tela de cuero y tiene que pasar por los departamentos de corte y de costura. Se recopilaron los siguientes datos para este estudio:

Producto	Botas	Tacones	Tenis deportivos	Disponible
Proceso				
Corte(h)	1	1	1	100
Costura(h)	3	4	1	180
Material(yd)	4	6	4	60

El departamento de corte dispone de 100 horas de capacidad, el de costura tiene 180 horas de capacidad y cuenta con 60 yardas de material. Cada bota contribuye con \$5 a las utilidades y los gastos generales; cada tacón, con \$17; y cada tenis deportivo, con \$30. Formule y resuelva un modelo de programación lineal que permita aumentar las utilidades de la empresa.

- Formulación del modelo

$X_1$  = Numero de botas a producir

$X_2$  = Número de tacones a producir

$X_3$  = Número de tenis deportivos a producir

Maximizar  $Z = 5 X_1 + 17 X_2 + 30X_3$

Sujeto a:

$X_1 + 3X_2 + 4X_3 \leq 100$  Capacidad de corte en horas

$X_1 + 4X_2 + 6X_3 \leq 180$  Capacidad de costura en horas

$X_1 + X_2 + 4X_3 \leq 60$  Capacidad en yardas de material

$$X_1, \quad X_2, \quad X_3 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	Botas	Tacones	Tenis deportivos	Direction	R. H. S.
Maximize	5	17	30		
Corte(h)	1	3	4	<=	100
Costura(h)	1	4	6	<=	180
Material(yd)	1	1	4	<=	60
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Integer	Integer	Integer		

Tabla de reporte combinado:

15:21:22		Tuesday	November	27	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	Botas	0	5,0000	0	-2,5000	at bound	-M	7,5000
2	Tacones	20,0000	17,0000	340,0000	0	basic	7,5000	22,5000
3	Tenis deportivos	10,0000	30,0000	300,0000	0	basic	22,6667	68,0000
	Objective	Function	(Max.) =	640,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	Corte(h)	<=	100,0000	0	4,7500	60,0000	132,0000	
2	Costura(h)	<=	180,0000	40,0000	0	140,0000	M	
3	Material(yd)	<=	60,0000	0	2,7500	33,3333	100,0000	

Se le recomienda a la empresa de calzado no fabricar botas, cada unidad fabricada de estas arroja perdidas por \$2,5, se deberá fabricar 20 unidades de tacones y 10 tenis deportivos para obtener ganancias por \$640; EL total de horas disponible de corte se utilizaran, habría una holgura de 40 horas en la disponibilidad de horas para la costura y el total de material a utilizar se consumiría en su totalidad.

#### 4.56. Problema resuelto 56

Un restaurante italiano dispone de dos cocineros A y B para la preparación de tres tipos de platos (lasaña, pizza y boloñesa). En el proceso de venta y de elaboración se comportan de las siguientes maneras: cada lasaña produce un beneficio de \$10 USD y tiene 25 minutos de preparación con el cocinero A y 10 min con el B. Mientras que la pizza genera \$ 30 USD con un tiempo de 25 min en A y 20 min en el B. Por ultimo está la boloñesa la cual genera un beneficio de \$20 USD, tarda 15 min en A y 10 min en B. Diariamente los cocineros, respectivamente, tienen 6 y 8 horas disponibles para la preparación de los platos. Suponiendo que existe demanda para dichos platos ¿Cuántos de ellos deben prepararse para conseguir el beneficio máximo?

Planteamiento de la información:

Platos				
Cocineros	Lasaña (min)	Pizza (min)	Boloñesa (min)	Tiempo disponible (min)
A	25	25	15	360
B	10	20	10	480
Beneficios USD/plato	10	30	20	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de platos de lasaña a prepararse diariamente.

$X_2$  = Cantidad de platos de pizza a prepararse diariamente.

$X_3$  = Cantidad de platos de boloñesa a prepararse diariamente

Maximizar  $Z = 10X_1 + 30X_2 + 20X_3$

Sujeto a:

$25 X_1 + 25 X_2 + 15 X_3 \leq 360$  Tiempo máximo disponible del cocinero A

$10 X_1 + 20 X_2 + 10 X_3 \leq 480$  Tiempo máximo disponible del cocinero B

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	10	30	20		
<b>Tiemp.Max.A</b>	25	25	15	<=	360
<b>Tiempo.Max.B</b>	10	20	10	<=	480
<b>LowerBound</b>	0	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

11:01:19		Sunday	November	25	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	0	10,0000	0	-23,3333	at bound	-M	33,3333
2	X2	0	30,0000	0	-3,3333	at bound	-M	33,3333
3	X3	24,0000	20,0000	480,0000	0	basic	18,0000	M
Objective		Function	(Max.) =	480,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	Tiemp.Max.A	360,0000	<=	360,0000	0	1,3333	0	720,0000
2	Tiempo.Max.B	240,0000	<=	480,0000	240,0000	0	240,0000	M

La empresa no debería ofertar lasaña y pizza, la preparación de estos arrojarían perdidas por USD 23.33 Y USD3.33 respectivamente, en cambio en la preparación de platos de boloñesa se deberían preparar 24 unidades diariamente para obtener ganancias por USD 480.El total del tiempo disponible del cocinero A se utilizó en su totalidad y el tiempo disponible del cocinero B tendría una holgura al dejar de utilizar 240 minutos diariamente.

#### 4.57. Problema resuelto 57

AVAXI inversiones es una empresa que cuenta con 100.000US para invertir en las 4 siguientes posibilidades: Bolsa A, Bolsa B, Bonos A y Bonos B, por el periodo de un año. Pueden ser invertidos un máximo de 11.000US en bonos A y un máximo de 10.000US en Bonos B. Al invertir en la Bolsa A esta conlleva un riesgo por lo cual se determina no invertir más de un cuarto de la inversión total, la cantidad que se va a invertir en la Bolsa B debe ser por lo menos cuatro veces la cantidad invertida en la Bolsa A. además, esta empresa requiere que la inversión en Bonos sea al menos tan grande como la mitad de la inversión en Bolsas. Los retornos anuales se estiman según muestra la siguiente tabla:

Bolsa A	Bolsa B	Bonos A	Bonos B
25%	15%	10%	12%
$\frac{1}{4}$ (100.000)	4( $\frac{1}{4}$ 100.000)	11.000	10.000

Realice un modelo de programación lineal que permita establecer ¿Cuál es la forma óptima de realizar la inversión para conseguir las máximas ganancias?

- Formulación del modelo

$X_1$ = Inversión en Bolsa A en US (INV. B. A)

$X_2$ = Inversión en Bolsa B en US (INV. B. B)

$X_3$ = Inversión en Bonos A en US (INV. BN. A)

$X_4$ = Inversión en Bonos B en US (INV. BN. B)

Maximizar  $Z = 0.25X_1 + 0.15X_2 + 0.10X_3 + 0.12X_4$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 100.000$       Inv. Máx.  $X_i$  (INV MAX  $X_i$ )

$X_1 \leq 25.000$       Inv. Máx.  $X_1$  (INV MAX  $X_1$ )

$4X_1 \leq X_2$  Inv. Máx.  $X_2$  (INV MAX  $X_2$ )

$4X_1 - X_2 \leq 0$

$X_3 \leq 11.000$  Inv. Máx.  $X_3$  (INV MAX  $X_3$ )

$X_4 \leq 10.000$  Inv. Máx.  $X_4$  (INV MAX  $X_4$ )

$0.5X_1 + 0.5X_2 \leq X_3 + X_4$       Inv. Máx.  $X_3$  y  $X_4$  (INV MAX  $X_3, X_4$ )

$0.5X_1 + 0.5X_2 - X_3 - X_4 \leq 0$

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$     o     $X_i \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	INV B. A	INV B. B	INV BN. A	INV BN. B	Direction	R. H. S.
Maximize	0.25	0.15	0.10	0.12		
INV MAX Xi	1	1	1	1	<=	100000
INV MAX X1	1				<=	25000
INV MAX X2	4	-1			<=	0
INV MAX X3			1		<=	11000
INV MAX X4				1	<=	10000
INV MAX	0.5	0.5	-1	-1	<=	0
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

14:27:23		Tuesday		November		27		2018	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	INV B. A	8.400,0000	0,2500	2.100,0000	0	basic	0,1500	M	
2	INV B. B	33.600,0000	0,1500	5.040,0000	0	basic	-0,0625	0,2500	
3	INV BN. A	11.000,0000	0,1000	1.100,0000	0	basic	-0,3400	M	
4	INV BN. B	10.000,0000	0,1200	1.200,0000	0	basic	-0,3400	M	
	Objective	Function	(Max.) =	9.440,0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	INV MAX Xi	<=	100.000,0000	37.000,0000	0	63.000,0000	M		
2	INV MAX X1	<=	25.000,0000	16.600,0000	0	8.400,0000	M		
3	INV MAX X2	<=	0	0	0,0200	-42.000,0000	83.000,0000		
4	INV MAX X3	<=	11.000,0000	0	0,4400	0	23.333,3300		
5	INV MAX X4	<=	10.000,0000	0	0,4600	0	22.333,3300		
6	INV MAX X3,X4	<=	0	0	0,3400	-21.000,0000	18.500,0000		

La solución lineal del programa aconseja a la empresa AVAXI a invertir 8400 US en la bolsa A, 33600 US en la bolsa B, 11000US en bonos A y 10000 US en bonos B, para obtener 9440 US al año. La empresa invertirá solo 63000 US por lo que tendría una holgura de 37000 US y en la inversión de la bolsa A tendría una holgura de 16600 US, finalmente la inversión de los bonos A y B se utilizaría en su totalidad.

#### 4.58. Problema resuelto 58

Un deportista desea obtener una dieta que contenga al menos 30 unidades de carbohidratos y 40 unidades de proteínas. Se le recomienda tres alimentos que contienen

carbohidratos y proteínas, El alimento GO contiene 2 unidades de carbohidratos y 3 de proteínas; El alimento BET contiene 2 unidades de carbohidratos y 1 unidad de proteína; El alimento FIT contiene 1.5 unidades de carbohidratos y 1 unidad de proteína, Si el alimento GO cuesta 15 dólares por unidad, el BET 10 dólares por unidad y el FIT 7 dólares por unidad. Plantee un modelo de programación lineal que permita establecer cuantas unidades de cada alimento deben comprarse para minimizar los costos.

Planteamiento del problema:

Alimento	Alimento GO	Alimento BET	Alimento FIT	Disponibilidad
Nutrientes				
Carbohidratos	2	2	1.5	30
Proteína	3	1	1	40
Precio (US)	15	10	7	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Número de unidades a consumir del alimento GO

$X_2$  = Número de unidades a consumir del alimento FIT

$X_3$  = Número de unidades a consumir del alimento BET

Minimizar  $Z = 15X_1 + 10X_2 + 7X_3$

Sujeto a:

$2X_1 + 2X_2 + 1.5 X_3 \geq 30$       Disponibilidad mínima de carbohidratos (Dip.Min.C)

$3 X_1 + X_2 + X_3 \geq 40$       Disponibilidad mínima de proteína (Dip.Min.P)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WinQSB:

Variable -->	A. GO	A. FIT	A. BET	Direction	R. H. S.
Minimize	15	10	7		
DIP. MIN. C.	2	2	1.5	>=	30
DIP. MIN. P.	3	1	1	>=	40
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de Reporte Combinado:

13:04:12		Tuesday		November		27		2018	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	A. GO	12,0000	15,0000	180,0000	0	basic	9,3333	21,0000	
2	A. FIT	0	10,0000	0	1,8000	at bound	8,2000	M	
3	A. BET	4,0000	7,0000	28,0000	0	basic	5,0000	8,1250	
	Objective	Function	(Min.) =	208,0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	DIP. MIN. C.	>=	30,0000	0	2,4000	26,6667	60,0000		
2	DIP. MIN. P.	>=	40,0000	0	3,4000	20,0000	45,0000		

La solución óptima del modelo anterior recomienda que no es rentable consumir el alimento FIT porque genera un aumento en el costo de US1.8 por unidad consumida, y se requieren las siguientes unidades por alimento: para el GO se requieren 12 unidades para un total de 180 dólares de contribución y para el alimento BET se requieren 4 unidades para un total de 28 dólares de contribución, quedando así el costo mínimo total en 208 dólares. Se utilizaría toda la disponibilidad de los carbohidratos y las proteínas.

#### 4.59. Problema resuelto 59

Oliver y Alan tienen una ferretería donde se preparan 3 tipos de pinturas diferentes, que son color sol, luna y tierra, el volumen de ventas de la pintura sol es por lo menos 6

unidades, la de luna es máximo 7 y tierra es por lo menos 5 al día respectivamente. Las 3 pinturas usan un ingrediente secreto, en que solo tiene la disponibilidad de 80kg diarios, sol utiliza 4kg, luna utiliza 6kg y tierra 2kg, los precios por un balde pequeño de sol cuestan \$2500, los de luna \$4000 y tierra \$1500, formule y resuelva un modelo de programación lineal en el que se pueda maximizar la utilidad.

Planteamiento del problema:

Tipos de pintura	Volumen de Ventas/día (und)	Ingrediente secreto	Ganancia x balde pequeño
Sol	6	4kg	\$2500
Luna	7	6kg	\$4000
Tierra	5	2kg	\$1500

- Formulación del modelo

$X_1$  = Unidades de color sol a producirse diariamente (UND. S.)

$X_2$  = Unidades de color luna a producirse diariamente (UND. L.)

$X_3$  = Unidades de color tierra a producirse diariamente (UND. T.)

Maximizar Z:  $2500X_1 + 4000X_2 + 1500X_3$

Sujeto a:

$X_1 \geq 6$  Vol. de Ventas. MIN. S (C1)

$X_2 \leq 7$  Vol. de Ventas. MAX. L (C2)

$X_3 \geq 5$  Vol. de Ventas. MIN. T (C3)

$4X_1 + 6X_2 + 2X_3 \leq 80$  Disp. MAX. I. Secreto (C4)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WinQSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>2500</b>	<b>4000</b>	<b>1500</b>		
<b>C1</b>	<b>1</b>			<b>&gt;=</b>	<b>6</b>
<b>C2</b>		<b>1</b>		<b>&lt;=</b>	<b>7</b>
<b>C3</b>			<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>5</b>
<b>C4</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>&lt;=</b>	<b>80</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de Reporte Combinado:

	15:05:22		Thursday	January	10	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	6	2500	15000	0	basic	-M	3000
2	X2	0	4000	0	-500	at bound	-M	4500
3	X3	28	1500	42000	0	basic	1333.33337402344	M
	Objective	Function	(Max.) =	57000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	6	>=	6	0	-500	0	17.5
2	C2	0	<=	7	7	0	0	M
3	C3	28	>=	5	23	0	-M	28
4	C4	80	<=	80	0	750	34	M

La solución óptima del modelo indica que no se debería producir unidades del color luna, no es rentable, porque generan una pérdida de \$500 por unidad producida y su volumen de ventas no cumple ni con el requisito de 7 unidades en venta indicado en el enunciado del problema, para tener una mayor utilidad debería preparar 6 unidades del color sol y 28 unidades del color tierra, para obtener un total de ganancia de \$57000. El volumen de ventas mínimas del color sol se vendería en su totalidad y en el color tierra tendría un excedente de 23 unidades producidas de más sobre el volumen de venta mínimo. La disponibilidad máxima del ingrediente se utilizó en su totalidad.

#### 4.60. Problema resuelto 60

Una empresa produce 3 tipos de dulces: bombones, pipas y chupetas, para ello utiliza 3 máquinas para su fabricación:

La 1ra maquina: produce en 4 minutos, una bolsa de chupetas, en 2 minutos una bolsa de pipas y 5 minutos una bolsa de bombones

La 2da maquina: produce en 5 minutos, una bolsa de chupetas, en 1 minutos una bolsa de pipas y 4 minutos una bolsa de bombones

La 3ra maquina: produce en 1 minutos, una bolsa de chupetas, en 3 minutos una bolsa de pipas y 6 minutos una bolsa de bombones

La empresa dispone para cada máquina el siguiente tiempo en minutos: 1ra maquina (200), 2da maquina (380) y 3ra maquina (245). La ganancia que se obtiene por cada producto creado es \$ 10 por bolsa de chupetas, \$8 por bolsa de pipas y \$20 por bolsa de bombones. Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

Productos	bombones( $x_1$ ) min/und	chupetas( $x_2$ ) min/und	pipas( $x_3$ ) min/und	disponib. (min)
Maquinas				
maquina 1	5	4	2	200
maquina 2	4	5	1	380
maquina 3	6	1	3	245
ganancia	\$20	\$10	\$8	

- Formulación del modelo

$X_1$ = Numero de bolsas de bombones a producir en cualquier maquina

$X_2$ =Numero de bolsas de chupetas a producir en cualquier maquina

$X_3$ = Numero de bolsas de pipas a producir en cualquier maquina

Maximizar  $Z= 20 X_1 + 10 X_2 + 8 X_3$

Sujeto a:

$$5X_1 + 4X_2 + 2X_3 \leq 200 \text{ Cantidad máx. de producción maquina 1(C1)}$$

$$4X_1 + 5X_2 + X_3 \leq 380 \text{ Cantidad máx. de producción maquina 2(C2)}$$

$$6X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 245 \text{ Cantidad máx. de producción maquina 3(C3)}$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
Maximize	20	10	8		
C1	5	4	2	<=	200
C2	4	5	1	<=	380
C3	6	1	3	<=	245
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla reporte combinado:

13:58:55		Wednesday	November	28	2018			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	40.0000	20.0000	800.0000	0	basic	20.0000	M
2	X2	0	10.0000	0	-6.0000	at bound	-M	16.0000
3	X3	0	8.0000	0	0	at bound	-M	8.0000
Objective Function		(Max.) =	800.0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)	
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	C1	200.0000	<=	200.0000	0	4.0000	0	204.1667
2	C2	160.0000	<=	380.0000	220.0000	0	160.0000	M
3	C3	240.0000	<=	245.0000	5.0000	0	240.0000	M

Se le recomienda a la empresa fabricar 40 bolsas de bombones para obtener utilidades por venta de \$ 800. No se recomienda la producción de bolsas de chupetas y bolsas de pipas puesto que no producen ninguna rentabilidad a la empresa de dulces y en el caso de la bolsa

de chupetas fabricada produciría pérdidas por \$6 la unidad fabricada. El tiempo disponible de la maquina una se utilizó en su totalidad, mientras que la disponibilidad de las maquinas 2 y 3 presentaría una holgura de 220 y 5 minutos respectivamente.

#### 4.61. Problema resuelto 61

Un destacamento militar formado por 50 ARTILLEROS, 36 BOMBARDEROS, 22 de ASALTO, y 120 soldados de infantería como tropa de apoyo, ha de transportarse hasta una posición estratégica importante. En el parque de la base se dispone de 4 tipos de tanques A, B, C, y D, acondicionados para transporte de tropas. El número de personas que cada vehículo puede transportar es 10, 7, 6, y 9 respectivamente, de la forma en que se detalla en la siguiente tabla:

Militares	Artilleros	bombarderos	asalto	infantería
Tanques				
A	3	2	1	4
B	1	1	2	3
C	2	1	2	1
D	3	2	3	1

El combustible necesario para que cada vehículo llegue hasta el punto de destino se estima en 160, 80, 40, y 120 litros respectivamente. Si queremos ahorrar combustible, ¿cuántos vehículos de cada tipo habrá que utilizar para que el consumo sea el mínimo posible?

- Formulación del modelo

$X_1$ = número de vehículos de tipo A

$X_2$ = número de vehículos de tipo B

$X_3$ = número de vehículos de tipo C

$X_4$ = número de vehículos de tipo D

Minimizar  $Z = 160 X_1 + 80X_2 + 40 X_3 + 120 X_4$

Sujeto a:

$$3 X_1 + X_2 + 2 X_3 + 3 X_4 \geq 50 \quad \text{Artilleros a transportar}$$

$$2 X_1 + X_2 + X_3 + 2 X_4 \geq 36 \quad \text{Bombarderos a transportar}$$

$$X_1 + 2 X_2 + 2 X_3 + 3 X_4 \geq 22 \quad \text{Asalto a transportar}$$

$$4 X_1 + 3 X_2 + X_3 + X_4 \geq 120 \quad \text{Infantería a transportar}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	TIPO A	TIPO B	TIPO C	TIPO D	Direction	R. H. S.
Minimize	160	80	40	120		
ARTILLEROS	3	1	2	3	>=	50
BOMBARDEF	2	1	1	2	>=	36
ASALTO	1	2	2	3	>=	22
INFANTERÍA	4	3	1	1	>=	120
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de Reporte Combinado:

17:31:52		Thursday		November		29		2018	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	TIPO A	0	160,0000	0	40,0000	at bound	120,0000	M	
2	TIPO B	38,0000	80,0000	3,040,0000	0	basic	20,0000	120,0000	
3	TIPO C	6,0000	40,0000	240,0000	0	basic	26,6667	80,0000	
4	TIPO D	0	120,0000	0	72,0000	at bound	48,0000	M	
	Objective	Function	(Min.) =	3,280,0000					
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	ARTILLEROS	50,0000	>=	50,0000	0	8,0000	40,0000	240,0000	
2	BOMBARDEOS	44,0000	>=	36,0000	8,0000	0	-M	44,0000	
3	ASALTO	88,0000	>=	22,0000	66,0000	0	-M	88,0000	
4	INFANTERÍA	120,0000	>=	120,0000	0	24,0000	80,0000	150,0000	

La solución óptima del modelo muestra que no es recomendable utilizar vehículos del Tipo A y D para ahorrar combustible porque generaría un aumento de 40 y 72 litros respectivamente por cada desino a utilizar, y se requieren 38 Vehículos tipo B y 6 vehículos tipo C para que el consumo de combustible sea el mínimo, quedando así el consumo mínimo de combustible en 3.280 litros para transportar el estancamiento militar. Se transportaría el total de militares de artillería y el total de militares de infantería; Mientras que se tendría un exceso de 8 militares transportados de bombarderos y de 66 militares transportados de asalto.

#### 4.62. Problema resuelto 62

CONFETTI dispone de tres combos de dulces para sus clientes. El primero se vende a \$45000 y contiene 1500 g de chocolate, 750 g de galleta, 1000 g de gomas y 2500 g de marmelos. El segundo combo se vende a \$60000 y contiene 4000 g de chocolate, 500 g de galleta, 2500 g de gomas y 2000 g de marmelos. El tercer combo se vende a \$75000 y contiene 4000 g de chocolate, 1500 g de galleta, 3000 g de gomas y 2200 g de marmelos. Se dispone de un total de 90 kg de chocolate, 20 kg de galleta, 50 kg de gomas y 45 kg de marmelos. La empresa de embalajes solo le puede suministrar 20 cajas. ¿Cuántos combos de cada tipo convendrían fabricar para que el beneficio sea máximo?

Planteamiento de la información:

CONTENIDOS COMBOS	CONT. DE CHOCOLATE (g)	CONT. DE GALLETA (g)	CONT. DE GOMAS (g)	CONT. DE MASMELOS (g)	PRECIO DE VENTA (\$)
COMBO 1	1500	750	1000	2500	45000
COMBO 2	4000	500	2500	2000	60000
COMBO 3	4000	1500	3000	2200	75000
DISPONIBILIDAD (Kg)	90	20	50	45	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Numero de combos del tipo 1 a fabricar

$X_2$  = Numero de combos del tipo 2 a fabricar

$X_3$  = Numero de combos del tipo 3 a fabricar

Maximizar  $Z = 45000 X_1 + 60000 X_2 + 75000 X_3$

Sujeto a:

$1500 X_1 + 4000 X_2 + 4000 X_3 \leq 90000$  Disponibilidad máxima de chocolate (C1)

$750 X_1 + 500 X_2 + 1500 X_3 \leq 20000$  Disponibilidad máxima de galletas (C2)

$1000 X_1 + 2500 X_2 + 3000 X_3 \leq 50000$  Disponibilidad máxima de gomas (C3)

$2500 X_1 + 2000 X_2 + 2200 X_3 \leq 45000$  Disponibilidad máxima de marmelos (C4)

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 20$  Disponibilidad máxima de cajas (C5)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>45000</b>	<b>60000</b>	<b>75000</b>		
<b>C1</b>	<b>1500</b>	<b>4000</b>	<b>4000</b>	<b>&lt;=</b>	<b>90000</b>
<b>C2</b>	<b>750</b>	<b>500</b>	<b>1500</b>	<b>&lt;=</b>	<b>20000</b>
<b>C3</b>	<b>1000</b>	<b>2500</b>	<b>3000</b>	<b>&lt;=</b>	<b>50000</b>
<b>C4</b>	<b>2500</b>	<b>2000</b>	<b>2200</b>	<b>&lt;=</b>	<b>45000</b>
<b>C5</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>20</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	21:20:20		Friday	November	30	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	3,08	45.000,00	138.461,60	0	basic	25.833,33	63.750,00
2	X2	7,69	60.000,00	461.538,40	0	basic	35.000,00	67.500,00
3	X3	9,23	75.000,00	692.307,70	0	basic	65.000,00	106.363,60
	Objective	Function	(Max.) =	1.292.308,00				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	72.307,69	<=	90.000,00	17.692,31	0	72.307,69	M
2	C2	20.000,00	<=	20.000,00	0	9,23	10.000,00	24.772,73
3	C3	50.000,00	<=	50.000,00	0	11,54	44.166,67	55.000,00
4	C4	43.384,61	<=	45.000,00	1.615,38	0	43.384,62	M
5	C5	20,00	<=	20,00	0	26.538,46	17,78	20,64

La solución óptima del programa lineal recomienda fabricar 3 combos tipo 1; 8 combos tipo 2 y 9 combos tipo 3 para obtener una ganancia de \$1.292.308. Con el modelo se dejarían de utilizar 17.692 g de chocolate y 1.615 g de marmelos y los gramos de galleta y gomas se utilizaron en su totalidad. Así mismo las cajas se utilizaron completamente.

#### 4.63. Problema resuelto 63

Diamont's Joyería fabrica tres clases de anillos. El anillo de compromiso precisa 2g de oro y 1 diamante, para la fabricación del anillo de grado se emplean 3.0 g de oro, 1/4 de diamante, y para el anillo de 15 años el orfebre utiliza 2,5 g de oro, 1/2 de diamante. El precio de venta para los anillos son US 1200, US 800, US 150 respectivamente, la joyería dispone de 600 g de Oro y 50 diamantes. El gerente desea conocer cuántas joyas de cada clase han de fabricar en el taller para aumentar las utilidades en esta temporada.

Planteamiento del problema:

Material	Oro (gramos)	Diamante/Unidad	Precio de Venta US
Tipo de anillo			
Compromiso	2	1	1200
Graduación	3	1/4	800
15 años	2,5	1/2	150
Disponibilidad	600	50	

- Formulación del modelo

$X_1$ = Cantidad de anillos de compromiso a fabricar

$X_2$ = Cantidad de anillos de graduación a fabricar

$X_3$ = Cantidad de anillos de 15 años a fabricar

Maximizar  $Z = 1200X_1 + 800X_2 + 150X_3$

Sujeto a:

$2X_1 + 3X_2 + 2,5X_3 \leq 600$  Cantidad máxima de oro a utilizar en las joyas (C1)

$X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{2}X_3 \leq 50$  Cantidad máxima de diamantes a usar en las joyas (C2)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	1200	800	150		
<b>C1</b>	2	3	2,5	<=	600
<b>C2</b>	1	0,25	0,5	<=	50
<b>LowerBound</b>	0	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	21:54:31		Friday	November	30	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	50,00	1.200,00	60.000,00	0	basic	32,00	M
2	X2	0	800,00	0	-29.200,00	at bound	-M	30.000,00
3	X3	0	150,00	0	-5.850,00	at bound	-M	6.000,00
	Objective	Function	(Max.) =	60.000,00				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	100,00	<=	600,00	500,00	0	100,00	M
2	C2	50,00	<=	50,00	0	1.200,00	0	300,00

Para el caso se le recomienda a la Joyería fabricar 50 anillos de compromiso para obtener ingresos por ventas de 60.000 US y ninguno de graduación, puesto que cada unidad producida generaría una pérdida de 29.200 US y tampoco de quince años porque generaría una pérdida de 5.850 US. En cuanto a la cantidad de oro a utilizar en las joyas se dejarían de emplear 500 g de oro y se emplearía en su totalidad la cantidad de diamantes.

#### 4.64. Problema resuelto 64

Una señora ama de casa que hace poco montó un establecimiento comercial está pensando en que productos invertir un dinero que adquirió ahorrando durante mucho tiempo el cual tiene una suma de \$20.000. Su tienda es un local donde se venden diferentes tipos de comida, cuenta con un menú amplio de comidas rápidas. El negocio funciona comprando los componentes principales como el pan, las salchichas, las salsas, vegetales, papas y demás al mayor, para lo cual se tiene establecido el costo por unidad y preparando los platillos más pedidos; se ha hecho un análisis para tomar los datos de los productos que más se solicitan diariamente. Se recolectaron los datos de la cantidad de los platillos que más se venden y la encuesta arrojó los siguientes resultados mínimos para preparación diaria 100 perros calientes, 200 hamburguesas mixtas, 150 salchipapas, 300 sándwiches y 200

chorizos. En la siguiente tabla muestra el costo por unidad de cada platillo y la utilidad para cada uno.

Platos	Costo por unidad	Precio de venta	Utilidad
perros calientes	\$3.000	\$5.000	\$2.000
hamburguesas mixtas	\$2.500	\$4.000	\$1.500
Salchipapas	\$5.000	\$7.000	\$2.000
Sándwiches	\$6.000	\$7.000	\$1.000
Chorizos	\$3.500	\$5.000	\$1.500

Plantee un programa lineal para que la señora determine cual son los platillos que le genere una mayor ganancia para aumentar así la comercialización de este, maximizando las utilidades

- Formulación del modelo

$X_i$ =Número de platillos tipo  $i$  a preparar por la señora en el día.

$$X_i \left\{ \begin{array}{l} X_1 = \text{Perros calientes} \\ X_2 = \text{Hamburguesas mixtas} \\ X_3 = \text{Salchipapas} \\ X_4 = \text{Sándwiches} \\ X_5 = \text{Chorizos} \end{array} \right.$$

$$\text{Maximizar } Z = 2000X_1 + 1500X_2 + 2000X_3 + 1000X_4 + 1500X_5$$

Sujeto a:

$$3000X_1 + 2500X_2 + 5000X_3 + 6000X_4 + 3500X_5 \leq 20000 \quad \text{Pres. Max. (PRE MAX)}$$

$$X_1 \leq 100 \quad \text{máxima demanda de perros calientes (DM P)}$$

$$X_2 \leq 200 \quad \text{máxima demanda de hamburguesas (DM H)}$$

$$X_3 \leq 150 \quad \text{máxima demanda de salchipapas (DM SP)}$$

$$X_4 \leq 300 \quad \text{máxima demanda de sándwiches (SM S)}$$

$$X_5 \leq 200 \quad \text{máxima demanda de chorizos (DM C)}$$

$$X_i \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	Direction	R. H. S.
Maximize	2000	1500	2000	1000	1500		
PRE MAX	3000	2500	5000	6000	3500	<=	20000
DM P	1	0	0	0	0	<=	100
DM H	0	1	0	0	0	<=	200
DM SP	0		1			<=	150
SM S				1		<=	300
DM C					1	<=	200
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de Reporte Combinado:

	23:23:37		Thursday	November	29	2018		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	6,6667	2.000,0000	13.333,3300	0	basic	1.800,0000	M
2	X2	0	1.500,0000	0	-166,6667	at bound	-M	1.666,6670
3	X3	0	2.000,0000	0	-1.333,3330	at bound	-M	3.333,3330
4	X4	0	1.000,0000	0	-3.000,0000	at bound	-M	4.000,0000
5	X5	0	1.500,0000	0	-833,3333	at bound	-M	2.333,3330
	Objective	Function	(Max.) =	13.333,3300				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	PRE MAX	20.000,0000	<=	20.000,0000	0	0,6667	0	300.000,0000
2	DM P	6,6667	<=	100,0000	93,3333	0	6,6667	M
3	DM H	0	<=	200,0000	200,0000	0	0	M
4	DM SP	0	<=	150,0000	150,0000	0	0	M
5	SM S	0	<=	300,0000	300,0000	0	0	M
6	DM C	0	<=	200,0000	200,0000	0	0	M

La solución óptima del programa lineal recomienda a la señora invertir en la producción de perros calientes, puesto que 7 perros calientes le darán una ganancia de \$13.333 al

invertir el presupuesto máximo sacado de sus ahorros, mientras que la preparación de los otros platillos le dejarían perdidas como se observa en la tabla de reporte combinado, por unidad preparada (columna Reduced Cost). El presupuesto máximo de \$20.000 se utilizaría en su totalidad y los perros calientes tendrían una holgura de 93 platillos que se dejarían de preparar, las demás restricciones serían solo holguras totales al no haber recomendación de preparación de los otros platillos.

#### 4.65. Problema resuelto 65

Desde dos fábricas A y B se deben distribuir pares de zapatos a 3 almacenes de calzado del centro. La fábrica A dispone de 1200 pares de zapatos diarios y la B dispone de 2000, los cuales se reparten totalmente. El almacén 1 necesita diariamente mínimo 900 pares de zapatos, el almacén 2 necesita mínimo 1100 y el 3 necesita mínimo 1200 pares diarios. El costo del transporte en dólares desde cada fábrica a cada almacén por par enviado se relaciona en la siguiente tabla:

FABRICA	ALMACEN 1	ALMACEN 2	ALMACEN 3
A	US15	US20	US25
B	US20	US15	US15

Formule un modelo de programación lineal para minimizar el costo de transporte.

Planteamiento del problema:

ALMACEN	ALM. 1 COSTO (US)	ALM. 2 COSTO (US)	ALM. 3 COSTO (US)	DISP. PARES
FABRICA				
A	15	20	25	1000
B	20	15	15	1200
DDA.MIN.DIA/ PARES	900	1100	1200	

- Formulación del modelo

$X_{ij}$  = cantidad de pares de zapatos a enviar de la fabrica tipo i al almacen tipo j

i = Fabricas A, B                      j = Almacenes 1, 2,3

Minimizar  $Z = 15X_{A1} + 20X_{A2} + 25X_{A3} + 20X_{B1} + 15X_{B2} + 15X_{B3}$

Sujeto a:

$X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} \leq 1200$  DISP. MAX. FAB. A

$X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} \leq 2000$  DISP. MAX. FAB. B

$X_{A1} + X_{B1} \geq 900$                       DDA. ALM. 1

$X_{A2} + X_{B2} \geq 1100$                       DDA. ALM. 2

$X_{A3} + X_{B3} \geq 1200$                       DDA. ALM. 3

$X_{ij} \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

$X_{A1} = X1$ ,  $X_{A2} = X2$ ,  $X_{A3} = X3$ ,  $X_{B1} = X4$ ,  $X_{B2} = X5$ ,  $X_{B3} = X6$

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	direction	R. H. S.
Minimize	15	20	25	20	15	15		
DISP.MAX.FAB.A	1	1	1	0	0	0	<=	1200
DISP.MAXI.FAB.B	0	0	0	1	1	1	<=	2000
DDA.ALMAC.1	1	0	0	1	0	0	>=	900
DDA.ALMAC.2	0	1	0	0	1	0	>=	1100
DDA.ALMAC.3	0	0	1	0	0	1	>=	1200
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	900,0000	15,0000	13.500,0000	0	basic	0	25,0000
2	X2	300,0000	20,0000	6.000,0000	0	basic	15,0000	25,0000
3	X3	0	25,0000	0	5,0000	at bound	20,0000	M
4	X4	0	20,0000	0	10,0000	at bound	10,0000	M
5	X5	800,0000	15,0000	12.000,0000	0	basic	10,0000	20,0000
6	X6	1.200,0000	15,0000	18.000,0000	0	basic	-5,0000	20,0000
	Objective	Function	(Min.) =	49.500,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	DISP.MAX.FAB.A	1.200,0000	<=	1.200,0000	0	0	1.200,0000	M
2	DISP.MAXI.FAB.B	2.000,0000	<=	2.000,0000	0	-5,0000	2.000,0000	2.300,0000
3	DDA.ALMAC.1	900,0000	>=	900,0000	0	15,0000	0	900,0000
4	DDA.ALMAC.2	1.100,0000	>=	1.100,0000	0	20,0000	800,0000	1.100,0000
5	DDA.ALMAC.3	1.200,0000	>=	1.200,0000	0	20,0000	900,0000	1.200,0000

Se recomienda al fabricante de calzado para que minimice el costo de transporte a 49.500US, que la fábrica A debería enviar 900 pares de zapatos al almacén 1, 300 al almacén 2 y no enviar nada al almacén 3, puesto que si se envían pares de zapatos sus costos aumentaran 5 US por cada par. La fábrica B debería enviar 800 pares al almacén 2, 1200 pares al almacén 3 y no enviar nada al almacén 1 puesto que si se hacen envíos sus costos aumentaran 10US por cada par de zapatos enviado. La disponibilidad máxima de cada fábrica y la demanda mínima de cada almacén son satisfechas en su totalidad.

#### 4.66. Problema resuelto 66

La empresa ZERO DENIM tiene dos plantas y le distribuye a 3 locales en la ciudad de Cúcuta. La primera planta tiene una capacidad de producción máxima de 5000 Jeans y la segunda planta una capacidad máxima de 2000 Jeans. La demanda del primer local es de 1500 Jeans, el segundo es de 2000 Jeans y el tercero de 2500 Jeans. Los costos de fabricación del producto se indican en la siguiente tabla precios de fabricación unitarios.

	LOCAL 1	LOCAL 2	LOCAL 3
PLANTA 1	\$60.000	\$50.000	\$62.000
PLANTA 2	\$36.000	\$38.000	\$42.000

Formule y resuelva un modelo de programación lineal que determine un programa de embarques que satisfaga la demanda a un menor costo.

Planteamiento del problema:

LOCALES				
PLANTAS	local 1	local 2	local 3	cap. Producción
planta 1	\$60.000	\$50.000	\$62.000	5000
planta 2	\$36.000	\$38.000	\$42.000	2000
Demanda	1500	2000	2500	

- Formulación del modelo

$X_{ij}$  = cantidad en unidades de jeans a enviar de la planta tipo  $i$  al local tipo  $j$

$i$  = Planta 1 (A), Planta 2 (B)       $j$  = Local 1(1), Local 2(2), Local 3 (3)

$$\text{Minimizar } Z = 60.000X_{A1} + 50.000X_{A2} + 62.000X_{A3} + 36.000X_{B1} + 38.000X_{B2} + 42.000X_{B3}$$

Sujeto a:

$$X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} \leq 5000 \text{ CAP. PN. MAX. PLA. A}$$

$$X_{B1} + X_{B2} + X_{B3} \leq 2000 \text{ CAP. PN. MAX. PLA. B}$$

$$X_{A1} + X_{B1} \geq 1500 \quad \text{DDA. LOC. 1}$$

$$X_{A2} + X_{B2} \geq 2000 \quad \text{DDA. LOC. 2}$$

$$X_{A3} + X_{B3} \geq 2500 \quad \text{DDA. LOC. 3}$$

$$X_{ij} \geq 0$$

$$X_{A1} = X_1, X_{A2} = X_2, X_{A3} = X_3, X_{B1} = X_4, X_{B2} = X_5, X_{B3} = X_6$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	X6	Direction	R. H. S.
Minimize	60000	50000	62000	36000	38000			
CAP.PN.MAX	1	1	1	0	0	0	<=	5000
CAP.PN.MAX	0	0	0	1	1	1	<=	2000
DDA.LOC.1	1	0	0	1	0	0	>=	1500
DDA.LOC.2	0	1	0	0	1	0	>=	2000
DDA.LOC.3	0	0	1	0	0	1	>=	2500
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	60.000,0000	0	4.000,0000	at bound	56.000,0000	M
2	X2	2.000,0000	50.000,0000	100.000.000,0000	0	basic	0	58.000,0000
3	X3	2.000,0000	62.000,0000	124.000.000,0000	0	basic	54.000,0000	66.000,0000
4	X4	1.500,0000	36.000,0000	54.000.000,0000	0	basic	-20.000,0000	40.000,0000
5	X5	0	38.000,0000	0	8.000,0000	at bound	30.000,0000	M
6	X6	500,0000	42.000,0000	21.000.000,0000	0	basic	38.000,0000	50.000,0000
	Objective	Function	(Min.) =	299.000.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CAP.MAX.PLANT.A	4.000,0000	<=	5.000,0000	1.000,0000	0	4.000,0000	M
2	CAP.MAX.PLANT.B	2.000,0000	<=	2.000,0000	0	-20.000,0000	1.500,0000	4.000,0000
3	DDA.LOCAL1	1.500,0000	>=	1.500,0000	0	56.000,0000	0	2.000,0000
4	DDA.LOCAL2	2.000,0000	>=	2.000,0000	0	50.000,0000	0	3.000,0000
5	DDA.LOCAL3	2.500,0000	>=	2.500,0000	0	62.000,0000	500,0000	3.500,0000

Se le recomienda a la empresa según la solución óptima, para que sus costos disminuyan, distribuir desde la planta A 2000 jeans a los locales 2 y 3 y al local 1 no debería enviarle nada, puesto que por cada jean que se envié su costo aumenta en \$4000. La planta B deberá distribuir 1500 jeans al almacén 1, 500 al almacén 3 y no enviar nada al almacén 2 puesto que por cada jean enviado sus costos aumentan en \$8000. De esta forma la empresa minimizará sus costos totales a \$299.000.000. La demanda de todos los locales se satisfizo totalmente, como también la capacidad máxima de la planta B, que fue utilizada

completamente. La capacidad máxima de la planta A no sería utilizada en su totalidad, habría una holgura de 1000 jeans no producidos.

#### 4.67. Problema resuelto 67

La empresa Nutresa de la ciudad de Cúcuta produce 3 tipos de galletas de diferentes sabores, de chocolate, vainilla y arequipe utilizando 3 máquinas para su fabricación. La máquina 1 produce en 2 minutos una caja de galletas de chocolate, en un minuto una caja de vainilla y en 3 minutos una caja de galletas de arequipe. La máquina 2 produce en 1 minuto una caja de galleta de chocolate, en 3 minutos una caja de vainilla y en 2 minutos y una caja de arequipe. La máquina 3 produce en 2 minutos una caja de chocolates en 1 minuto, una caja de vainilla en 2 minutos, una caja de arequipe. La empresa tiene una disponibilidad de 180 minutos para la maquina 1, 300 minutos para la maquina 2 y 240 minutos para la maquina 3 diariamente. La ganancia que produce una caja de galleta de chocolate es de \$6 la de vainilla \$5 y las de arequipe es de \$4 considerando la información anterior la empresa cuantas cajas de galletas debe producir para maximizar las ganancias?

Planteamiento de la información:

	<b>CHOCOLATE (X1)</b>	<b>VAINILLA (X2)</b>	<b>AREQUIPE (X3)</b>	<b>DISPONIBILIDAD</b>
<b>MAQUINA 1</b>	<b>2 MIN</b>	<b>1MIN</b>	<b>3MIN</b>	<b>180MIN</b>
<b>MAQUINA 2</b>	<b>1MIN</b>	<b>3MIN</b>	<b>2MIN</b>	<b>300MIN</b>
<b>MAQUINA 3</b>	<b>2MIN</b>	<b>1MIN</b>	<b>2MIN</b>	<b>240MIN</b>
<b>GANANCIA</b>	<b>\$ 6</b>	<b>\$ 5</b>	<b>\$ 4</b>	

- Formulación del modelo

$X_1$  =Numero de cajas de galletas a producir de chocolate

$X_2$  =Numero de cajas de galletas a producir de vainilla

$X_3$  = Numero de cajas de galletas a producir de arequipe

Maximizar  $Z = 6X_1 + 5X_2 + 4X_3$

Sujeto a:

$2X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 180$  Dis. Max. Maq 1

$X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 300$  Dis. Max. Maq 2

$2X_1 + X_2 + 2X_3 \leq 240$  Dis. Max. Maq 3

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo por WIN QSB,

Variable -->	CHOCOLATE	VAINILLA	AREQUIPE	Direction	R. H. S.
Maximize	6	5	4		
Dis Max Maq	2	1	3	<=	180
Dis Max Maq	1	3	2	<=	300
Dis Max Maq	2	1	2	<=	240
LowerBound	0	0	0		
UpperBound	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

05:04:54		Saturday	December	01	2018		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 CHOCOLATE	48,0000	6,0000	288,0000	0	basic	2,1429	10,0000
2 VAINILLA	84,0000	5,0000	420,0000	0	basic	3,0000	18,0000
3 AREQUIPE	0	4,0000	0	-5,4000	at bound	-M	9,4000
Objective	Function	(Max.) =	708,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 Dis Max Maq 1	180,0000	<=	180,0000	0	2,6000	100,0000	240,0000
2 Dis Max Maq 2	300,0000	<=	300,0000	0	0,8000	90,0000	540,0000
3 Dis Max Maq 3	180,0000	<=	240,0000	60,0000	0	180,0000	M

De acuerdo a la solución presentada por WIN QSB, se le recomienda a la empresa producir 48 Cajas de galletas de chocolate y 84 cajas de galletas de vainilla para una ganancia máxima de \$708, no se recomienda producir cajas de arequipe, puesto que la producción de estas genera una pérdida de \$5.4 por caja producida, de esta forma la empresa recibiría utilidades por \$708. La disponibilidad de minutos de las maquinas 1 y 2 se utilizaron en su totalidad y con respecto a la maquina 3 se dejaron de utilizar 60 minutos de la disponibilidad de 240.

#### 4.68. Problema resuelto 68

Un establecimiento de fabricación de cremas faciales ofrece al mercado tres tipos de cremas: A: De calidad baja, compuesta en un 20% de ácido hialurónico, 30% de protector solar y 40% de vitaminas C y E. B: De calidad regular, compuesta en un 25% de ácido hialurónico, 40% de protector solar y 35% de vitaminas C y E. C: De calidad alta, compuesta en un 50% de ácido hialurónico, 30% de protector solar y 25% de vitaminas C y E. Cada semana la fábrica cuenta con 2000 kilogramos de ácido hialurónico, 1400 kilogramos de protector solar y 1600 kilogramos de vitaminas C y E. ¿Cuántos kilogramos de cada mezcla debería producir este establecimiento a fin de maximizar sus utilidades si las ganancias son de \$80 US por cada kilo de la crema de calidad baja, \$73 US por cada kilogramo de la crema de calidad regular y \$35 US por cada kilogramo de la crema de calidad alta?

Planteamiento de la información

COMPOSICION CREMA	Ácido hialuronico	Protector solar	Vitaminas C y E	Utilidad/ kg
Baja	20%	30%	40%	80 US
Regular	25%	40%	35%	73 US
Alta	50%	30%	25%	35 US
kilos disponibles	2000	1400	1600	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de kilogramos de la crema de calidad baja

$X_2$  = Cantidad de kilogramos de la crema de calidad regular

$X_3$  = Cantidad de kilogramos de la crema de calidad alta

Maximizar  $Z = 80 X_1 + 73 X_2 + 35 X_3$

Sujeto a:

$0.20X_1 + 0.25X_2 + 0.50X_3 \leq 2000$  Disponibilidad de ácido hialurónico

$0.30X_1 + 0.40X_2 + 0.30X_3 \leq 1400$  Disponibilidad de protector solar

$0.40X_1 + 0.35X_2 + 0.25X_3 \leq 1600$  Disponibilidad de vitaminas C y E

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>80</b>	<b>73</b>	<b>35</b>		
<b>DISP. A.H.</b>	<b>0.20</b>	<b>0.25</b>	<b>0.50</b>	<b>&lt;=</b>	<b>2000</b>
<b>DISP. P.S.</b>	<b>0.30</b>	<b>0.40</b>	<b>0.30</b>	<b>&lt;=</b>	<b>1400</b>
<b>DISP. VIT. CyE</b>	<b>0.40</b>	<b>0.35</b>	<b>0.25</b>	<b>&lt;=</b>	<b>1600</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	15:55:25		Monday	January	21	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	2,727.27	80.00	218,181.84	0	basic	54.75	83.43
2	X2	1,454.55	73.00	106,181.80	0	basic	70.00	106.67
3	X3	0	35.00	0	-17.45	at bound	-M	52.45
	Objective	Function	(Max.) =	324,363.66				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	DISP. A.H.	909.09	<=	2,000.00	1,090.91	0	909.09	M
2	DISP. P.S.	1,400.00	<=	1,400.00	0	21.82	1,200.00	1,828.57
3	DISP. VIT. CyE	1,600.00	<=	1,600.00	0	183.64	1,225.00	1,866.67

El establecimiento debería producir 2.727 kg de la crema de calidad baja y 1.456 kg de la crema de calidad regular, mientras que la crema de calidad alta no se debería producir puesto que 1 kg producido dejaría una pérdida de US17.5. De esta forma el establecimiento ganaría US 324.364. La disponibilidad de ácido hialurónico no se utilizaría en su totalidad, se dejarían de utilizar 1.091 kg, mientras que la disponibilidad de protector solar y de vitamina C y E se utilizarían totalmente.

#### 4.69. Problema resuelto 69

Un pastelero tiene 250 Kg de harina, 82 Kg de azúcar, 295 Kg de mantequilla y 180 Kg de leche para hacer 4 tipos de pastelillos el cual se fabrican de manera descendente en su tamaño, es decir grande, mediano, pequeño y mini. Para ello cada pastelillo debe de tener una cantidad asignada y va disminuyendo la mitad del anterior pastelillo: para hacer la primera docena de pastelillos se necesita 40 Kg de harina, 12 Kg de azúcar, 20 Kg de mantequilla y 28 de leche. El beneficio que obtiene por cada docena de cada tipo de pastelillos es de 28, 24, 20 y 16 dólares.

PATELILLOS	HARINA (Kg)	AZUCAR (Kg)	MATEQUILLA (Kg)	LECHE (Kg)	BENEFICIO (Dólares)
GRANDE	40	12	20	28	\$28
MEDIANO	20	6	10	14	\$24
PEQUEÑO	10	3	5	7	\$20
MINI	5	1.5	2.5	3.5	\$16
DISPONIBILIDAD AD	250	82	295	180	

Hallar el número de docenas a fabricar de cada tipo de pastelillos mediante un modelo de programación lineal.

- Formulación del modelo

$X_i$  = cantidad de docenas de pastelillos tipo  $i$  a fabricar.

$i$ : Grande = G

Mediano = M

Pequeño = P

Mini = N

$X_G$  = cantidad de docenas de pastelillos grandes a fabricar.

$X_M$  = cantidad de docenas de pastelillos medianos a fabricar.

$X_P$  = cantidad de docenas de pastelillos pequeños a fabricar.

$X_N$  = cantidad de docenas de pastelillos mini a fabricar.

Maximizar Z:  $28X_G + 24X_M + 20X_P + 16X_N$

Sujeto a:  $40X_G + 20X_M + 10X_P + 5X_N \leq 250$  DISP.MAX.HARINA

$12X_G + 6X_M + 3X_P + 1.5X_N \leq 82$  DISP.MAX.AZUCAR

$20X_G + 10X_M + 5X_P + 2.5X_N \leq 295$  DISP.MAX.MANTEQUILLA

$28X_G + 14X_M + 7X_P + 3.5X_N \leq 180$  DISP.MAX.LECHE

$X_i \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	XG	XM	XP	XN	Direction	R. H. S.
Maximize	28	24	20	16		
DISP.MAX.HRN	40	20	10	5	<=	2
DISP.MAX.AZCR	12	6	3	1.5	<=	
DISP.MAX.MAQLL	20	10	5	2.5	<=	2
DISP.MAX.LECHE	28	14	7	3.5	<=	1
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	08:24:09		Thursday	May	23	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	XG	0	28,0000	0	-100,0000	at bound	-M	128,0000
2	XM	0	24,0000	0	-40,0000	at bound	-M	64,0000
3	XP	0	20,0000	0	-12,0000	at bound	-M	32,0000
4	XN	50,0000	16,0000	800,0000	0	basic	10,0000	M
	Objective	Function	(Max.) =	800,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	DISP.MAX.HRN	250,0000	<=	250,0000	0	3,2000	0	257,1429
2	DISP.MAX.AZCR	75,0000	<=	82,0000	7,0000	0	75,0000	M
3	DISP.MAX.MAQLLA	125,0000	<=	295,0000	170,0000	0	125,0000	M
4	DISP.MAX.LECHE	175,0000	<=	180,0000	5,0000	0	175,0000	M

De acuerdo a la solución óptima presentada por WIN QSB se deberían producir 50 docenas de pastelillos tipo mini ya que los pastelillos tipo G, M y P no producirían beneficios. Al producir pastelillos tipo G se tendrían pérdidas de 100 dólares, al producir pastelillos tipo M se tendría pérdidas de 40 dólares y al producir pastelillos tipo P se tendría pérdidas de 12 dólares. Al fabricarse 50 docenas de pastelillos tipo mini se produciría un beneficio de 800 dólares. En la primera restricción se cumplió en su totalidad la disponibilidad de la harina para fabricar las 50 docenas de pastelillos mini. En la segunda restricción hubo una holgura de 7Kg de azúcar en la fabricación del pastelillo mini. En la tercera restricción hubo una holgura de 170kg de mantequilla en la fabricación de pastelillo

mini. Finalmente la última restricción también hubo una holgura de 5 Kg de leche en la fabricación del pastelillo mini.

#### 4.70. Problema resuelto 70

Una fábrica de uniformes deportivos confecciona 5 tipos de uniformes, el tipo A requiere de \$13000 en materiales, \$3000 en estampado, \$400 en costura y \$200 en despeluzado, el tipo B \$16000 en materiales, \$3500 en estampado, \$600 en costura y \$100 para despeluzado, el tipo C necesita lo mismo que el tipo A en materiales, \$2000 en estampado, \$350 en costura y \$150 en despeluzado, el uniforme tipo D requiere de \$18000 en materiales, \$4000 en estampado, \$300 en costura y \$230 en despeluzado, además de esto requiere de un proceso especial que tiene un valor de \$1100, por último el tipo E \$14000 en materiales, igual que el tipo A en estampado y costura, finalmente \$100 para el proceso de despeluzado.

El jefe de producción detecta que la capacidad de producción de los uniformes por semana tipo B es de mínimo 130000, del tipo C 100000 Y tipo D igual a 200000, La Fábrica debe invertir por lo menos 90000000 para los costos de la materia prima, estampado, costura, despeluzado y proceso especial. Formule un modelo de programación lineal que minimice los costos.

Planteamiento de la información

Proceso Vs Tipos de u	MATERIAS PRIMAS \$/ud	ESTAMPADO \$/ud	COSTURA \$/ud	DESPELUZADO \$/ud	PROCESO ESPECIAL \$/ud
A	13000	3000	400	200	/
B	16000	3500	600	100	/
C	13000	2000	350	150	/
D	18000	4000	300	230	1100
E	14000	3000	400	100	/

- Formulación del modelo

$X_i$  = Cantidad de uniformes deportivos tipo  $i$  a producir.

A=Uniforme tipo A

B=Uniforme tipo B

C=Uniforme tipo C

D=Uniforme tipo D

E=Uniforme tipo E

$X_A$  = Cantidad de uniformes deportivos tipo A a producir.

$X_B$  = Cantidad de uniformes deportivos tipo B a producir.

$X_C$  = Cantidad de uniformes deportivos tipo C a producir.

$X_D$  = Cantidad de uniformes deportivos tipo D a producir.

$X_E$  = Cantidad de uniformes deportivos tipo E a producir.

Minimizar  $Z = 16600X_A + 20200X_B + 15500X_C + 23630X_D + 17500X_E$

Sujeto a

$X_B \leq 130000$  Cantidad mínima de uniformes tipo B producidos en una semana

$X_C \leq 100000$  Cantidad mínima de uniformes tipo C producidos en una semana

$X_D = 200000$  Cantidad mínima de uniformes tipo D producidos en una semana

$16600X_A + 20200X_B + 15500X_C + 23630X_D + 17500X_E \leq 90000000$  Inversión mínima

$X_i \geq 0$

- Resolviendo con WinQSB,

Variable -->	XA	XB	XC	XD	XE	Direction	R. H. S.
Minimize	16600	20200	15500	23630	17500		
CANT.MIN.TIPO B.PROD		1				>=	130000
CANT.MIN.TIPO C.PROD			1			>=	100000
CANT.MIN.TIPO D.PROD				1		>=	200000
INVERSIÓN.MIN.PROD	16600	20200	15500	23630	17500	>=	90000000
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

09:10:22		Monday	May	20	2019			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	XA	0	16600	0	16600	at bound	0	M
2	XB	130000	20200	2625999872	0	basic	0	M
3	XC	100000	15500	1550000000	0	basic	0	M
4	XD	200000	23630	4726000128	0	basic	0	M
5	XE	0	17500	0	17500	at bound	0	M
	Objective	Function	(Min.) =	8901999616				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	CANT.MIN.TIPO B.PROD	130000	>=	130000	0	20200	0	M
2	CANT.MIN.TIPO C.PROD	100000	>=	100000	0	15500	0	M
3	CANT.MIN.TIPO D.PROD	200000	>=	200000	0	23630	0	M
4	INVERSIÓN.MIN.PROD	8901999616	>=	90000000	8812000256	0	-M	8902000640

De acuerdo a la solución óptima presentada por Winqsb se debería producir 130000 uniformes tipo B, no se recomienda producir uniformes tipo A, puesto que un uniforme producido tipo A arrojaría pérdidas por 16600 pesos. El hecho de fabricar uniformes tipo E también generaría una pérdida de 17500 pesos por unidad producida. Del tipo C se recomienda producir 100000 y del tipo D 200000 y así se lograría minimizar los costos en 8901999616 pesos. Por otra parte, la restricción 1 de la cantidad mínima del uniforme tipo B a producir se cumple en su totalidad puesto que las 130000 necesarias se hicieron 130000, así mismo la restricción de la cantidad mínima del uniforme tipo C a producir se cumplió

totalmente, de las 100000 necesarias se hicieron 100000 y de la cantidad mínima del uniforme tipo C a producir, se hicieron 200000 de las 200000 necesarias, cumpliéndose así la restricción. La restricción de la inversión mínima se cumplió, de los 90000000 pesos mínimos, se invirtieron 8901999616 pesos con un excedente de 8812000256 pesos.

#### 4.71. Problema resuelto 71

Una fábrica produce 4 diferentes presentaciones de café A, B, C, D; 250 gramos, 500 gramos, 750 gramos y 1000 gramos respectivamente. De los productos se fabricarán 300, 500, 400 y 400 unidades/días respectivamente, posteriormente los productos serán distribuidos a la ciudad de Bogotá, Bucaramanga y Cúcuta que requieren mínimo respectivamente 200, 300 y 400 unidades. Los costos para transportar cada unidad del producto desde la fábrica a la ciudad son los indicados en la tabla siguiente:

PRODUCTOS	BOGOTÁ (A) (Us)	BUCARAM.(B) (Us)	CÚCUTA (C) (Us)	FABRICACIÓN (Unidades)
250 gramos 1	20	15	10	300
500 gramos 2	35	30	20	500
750 gramos 3	25	20	15	400
1000 gramos 4	40	35	20	400
DEMANDA:	200	300	400	

Realizar un modelo de programación lineal en el que se deba organizar el transporte a fin de que el costo sea mínimo.

- Formulación del modelo

$X_{ij}$ = Cantidad de los productos a enviar tipo  $i$  a la ciudad tipo  $j$

$i = 250$  gramos = 1

500 gramos = 2

750 gramos = 3

1000 gramos = 4

$j = \text{Bogotá} = A$

Bucaramanga = B

Cúcuta = C

$X_{1A}$  = Cantidad de productos a enviar de 250 gramos a la ciudad de Bogotá

$X_{1B}$  = Cantidad de productos a enviar de 250 gramos a la ciudad de Bucaramanga

$X_{1C}$  = Cantidad de productos a enviar de 250 gramos a la ciudad de Cúcuta

$X_{2A}$  = Cantidad de productos a enviar de 500 gramos a la ciudad de Bogotá

$X_{2B}$  = Cantidad de productos a enviar de 500 gramos a la ciudad de Bucaramanga

$X_{2C}$  = Cantidad de productos a enviar de 500 gramos a la ciudad de Cúcuta

$X_{3A}$  = Cantidad de productos a enviar de 750 gramos a la ciudad de Bogotá

$X_{3B}$  = Cantidad de productos a enviar de 750 gramos a la ciudad de Bucaramanga

$X_{3C}$  = Cantidad de productos a enviar de 750 gramos a la ciudad de Cúcuta

$X_{4A}$  = Cantidad de productos a enviar de 1000 gramos a la ciudad de Bogotá

$X_{4B}$  = Cantidad de productos a enviar de 1000 gramos a la ciudad de Bucaramanga

$X_{4C}$  = Cantidad de productos a enviar de 1000 gramos a la ciudad de Cúcuta

Minimizar  $Z = 20X_{1A} + 15X_{1B} + 10X_{1C} + 35X_{2A} + 30X_{2B} + 20X_{2C} + 25X_{3A} + 20X_{3B} +$

$15X_{3C} + 40X_{4A} + 35X_{4B} + 20X_{4C}$

Sujeto a:

$X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} \leq 300$  Capacidad máxima del producto 1

$X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} \leq 500$  Capacidad máxima del producto 2

$X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} \leq 400$  Capacidad máxima del producto 3

$X_{4A} + X_{4B} + X_{4C} \leq 400$  Capacidad máxima del producto 4

$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} + X_{4A} \geq 200$  Demandamínima de la ciudad A

$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} + X_{4B} \geq 300$  Demandamínima de la ciudad B

$$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} + X_{4C} \geq 400 \quad \text{Demand mínima de la ciudad C}$$

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB

Variable ->	X1A	X1B	X1C	X2A	X2B	X2C	X3A	X3B	X3C	X4A	X4B	X4C	Direction	R. H. S.
Minimize	20	15	10	35	30	20	25	20	15	40	35	20		
CAP.MAX.PN.P1	1	1	1										<=	300
CAP.MAX.PN.P2				1	1	1							<=	500
CAP.MAX.PN.P3							1	1	1				<=	400
CAP.MAX.PN.P4										1	1	1	<=	400
DEM.MIN.CIU.A	1			1			1			1			>=	200
DEM.MIN.CIU.B		1			1			1			1		>=	300
DEM.MIN.CIU.C			1			1			1			1	>=	400
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous													

Tabla de reporte combinado:

	09:35:32		Thursday	May	23	2019		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	X1A	0	20,0000	0	0	basic	20,0000	20,0000
2	X1B	300,0000	15,0000	4,500,0000	0	basic	-10,0000	15,0000
3	X1C	0	10,0000	0	0	at bound	10,0000	M
4	X2A	0	35,0000	0	5,0000	at bound	30,0000	M
5	X2B	0	30,0000	0	5,0000	at bound	25,0000	M
6	X2C	200,0000	20,0000	4,000,0000	0	basic	15,0000	20,0000
7	X3A	200,0000	25,0000	5,000,0000	0	basic	25,0000	25,0000
8	X3B	0	20,0000	0	0	at bound	20,0000	M
9	X3C	200,0000	15,0000	3,000,0000	0	basic	10,0000	15,0000
10	X4A	0	40,0000	0	10,0000	at bound	30,0000	M
11	X4B	0	35,0000	0	10,0000	at bound	25,0000	M
12	X4C	0	20,0000	0	0	at bound	20,0000	M
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Min.) =</b>	<b>16,500,0000</b>	<b>(Note:</b>	<b>Alternate</b>	<b>Solution</b>	<b>Exists!!)</b>
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	CAP.MAX.PN.P1	300,0000	<=	300,0000	0	-10,0000	300,0000	500,0000
2	CAP.MAX.PN.P2	200,0000	<=	500,0000	300,0000	0	200,0000	M
3	CAP.MAX.PN.P3	400,0000	<=	400,0000	0	-5,0000	200,0000	600,0000
4	CAP.MAX.PN.P4	0	<=	400,0000	400,0000	0	0	M
5	DEM.MIN.CIU.A	200,0000	>=	200,0000	0	30,0000	0	400,0000
6	DEM.MIN.CIU.B	300,0000	>=	300,0000	0	25,0000	100,0000	300,0000
7	DEM.MIN.CIU.C	400,0000	>=	400,0000	0	20,0000	200,0000	700,0000

Se recomienda a la fábrica de café enviar 300 productos de 250gramos a la ciudad de Bucaramanga y no enviar productos de 250gramos a la ciudad de Bogotá y Cúcuta; a la ciudad de Cúcuta enviar 200 productos de 500gramos y no enviar a la ciudad de Bogotá y Bucaramanga ya que genera una pérdida de 5Us por unidad transportada; de los productos de 750gramos enviar 200 tanto a la ciudad de Bogotá como a la ciudad de Cúcuta y a Bucaramanga no realizar ningún envío; No enviar productos de 1000gramos a ninguno de los tres destinos debido que para Bogotá y Bucaramanga genera una pérdida de 10Us por unidad transportada. Para un costo total de 16500Us. En cuanto a las restricciones todas cumplen, excepto la capacidad máxima de producción del producto de 500gramos, donde se fabrican 200 y la capacidad máxima es 500 por lo tanto queda una holgura de 300 unidades, igualmente con la capacidad máxima de producción del producto de 1000gramos no se fabrica ninguno y la capacidad máxima es de 400, es decir, que nos quedan 400 unidades de holgura.

#### **4.72. Problema resuelto 72**

Una planta que produce jugos saludables, dispone de las siguientes cantidades de jugos de fruta: 60 ml de jugo de piña, 50 ml de jugo de toronja, 90 ml de jugo de limón y 80 ml de jugo de arándano, la planta desea vender cuatro tipos de bebidas (A, B, C y D) en presentación de 200ml, 300ml, 400ml y 500ml respectivamente, y cada bebida con precio de 2000, 3000, 4000 y 5000 pesos respectivamente. Para la bebida A se requieren 10 ml de jugo de piña, 5 ml de jugo de toronja, 20 ml de jugo de limón y 10 ml de jugo de arándano, para la bebida B se requieren 5 ml de jugo de piña, 10 ml de jugo de toronja, 30 ml de jugo de limón y 20 ml de jugo de arándano, para la bebida C se requieren 5 ml de jugo de piña, 10 ml de jugo de toronja, 15 ml de jugo de limón y 30 ml de jugo de arándano, para la bebida D se requieren 10 ml de jugo de piña, 20 ml de jugo de toronja, 20 ml de jugo de

limón y 10 ml de jugo de arándano, se debe tener en cuenta que se puede producir máximo 500 unidades de la bebida C, en presentación de 400 ml. Formular y resolver un modelo de programación lineal que permita encontrar la cantidad de bebidas que se deben producir y vender para que la empresa obtenga un mayor beneficio.

Planteamiento de la información:

Productos	Jugo de piña (ml)	Jugo de Toronja (ml)	Jugo de limón (ml)	Jugo de arándano (ml)	Precio Venta (\$/ml)
Bebida a 200 ml	10	5	20	10	2000
Bebida b 300 ml	5	10	30	20	3000
Bebida c 400 ml	5	10	15	30	4000
Bebida d 500 ml	10	20	20	10	5000
Disponibilidad jugo de fruta (ml)	60	50	90	80	

- Formulación del modelo

$X_A$  = cantidad de bebidas a producir de cada bebida A en presentación de 200 ml.

$X_B$  = cantidad de bebidas a producir de cada bebida B en presentación de 300 ml.

$X_C$  = cantidad de bebidas a producir de cada bebida C en presentación de 400 ml.

$X_D$  = cantidad de bebidas a producir de cada bebida D en presentación de 500 ml.

Maximizar  $Z = 2000X_A + 3000X_B + 4000X_C + 5000X_D$

Sujeto a:

$10X_A + 5X_B + 5X_C + 10X_D \leq 60$  Cantidad máxima disponible de jugo de piña.

$5X_A + 10X_B + 10X_C + 20X_D \leq 50$  Cantidad máxima disponible de jugo de toronja.

$20X_A + 30X_B + 15X_C + 20X_D \leq 90$  Cantidad máxima disponible de jugo de limón.

$10X_A + 20X_B + 30X_C + 10X_D \leq 80$  Cantidad máxima disponible de jugo de arándano.

$X_C \leq 500$  Cantidad máxima a producir (unidades) de la bebida C.

$X_A, X_B, X_C, X_D \geq 0$

- Resolviendo con WinQSB,

Variable -->	BEBIDA A	BEBIDA B	BEBIDA C	BEBIDA D	Direction	R. H. S.
Maximize	2000	3000	4000	5000		
CANT. MAX.	10	5	5	10	<=	60
CANT. MAX.	5	10	10	20	<=	50
CANT. MAX.	20	30	15	20	<=	90
CANT. MAX.	10	20	30	10	<=	80
CANT. MAX.			1		<=	500
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla reporte combinado:

13:57:05		Thursday	May	30	2019		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 BEBIDA A 200ml	2,1481	2.000,0000	4.296,2960	0	basic	1.700,0000	5.000,0000
2 BEBIDA B 300ml	0	3.000,0000	0	-777,7778	at bound	-M	3.777,7780
3 BEBIDA C 400ml	1,5556	4.000,0000	6.222,2220	0	basic	2.750,0000	5.000,0000
4 BEBIDA D 500ml	1,1852	5.000,0000	5.925,9260	0	basic	2.000,0000	8.000,0000
Objective	Function	(Max.) =	16.444,4500				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 CANT. MAX. DISP. JUGO DE PIÑA	41,1111	<=	60,0000	18,8889	0	41,1111	M
2 CANT. MAX. DISP. JUGO DE TORONJA	50,0000	<=	50,0000	0	200,0000	32,2222	82,2222
3 CANT. MAX. DISP. JUGO DE LIMÓN	90,0000	<=	90,0000	0	22,2222	61,0000	124,0000
4 CANT. MAX. DISP. JUGO DE ARÁNDANO	80,0000	<=	80,0000	0	55,5556	45,0000	144,0000
5 CANT. MAX. PN. BEBIDA C	1,5556	<=	500,0000	498,4445	0	1,5555	M

De acuerdo a la solución óptima resuelta por WIN QSB, se recomienda producir las bebidas A, C y D, en presentación de 200ml, 400ml y 500ml respectivamente. No se recomienda producir la bebida B ya que arrojaría pérdidas de 777,7778 pesos. Para la restricción representada por la cantidad máxima disponible de jugo de piña, en esta se cuenta con una disponibilidad máxima de 60 galones de dicho jugo, allí se utilizará 41,1111 galones, presentado una holgura de 18,8889 galones. Para de cantidad máxima disponible

de jugo de toronja, la cantidad disponible en galones se utilizará en su totalidad, con un precio sombra de 200,000 pesos, es decir que por cada unidad adicionada al recurso,  $Z$  aumentará en igual proporción que el precio sombra y la solución original  $Z$  cambiará. Para la restricción de cantidad máxima disponible jugo de limón, la cantidad disponible en galones se utilizaría en su totalidad, con un precio sombra de 22,222 pesos, es decir que por cada unidad adicionada al recurso,  $Z$  aumentará en igual proporción que el precio sombra y la solución original  $Z$  cambiará. Para la restricción de cantidad máxima disponible jugo de arándano, la cantidad disponible en galones se utilizaría en su totalidad, con un precio sombra de 55,556 pesos, es decir que por cada unidad adicionada al recurso,  $Z$  aumentará en igual proporción que el precio sombra y la solución original  $Z$  cambiará. Para la restricción representada por la cantidad máxima a producir de la bebida C, de las 500 unidades disponibles solo se producirán 1,5556 unidades, presentado una holgura de 498,4445 unidades.

#### **4.73. Problema resuelto 73**

Carlos queiroz. Dt de la selección Colombia de futbol, tiene en mente 4 delanteros para las eliminatorias de catar 2022. Falcao, duvan zapata, Muriel y Borja. Se sabe que Falcao cobra 50 millones de pesos por hora jugada en la eliminatoria, tiene una efectividad en el arco rival del 58% por ciento y debido a su edad no puede jugar más de 10 horas. Duvan zapata cobra 35 millones por hora jugada Tiene una efectividad de 48% y exige jugar por lo menos 5 horas Muriel cobra por hora jugada en la eliminatoria 43.000.000 pesos Tiene una efectividad del 60-2% y el médico del cuerpo técnico le prohibido jugar más de 6 horas debido un problema con su rodilla Borja cobra 27.000.000 por hora jugada tiene una efectividad del 51 por ciento en el arco rival y no exige horas ni tiene limitaciones Se dispone completamente a las decisiones del entrenador se sabe qué son 18 partidos en

Sudamérica es decir 1620 minutos o 27 horas máximo Y el presupuesto de la Federación colombiana de fútbol para contratar delanteros es de 1800 millones de pesos. Además el delantero siempre mantendrá un promedio de efectividad a lo largo de la eliminatoria no inferior al 50 por ciento Y el sistema de juegos que utiliza cada partido es 4-3-2-1 lo que indica que no pueden jugar dos delanteros al mismo tiempo

Planteamiento de la información:

Jugador	Horas eliminatoria/edad	efectividad	Costo por hora
Falcao	$\leq 10$	0.58	50 millones
Duvan	$\geq 5$	0.48	35 millones
Muriel	$\leq 6$	0.62	43 millones
Borja		0.51	27 millones

Un solo delantero por partido

Efectividad: no menor al 50 por ciento

Inversión Máxima: 1800 millones

Tiempo de juego máximo: 27 horas

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de horas que jugara Falcao en la eliminatoria.

$X_2$  = Cantidad de horas que jugara Duvan en la eliminatoria.

$X_3$  = Cantidad de horas que jugara Muriel en la eliminatoria.

$X_4$  = Cantidad de horas que jugara Borja en la eliminatoria.

Minimizar  $Z = 50X_1 + 35X_2 + 43X_3 + 27X_4$

Sujeto a:

$X_1 \leq 10$  Horas máximas por eliminatoria de Falcao

$X_2 \geq 5$  Horas mínimas por eliminatoria de Duvan

$X_3 \leq 6$  Horas máximas por eliminatoria de Muriel

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 27$  Horas máximas en partidos

$50X_1 + 35X_2 + 43X_3 + 27X_4 \leq 1800$  Presupuesto máximo

$0.58X_1 + 0.48X_2 + 0.62X_3 + 0.51X_4 \geq 0.50$  (27) Efectividad mínima

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Directio	R. H. S.
Minimize	50	35	43	27		
Dinero max para contratar	50	35	43	27	<=	1800
Hrs max de juego	1	1	1	1	<=	27
Hrs max por eliminatoria Falcao	1				<=	10
Hrs min por eliminatoria Duvan		1			>=	5
Hrs max por eliminatoria Muriel			1		<=	6
Efectividad min de la eliminatoria	0.58	0.48	0.62	0.51	>=	13.5
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

21:34:39		Tuesday	May	28	2019		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	50,0000	0	19,2941	at bound	30,7059
2	X2	5,0000	35,0000	175,0000	0	basic	25,4118
3	X3	0	43,0000	0	10,1765	at bound	32,8235
4	X4	21,7647	27,0000	587,6470	0	basic	0
	Objective	Function	(Min.) =	762,6470			
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Dinero max para contratar	<=	1,800,0000	1,037,3530	0	762,6471	M
2	Hrs max de juego	<=	27,0000	0,2353	0	26,7647	M
3	Hrs max por eliminatoria Falcao	<=	10,0000	10,0000	0	0	M
4	Hrs min por eliminatoria Duvan	>=	5,0000	0	9,5882	0	9,0000
5	Hrs max por eliminatoria Muriel	<=	6,0000	6,0000	0	0	M
6	Efectividad min de la eliminatoria	>=	13,5000	0	52,9412	2,4000	13,6200

De acuerdo a la solución óptima presentada por winqsb, se debería llamar a Duvan para la eliminatoria para que jugara 5 horas de las 27 programadas, y a Borja para la eliminatoria para que jugara 22 horas de las 27 programadas. No recomienda llamar a Falcao, puesto que una hora jugada de dicho futbolista arrojaría pérdidas por 19 millones de pesos, no recomiendo llamar a Muriel, puesto que una hora jugada dicho futbolista arrojaría pérdidas por 10 millones de pesos. Así se obtendría un total de costo mínimo de 762.647. Millones de pesos. La restricción Uno del dinero máximo para contratar, se cumple puesto que de los 18.000.000 disponibles se utilizaron 7.626.471 con una holgura de 10.373.530. La restricción Dos de las horas máximas de juego, se cumplen puesto que de las 27 disponibles se utilizaron 26.7647 con una holgura de 0.2353. La restricción tres de las horas máximas por eliminatoria de Falcao, de las 10.000 horas disponibles no se utilizó ninguna, porque genera pérdidas. La restricción cuatro de las horas mínimas por eliminatoria de Duvan, se cumplió en su totalidad por que de las 5 horas disponibles utilizaron las 5 ; tiene un precio sombra de 9,5882, lo que quiere decir que por cada hora adicionada el recurso z o el costo aumentara dicha cantidad. La restricción cinco de las horas máximas por eliminatoria de Muriel, de las 6.000 horas disponibles no se utilizó ninguna, porque genera pérdidas. La restricción seis, efectividad mínimas de la eliminatoria, se cumplió en su totalidad puesto que de las 135.000 disponibles se utilizaron 135.000; precio sombra de 52,9412, lo que quiere decir que una adición a este recurso aumentara dicha cantidad en Z.

#### **4.74. Problema resuelto 74**

Una empresa produce cuatro tipos de muebles (A, B, C y D), cada uno de los cuales se vende a 200, 150, 120 y 180 dólares respectivamente. Para la producción de estos muebles la empresa cuenta con 315 horas disponibles en un taller de corte de madera, 110 horas disponibles en un taller de lijado y 50 horas en un taller de pintado. Se ha estimado que el

mueble A requiere por unidad 15 horas de trabajo en el taller de corte, 2 horas en el taller de lijado y 1 hora en el taller de pintado (estos mismos valores para los muebles B, C y D son 7,5:3:1; 5:2:1; 6:2:1, respectivamente). Además se sabe que las unidades máximas que se deben producir del mueble D son 500 unidades. Se requiere formular y resolver un modelo de Programación Lineal que permita encontrar la cantidad a elaborar y vender de estos muebles de modo que la empresa obtenga el mayor beneficio.

Planteamiento de la información:

Precio de venta (us) Taller	A	B	C	D	
	200	150	120	180	
	Horas requeridas por unidad				Horas disponibles
Corte	15	7.5	5	6	315
Lijado	2	3	2	2	110
Pintado	1	1	1	1	50

- Formulación del modelo

$X_A$  = unidades a elaborar y vender de cada mueble tipo A.

$X_B$  = unidades a elaborar y vender de cada mueble tipo B.

$X_C$  = unidades a elaborar y vender de cada mueble tipo C.

$X_D$  = unidades a elaborar y vender de cada mueble tipo D

Maximizar Z:  $200X_A + 150X_B + 120X_C + 180X_D$

Sujeto a:

$15X_A + 7.5X_B + 5X_C + 6X_D \leq 315$  horas máximas disponibles en taller de corte (TC).

$2X_A + 3X_B + 2X_C + 2X_D \leq 110$  horas máximas disponibles en el taller de lijado (TL).

$X_A + X_B + X_C + X_D \leq 50$  horas máximas disponibles en el taller de pintado (TP).

$X_D \leq 500$  demanda máxima del mueble D

$X_A, X_B, X_C, X_D \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	XA	XB	XC	XD	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	200	150	120	180		
<b>HRS. MAX. DIS. TC</b>	15	7.5	5	6	<=	315
<b>HRS. MAX. DIS. TL</b>	2	3	2	2	<=	110
<b>HRS. MAX. DIS. TP</b>	1	1	1	1	<=	50
<b>DEMANDA. MAX. XD</b>	0	0	0	1	<=	500
<b>LowerBound</b>	0	0	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado

	09:26:48		Monday	May	20	2019		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	XA	1,6667	200,0000	333,3333	0	basic	180,0000	450,0000
2	XB	0	150,0000	0	-33,3333	at bound	-M	183,3333
3	XC	0	120,0000	0	-57,7778	at bound	-M	177,7778
4	XD	48,3333	180,0000	8.700,0000	0	basic	140,0000	200,0000
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>9.033,3330</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	HRS. MAX. DIS. TC	315,0000	<=	315,0000	0	2,2222	300,0000	750,0000
2	HRS. MAX. DIS. TL	100,0000	<=	110,0000	10,0000	0	100,0000	M
3	HRS. MAX. DIS. TP	50,0000	<=	50,0000	0	166,6667	21,0000	52,5000
4	DEMANDA. MAX. XD	48,3333	<=	500,0000	451,6667	0	48,3333	M

De los muebles A y D se deben producir aproximadamente 2 y 48 respectivamente. De los muebles B y C no se recomienda producir porque arrojaran pérdidas de 33,33 y 57,7 dólares respectivamente. Las 315 horas máximas disponibles en el taller de corte al igual que las 50 horas del taller de pintado se utilizaron en su totalidad. De las horas máximas disponibles en el taller de lijado se utilizaron 100 horas y de las unidades máximas que se deben producir tan solo se produjeron 49 unidades.

#### 4.75. Problema resuelto 75

Una compañía se dedica a la fabricación de tres productos (A, B, C) los cuales requieren tres materiales (X, Y, Z) y se someten a cuatro procesos (M, N, O, P). Cada unidad del producto A requiere 2 Kg del material X, 1.5 Kg del material Y y 0.5 Kg del material Z y se someten a 4 horas al proceso M, 2 horas al proceso N, 3 horas al proceso O y 1.5 hora al proceso P. Cada unidad del producto B requiere 1.5 Kg del material X, 2.4 Kg del material Y y 1.2 Kg del material Z y se someten a 5 horas al proceso M, 3 horas al proceso N, 3 horas al proceso O y 2 horas al proceso P. Cada unidad del producto C requiere 2.4 Kg del material X, 3.21 Kg del material Y y 1.75 Kg del material Z y se someten a 4 horas al proceso M, 1.5 horas al proceso N, 2 horas al proceso O y 1.5 horas al proceso P. La utilidad del producto A es de 20 unidades monetarias, del producto B de 30 unidades monetarias y del producto C 24 unidades monetarias. La compañía dispone de 3100 Kg del material X, 3400 Kg del material Y, 1700 Kg del material Z, 6300 horas para el proceso M, 3200 horas para el proceso N, 4000 horas del proceso O y 2500 horas del proceso P anualmente.

	<i>Material X</i> (Kg)	<i>Material Z</i> (Kg)	<i>Material Y</i> (Kg)	<i>Proceso M</i> (horas)	<i>Proceso N</i> (horas)	<i>Proceso O</i> (horas)	<i>Proceso P</i> (horas)
<i>Producto A</i>	2	1.5	0.5	4	2	3	1.5
<i>Producto B</i>	1.5	2.4	1.2	5	3	3	2
<i>Producto C</i>	2.4	3.21	1.75	4	1.7	2	1.5
$\Sigma$	3100	3400	1700	6300	3200	4000	2500

Formule un modelo de programación lineal donde se maximicen las ganancias.

- Formulación del modelo

$X_1$ = Cantidad de unidades a producir del producto tipo A

$X_2$ = Cantidad de unidades a producir del producto tipo B

$X_3$ = Cantidad de unidades a producir del producto tipo C

$$\text{Max } Z = 20X_1 + 30X_2 + 24X_3$$

Sujeto a:

$$2X_1 + 1.5X_2 + 2.4X_3 \leq 3100 \quad \text{Cantidad Max de Material X}$$

$$1.5X_1 + 2.4X_2 + 3.21X_3 \leq 3400 \quad \text{Cantidad Max de Material Y}$$

$$0.5X_1 + 1.2X_2 + 1.75X_3 \leq 1700 \quad \text{Cantidad Max de Material Z}$$

$$4X_1 + 5X_2 + 4X_3 \leq 6300 \quad \text{Cantidad Max de Horas para Proceso M}$$

$$2X_1 + 3X_2 + 1.7X_3 \leq 3200 \quad \text{Cantidad Max de Horas para Proceso N}$$

$$3X_1 + 3X_2 + 2X_3 \leq 4000 \quad \text{Cantidad Max de Horas para Proceso O}$$

$$1.5X_1 + 2X_2 + 1.5X_3 \leq 2500 \quad \text{Cantidad Max de Horas para Proceso P}$$

$$X_i \geq 0 \quad \text{No negatividad}$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	20	30	24		
<b>CDD MAX</b>	2	1.5	2.4	<=	3100
<b>CDD MAX</b>	1.5	2.4	3.21	<=	3400
<b>CDD MAX</b>	0.5	1.2	1.75	<=	1700
<b>HRAS MAX</b>	4	5	4	<=	6300
<b>HRAS MAX</b>	2	3	1.7	<=	3200
<b>HRAS MAX</b>	3	3	2	<=	4000
<b>HRAS MAX</b>	1.5	2	1.5	<=	2500
<b>LowerBound</b>	0	0	0		
<b>UpperBound</b>	M	M	M		
<b>VariableType</b>	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	20:51:43		Wednesday	May	29	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	598,7655	20,0000	11.975,3100	0	basic	19,6216	24,0000
2	X2	391,8518	30,0000	11.755,5500	0	basic	26,2281	30,5426
3	X3	486,4197	24,0000	11.674,0700	0	basic	17,0000	36,2857
	Objective	Function	(Max.) =	35.404,9400				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CDD MAX MAT X	2.952,7160	<=	3.100,0000	147,2839	0	2.952,7160	M
2	CDD MAX MAT Y	3.400,0000	<=	3.400,0000	0	3,4568	3.322,7590	3.500,5020
3	CDD MAX MAT Z	1.620,8400	<=	1.700,0000	79,1605	0	1.620,8400	M
4	HRAS MAX PROC M	6.300,0000	<=	6.300,0000	0	0,5185	6.061,4580	6.339,7160
5	HRAS MAX PROC N	3.200,0000	<=	3.200,0000	0	6,3704	3.126,0730	3.445,1070
6	HRAS MAX PROC O	3.944,6910	<=	4.000,0000	55,3086	0	3.944,6910	M
7	HRAS MAX PROC P	2.411,4810	<=	2.500,0000	88,5185	0	2.411,4810	M

De acuerdo a la solución óptima presentada por WinqSB, se deberán producir 599 unidades tipo A, 392 unidades tipo B Y 486 unidades tipo C. Las restricciones a las que el problema estaba sujeto se cumplieron sin generar holgura o excedente en la restricción No. 2 (Cantidad máxima de material Y), la restricción No.4 (Cantidad de horas máxima en el proceso M), y la restricción No. 5 (Cantidad máxima de horas en el proceso N). En la restricción No. 1 (Cantidad máxima de material X) presenta una holgura de 147,2839, sin precio sombra, estando al borde de su límite inferior. En la restricción No. 3 (Cantidad máxima de material Z) presenta una holgura de 79,1605, sin precio sombra, estando al borde de su límite inferior. En la restricción No. 6 (Cantidad máxima de horas en el proceso O) presenta una holgura de 55,3086, sin precio sombra, estando al borde de su límite inferior. En la restricción No. 7 (Cantidad máxima de horas en el proceso P) presenta una holgura de 88,5185, sin precio sombra, estando al borde de su límite inferior. En las restricciones No. 2, restricción No. 4 y restricción No. 5, presentan precio sombra, el cual al modificar el recurso se puede observar una alteración en Z.

#### 4.76. Problema resuelto 76

Un destacamento militar formado por más de 50 soldados ingenieros, más de 36 zapadores, más de 22 de las fuerzas especiales, y más de 120 soldados de infantería como tropa de apoyo, ha de transportarse hasta una posición estratégica importante. En el parque de la base se dispone de 4 tipos de vehículos A, B, C, y D, acondicionados para transporte de tropas. El número de personas que cada vehículo puede transportar es 10, 7, 6, y 9, respectivamente de la forma en que se detalla en la siguiente tabla:

	Ingenieros	Zapateros	Fuerzas especiales	Infantería
A	3	2	1	4
B	1	1	2	3
C	2	1	2	1
D	3	2	3	1

El combustible necesario para que cada vehículo llegue hasta el punto de destino se estima en 160, 80, 40, y 120 litros respectivamente. Si queremos ahorrar combustible, ¿cuántos vehículos de cada tipo habrá que utilizar para que el consumo sea el mínimo posible?

- Formulación del modelo

$X_1$  = Número de vehículos tipo A que se debe utilizar.

$X_2$  = Número de vehículos tipo B que se debe utilizar.

$X_3$  = Número de vehículos tipo C que se debe utilizar.

$X_4$  = Número de vehículos tipo D que se debe utilizar.

Minimizar  $Z = 160X_1 + 80X_2 + 40X_3 + 120X_4$

Sujeto a:

$3X_1 + X_2 + 2X_3 + 3X_4 \geq 50$  CANT. MIN. A TRANSP DE ING

$$2X_1 + X_2 + X_3 + 2X_4 \geq 36 \text{ CANT. MIN. A TRANSP DE ZAPADORES}$$

$$X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 3X_4 \geq 22 \text{ CANT. MIN. A TRANSP DE FUERZAS ESPECIALES}$$

$$4X_1 + 3X_2 + X_3 + X_4 \geq 120 \text{ CANT. MIN. A TRANSP DE INFANTERIA}$$

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Minimize	160	80	40	120		
cdad.min.ing	3	1	2	3	>=	50
cdad.min.zapadore	2	1	1	2	>=	36
cdad.min.fuer.espe	1	2	2	3	>=	22
cdad.min.infanteria	4	3	1	1	>=	120
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado

16:44:51		Saturday		June		01		2019	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	X1	0	160.0000	0	40.0000	at bound	120.0000	M	
2	X2	38.0000	80.0000	3,040.0000	0	basic	20.0000	120.0000	
3	X3	6.0000	40.0000	240.0000	0	basic	26.6667	80.0000	
4	X4	0	120.0000	0	72.0000	at bound	48.0000	M	
	Objective	Function	(Min.) =	3,280.0000					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	cdad.min.ing	>=	50.0000	0	8.0000	40.0000	240.0000		
2	cdad.min.zapadores	>=	36.0000	8.0000	0	-M	44.0000		
3	cdad.min.fuer.espec	>=	22.0000	66.0000	0	-M	88.0000		
4	cdad.min.infanteria	>=	120.0000	0	24.0000	80.0000	150.0000		

De acuerdo a la solución óptima presentada por winqsb, se deberían utilizar 38 vehículos de tipo B y 6 vehículos de tipo C. Utilizar un vehículo tipo A, aumentaría el consumo de combustible en 40 litros, de la misma forma utilizar un vehículo tipo D aumentaría el consumo de combustible en 72 litros, teniendo así una utilización mínima de combustible de 3280 L. En la capacidad mínima de ingenieros a transportar se suplió toda en su totalidad la restricción, en la capacidad mínima de zapadores hubo un excedente de 8 zapadores

transportados, en la capacidad mínima de fuerzas especiales hubo un excedente de 66 fuerzas especiales transportadas y en la capacidad mínima de soldados de infantería se cumplió en su totalidad.

#### 4.77. Problema resuelto 77

Una pasteurizadora ubicada en la ciudad de Bucaramanga se dedica a elaborar y vender productos derivados de la leche como: queso, yogurt, kumis y avena. La planta tiene una capacidad de producción de 36000, 12000, 18000 y 20000 unidad/mes estos productos respectivamente. Estos se distribuyen a través de tiendas al menudeo ubicadas en san gil, girón y Piedecuesta. Para el siguiente mes realizaron su pedido, el cual es: La tienda ubicada en san gil pidió 18000 unidades las cuales deben contener no más de 6700 quesos, no más de 2000 yogurt, no más de 4500 kumis y 4800 avenas. La tienda ubicada en girón desea 30000 unidades entre ellas 6000 quesos, 6800 yogurt, 400 kumis y 13200 avenas. La tienda en Piedecuesta realizo el pedido por 38000 unidades las cuales deben contener no más de 23300 quesos, no más de 3200 yogurt, no más de 13100 kumis y 200 avenas. Cada producto tiene una utilidad de 800, 200,500 y 300 pesos respectivamente, como gerente de producción se debe realizar un método de producción mensual para mejorar el abastecimiento del mercado.

Planteamiento de la información:

Producto	Utilidad (\$/uni)	Producción	T <sub>A</sub>	T <sub>B</sub>	T <sub>C</sub>
Queso	800	36000	≤6700	6000	≤23300
Yogurt	200	12000	≤2000	6800	≤3200
Kumis	500	18000	≤4500	400	≤13100
Avena	300	20000	4800	13200	200

- Formulación del modelo

$X_{1A}$ : unidades de queso requeridas en la tienda ubicada en san gil

$X_{1B}$ : unidades de queso requeridas en la tienda ubicada en girón

$X_{1C}$ : unidades de queso requeridas en la tienda ubicada en pie de cuesta

$X_{2A}$ : unidades de yogurt requeridas en la tienda ubicada en san gil

$X_{2B}$ : unidades de yogurt requeridas en la tienda ubicada en girón

$X_{2C}$ : unidades de yogurt requeridas en la tienda ubicada en pie de cuesta

$X_{3A}$ : unidades de kumis requeridas en la tienda ubicada en san gil

$X_{3B}$ : unidades de kumis requeridas en la tienda ubicada en girón

$X_{3C}$ : unidades de kumis requeridas en la tienda ubicada en pie de cuesta

$X_{4A}$ : unidades de avena requeridas en la tienda ubicada en san gil

$X_{4B}$ : unidades de avena requeridas en la tienda ubicada en girón

$X_{4C}$ : unidades de avena requeridas en la tienda ubicada en pie de cuesta

Maximizar  $Z = 800 (X_{1A} + X_{1B} + X_{1C}) + 200 (X_{2A} + X_{2B} + X_{2C}) + 500 (X_{3A} + X_{3B} + X_{3C}) + 300 (X_{4A} + X_{4B} + X_{4C})$

Sujeto a:

$X_{1A} \leq 6700$  Unid min queso en  $T_A$

$X_{2A} \leq 2000$  Unid MAX YOGURT EN  $T_A$

$X_{3A} \leq 4500$  Unid min kumis en  $T_A$

$X_{4A} = 4800$  Dda. max de P4 en  $T_A$

$X_{1B} = 6000$  Dda. max de P1 en  $T_B$

$X_{2B} = 6800$  Dda. max de P2 en  $T_B$

$X_{3B} = 400$  Dda. max de P3 en  $T_B$

$X_{4B} = 13200$  Dda max de P4 en  $T_B$

$$X_{1C} \geq 23300 \text{ Unid. min queso en } T_C$$

$$X_{2C} \leq 3200 \text{ Unid. max yogurt en } T_C$$

$$X_{3C} \geq 13100 \text{ Unid min kumis en } T_C$$

$$X_{4C} = 200 \text{ Unid max de avena en } T_C$$

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable ->	X1A	X2A	X3A	X4A	X1B	X2B	X3B	X4B	X1C	X2C	X3C	X4C	Direction	R. H. S.
Maximize	800	200	500	300	800	200	500	300	800	200	500	300		
UNID MIN	1												<=	6700
UNID MAX		1											<=	2000
UNID MIN			1										<=	4500
DDA MAX				1									=	4800
DDA MAX					1								=	6000
DDA MAX						1							=	6800
DDA MAX							1						=	400
DDA MAX								1					=	13200
UNID MIN									1				<=	23300
UNID MAX										1			<=	3200
UNID MIN											1		<=	13100
UNID MAX												1	=	200
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous													

Tabla de reporte combinado:

	08:15:28		Thursday	May	23	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1A	6.700,0000	800,0000	5.360.000,0000	0	basic	0	M
2	X2A	2.000,0000	200,0000	400.000,0000	0	basic	0	M
3	X3A	4.500,0000	500,0000	2.250.000,0000	0	basic	0	M
4	X4A	4.800,0000	300,0000	1.440.000,0000	0	basic	-M	M
5	X1B	6.000,0000	800,0000	4.800.000,0000	0	basic	-M	M
6	X2B	6.800,0000	200,0000	1.360.000,0000	0	basic	-M	M
7	X3B	400,0000	500,0000	200.000,0000	0	basic	-M	M
8	X4B	13.200,0000	300,0000	3.960.000,0000	0	basic	-M	M
9	X1C	23.300,0000	800,0000	18.640.000,0000	0	basic	0	M
10	X2C	3.200,0000	200,0000	640.000,0000	0	basic	0	M
11	X3C	13.100,0000	500,0000	6.550.000,0000	0	basic	0	M
12	X4C	200,0000	300,0000	60.000,0000	0	basic	-M	M
	Objective	Function	{Max.} =	45.660.000,0000				

	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	UNID MIN P1 EN TA	6.700,0000	<=	6.700,0000	0	800,0000	0	M
2	UNID MAX DE P2 EN TA	2.000,0000	<=	2.000,0000	0	200,0000	0	M
3	UNID MIN DE P3 EN TA	4.500,0000	<=	4.500,0000	0	500,0000	0	M
4	DDA MAX P4 EN TA	4.800,0000	=	4.800,0000	0	300,0000	0	M
5	DDA MAX P1 EN TB	6.000,0000	=	6.000,0000	0	800,0000	0	M
6	DDA MAX DE P2 EN TB	6.800,0000	=	6.800,0000	0	200,0000	0	M
7	DDA MAX DE P3 EN TB	400,0000	=	400,0000	0	500,0000	0	M
8	DDA MAX DE P4 EN TB	13.200,0000	=	13.200,0000	0	300,0000	0	M
9	UNIDMIN DE P1 EN TC	23.300,0000	<=	23.300,0000	0	800,0000	0	M
10	UNID MAXDE P2 EN TC	3.200,0000	<=	3.200,0000	0	200,0000	0	M
11	UNIDMIN DE P3 EN TC	13.100,0000	<=	13.100,0000	0	500,0000	0	M
12	DDA MAXDE P4 EN TC	200,0000	=	200,0000	0	300,0000	0	M

Al resolver el problema planteado se puede observar la solución para cada una de las variables definidas en el modelo y con respecto a las restricciones que las unidades mínimas de queso, las unidades máximas de yogurt y las unidades mínimas de kumis, además de la demanda máxima de avena en la tienda de san gil se cumplieron en su totalidad. Así mismo, la demanda máxima de queso, la demanda máxima de yogurt, la demanda máxima de kumis, y la demanda máxima de avena en la tienda de girón junto con las unidades mínimas de avena, las unidades máximas de yogurt, las unidades mínimas de kumis y la demanda máxima de avena en la tienda de Piedecuesta. Todos los recursos se utilizaron en su totalidad, no hubo pérdidas. Todos los productos producidos fueron vendidos en su totalidad.

#### 4.78. Problema resuelto 78

La editorial random house que es actualmente la más grande e importante del mundo decide sacar a la venta 4 libros de diferentes autores, el primer libro tiene un valor de 50 dólares y el autor le exige a la editorial un mínimo de 100 libros vendidos, el costo de la impresión del libro es de 10 dólares, el autor recibe 2 dólares por cada libro vendido. En el segundo libro el autor pide que se vendan un máximo de 126 libros y que el libro tenga un

valor de 60 dólares y a la editorial le cuesta 15 dólares hacerlo, el autor recibe 3 dólares por cada libro vendido. En el tercer libro el autor no pide ninguna exigencia y la editorial decide ponerlo en venta por 30 dólares, su meta de venta es de 90 libros y el costo de impresión es de 5 dólares, el autor recibe 1 dólar por cada libro vendido. Al último libro se le hace un estudio de mercadeo y se decide ponerlo en venta en 70 dólares y un mínimo de ventas de 150 libros y el costo de la impresión es de 20 dólares, este autor es el numero 1 a nivel mundial por lo tanto recibe 4 dólares por cada libro vendido. La editorial dispone de un presupuesto de 10000 dólares y de una meta de vender 500 libros, también espera gastar solamente 1500 dólares a los autores. Realice un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

Especifica. Libros	Valor del libro	Unidades vendidas	Costo de impresión	Ganancia Autor por libro
Libro 1	50 dólares	Más de 100 libros	10 dólares	2
Libro 2	60 dólares	Menos de 126 libros	15 dólares	3
Libro 3	30 dólares	90 libros	5 dólares	1
Libro 4	70 dólares	Más de 150 libros	20 dólares	4

- Formulación del modelo

$X_a$ = cantidad de libros tipo A para vender en el 2019

$X_b$ = cantidad de libros tipo B para vender en el 2019

$X_c$ = cantidad de libros tipo C para vender en el 2019

$X_d$ = cantidad de libros tipo D para vender en el 2019

$$\text{Maximizar } Z = 40X_a + 45X_b + 25X_c + 50X_d$$

Sujeto a:

$$X_a + X_b + X_c + X_d \geq 500 \text{ cantidad mínima de libros por vender}$$

$$10X_a + 15X_b + 5X_c + 20X_d \leq 10000 \text{ dólares recurso disponible para impresión}$$

$$X_a \geq 100 \text{ cantidad mínima del libro 1 por vender}$$

$$X_b \leq 126 \text{ cantidad máxima del libro 2 por vender}$$

$$X_d \geq 150 \text{ cantidad mínima del libro 4 por vender}$$

$$2X_a + 3X_b + 1X_c + 4X_d \leq 1500 \text{ dólares cantidad máxima a gastar para los autores}$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X <sub>a</sub>	X <sub>b</sub>	X <sub>c</sub>	X <sub>d</sub>	Direction	R. H. S.
Maximize	40	45	25	50		
CANT MIN	1	1	1	1	>=	500
RECURSO	10	15	5	20	<=	10000
CANT MIN	1				>=	100
CANT MAX		1			<=	126
CANT MIN				1	>=	150
CANT MAX	2	3	1	4	<=	1500
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

15:47:28			Wednesday	June	05	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Xa	100,0000	40,0000	4.000,0000	0	basic	-M	50,0000
2	Xb	0	45,0000	0	-30,0000	at bound	-M	75,0000
3	Xc	700,0000	25,0000	17.500,0000	0	basic	20,0000	M
4	Xd	150,0000	50,0000	7.500,0000	0	basic	-M	100,0000
	Objective	Function	(Max.) =	29.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CANT MIN LIBROS a VENDER	950,0000	>=	500,0000	450,0000	0	-M	950,0000
2	RECURSO DISPONIBLE	7.500,0000	<=	10.000,0000	2.500,0000	0	7.500,0000	M
3	CANT MIN LIBRO 1	100,0000	>=	100,0000	0	-10,0000	0	450,0000
4	CANT MAX LIBRO 2	0	<=	126,0000	126,0000	0	0	M
5	CANT MIN LIBRO 4	150,0000	>=	150,0000	0	-50,0000	0	300,0000
6	CANT MAX a GASTAR en AUTORES	1.500,0000	<=	1.500,0000	0	25,0000	1.050,0000	2.000,0000

Se le recomienda a la Editorial vender 100 libros del autor del libro 1, también se le dice a la editorial que no debe vender libros del segundo autor, puesto que generaría una pérdida de 30 dólares por libro vendido, del libro 3 se le recomienda a la editorial vender 700 libros y del cuarto y último libro se le recomienda vender 150 libros. Con respecto a las restricciones podemos observar que todas se cumplen, excepto la restricción número 4 la cual es la cantidad máxima que se debería de vender del libro 2 era de 126 y no se vendió ninguno, se cumple la meta de vender mínimo 500 libros con un excedente de 450 que se lograrían vender de más, se disponía de 10000 dólares y se gastaron 7500 lo cual dice que se dejó de gastar 2500 dólares. Se cumple la meta del libro 1, al venderse los 100 libros mínimos establecidos, también se cumple lo acordado de vender 150 libros del autor 4 y para finalizar se gasta en su totalidad lo máximo que se podía gastar en pagarles a los autores.

#### 4.79. Problema resuelto 79

Una fábrica de jean tiene 200 metros de tela con las cuales debe hacer pantalones, faldas, shorts y bragas; Cada prenda debe llevar cierta cantidad de metros cuadrados de tela, de

botones, de taches, y una sola etiqueta por prenda como se muestra en la siguiente tabla.

Maximizar la utilidad, Formulando y resolviendo un modelo de programación lineal, teniendo en cuenta que la utilidad por 5 docenas fabricadas en pantalones es de \$2.100.000, en faldas es de \$2.000.000, en shorts es \$1.600.000 y en bragas es de \$2.700.000

Planteamiento de la información:

	Tela	Botones	Taches	Etiqueta
Pantalón	3	3	8	1
Falda	2	3	8	1
Short	2	3	8	1
Braga	5	5	8	1
Inventario	200	500	800	200

- Formulación del modelo

$X_1$  =Cantidad de pantalones a producir por cada 5 docenas en una semana.

$X_2$  =Cantidad de faldas a producir por cada 5 docenas en una semana.

$X_3$  =Cantidad de shorts a producir por cada 5 docenas en una semana.

$X_4$  =Cantidad de bragas a producir por cada 5 docenas en una semana.

Maximizar Z:  $2.100.000 X_1 + 2.000.000 X_2 + 1.600.000 X_3 + 2.700.000 X_4$

Sujeto a:

$$3X_1 + 2X_2 + 2X_3 + 5X_4 \leq 200 \text{ Cantidad máxima en tela}$$

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 5X_4 \leq 500 \text{ Cantidad máxima en botones}$$

$$8X_1 + 8X_2 + 8X_3 + 8X_4 \leq 800 \text{ Cantidad máxima en taches}$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 200 \text{ Cantidad máxima en etiquetas}$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Maximize	35000	25000	20000	45000		
CAN. MAX. TELA.	3	2	2	5	<=	200
CAN. MAX. BOT.	3	3	3	5	<=	500
CAN. MAX TACH.	8	8	8	8	<=	800
CAN. MAX ETI.	1	1	1	1	<=	200
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	17:30:22		Tuesday	June	04	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	0	35.000,0000	0	-2.500,0000	at bound	-M	37.500,0000
2	X2	100,0000	25.000,0000	2.500.000,0000	0	basic	23.333,3300	M
3	X3	0	20.000,0000	0	-5.000,0000	at bound	-M	25.000,0000
4	X4	0	45.000,0000	0	-17.500,0000	at bound	-M	62.500,0000
	Objective	Function	(Max.) =	2.500.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CAN. MAX. TELA.	200,0000	<=	200,0000	0	12.500,0000	0	200,0000
2	CAN. MAX. BOT.	300,0000	<=	500,0000	200,0000	0	300,0000	M
3	CAN. MAX TACH.	800,0000	<=	800,0000	0	0	800,0000	M
4	CAN. MAX ETI.	100,0000	<=	200,0000	100,0000	0	100,0000	M

Observando la solución óptima del modelo solucionado, se puede concluir que sólo desarrollando el producto 2 en 5 docenas se generarían ganancias de 2.500.000, y no habrá que producir los productos 1, 3, 4 porque estos generan pérdida en el modelo de negocio. El producto 1 generaría una pérdida de 2.500.000 por cada 5 docenas fabricadas, el producto 3 generaría una pérdida de 5.000.000 por cada 5 docenas fabricadas y el producto 4 generaría una pérdida de 17.500.000 por cada 5 docenas fabricadas. Los 200 metros de tela cuadrados se utilizan en su totalidad. La cantidad máxima de botones era de 500 y solo se utilizaron 300, por lo tanto hubo una holgura de 200 botones. Los 800 taches se usaron

en su totalidad. De las 200 etiquetas a utilizar solo se usaron 100, por lo tanto hubo un holgura de 100 etiquetas.

#### 4.80. Problema resuelto 80

Una nueva empresa de yogurt quiere lanzar su nueva línea de yogures de distintos sabores para esto hizo una investigación de mercado y se determinó hacer 4 tipos de yogurt diferentes (A, B, C, D). El yogurt A tiene un costo de 1 dólar y un precio de venta de 2 dólares la empresa hace como máximo 1000 de estos por día. Con una ganancia de 1 dólar por yogurt. El yogurt B tiene un costo de 3 dólares y un precio de venta de 5 dólares. La empresa hace como máximo 600 de estos por día. Con una ganancia de 2 dólares por yogurt. El yogurt C tiene un costo de 4 dólares y un precio de venta de 4.5 dólares. La empresa hace como máximo 800 de estos por día. Con una ganancia de 0.5 dólares por yogurt. El yogurt D tiene un costo de 2 dólares y un precio de venta de 6 dólares. La empresa hace como máximo 1300 de estos por día. Con una ganancia de 4 dólares por yogurt. La empresa dispone de un presupuesto por día de 8000 dólares y un tope de producción de 3500 yogures por día. Se espera producir como máximo 400 yogures de cada tipo excepto del tipo D que se espera una producción máxima de 1200 yogures. Formule y resuelva un programa lineal para maximizar ganancias.

Planteamiento de la Información:

Yogurt	Producción máxima	Costo	Precio Venta	Ganancia neta
A	1000	1	2	1
B	600	3	5	2
C	800	4	4.5	0.5
D	1300	2	6	4

- Formulación del modelo.

$X_a$ = cantidad yogures tipo A para vender en el día.

$X_b$ = cantidad yogures tipo B para vender en el día.

$X_c$ = cantidad yogures tipo C para vender en el día.

$X_d$ = cantidad yogures tipo D para vender en el día.

Maximizar  $Z = X_a + 2 X_b + 0.5 X_c + 6 X_d$  Ganancia neta.

Sujeto a:

$X_a + X_b + X_c + X_d \leq 3500$  cantidad máxima de Yogures por vender

$X_a + 3 X_b + 4X_c + 2 X_d \leq 8000$  presupuesto máximo por día de los yogures.

$X_a \geq 400$  cantidad mínima del yogur A por vender.

$X_b \geq 400$  cantidad mínima del yogur B por vender.

$X_c \geq 400$  cantidad mínima del yogur C por vender.

$X_d \geq 1200$  cantidad mínima del yogur D por vender.

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable →	$X_a$	$X_b$	$X_c$	$X_d$	Direction	R. H. S.
Maximize	1	2	0.5	6		
Cantidad max yogures por vender	1	1	1	1	<=	3500
Presupuesto max por dia de yogures	1	3	4	2	<=	8000
cantidad mín de yogur A por vender	1				<=	400
cantidad mín de yogur b por vender		1			<=	400
cantidad mín de yogur C por vender			1		<=	400
cantidad mín de yogur D por vender				1	<=	1200
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	Xa	400,0000	1,0000	400,0000	0	basic	0	M
2	Xb	400,0000	2,0000	800,0000	0	basic	0	M
3	Xc	400,0000	0,5000	200,0000	0	basic	0	M
4	Xd	1.200,0000	6,0000	7.200,0000	0	basic	0	M
	Objective	Function	(Max.) =	8.600,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Cantidad max yogures por vender	2.400,0000	<=	3.500,0000	1.100,0000	0	2.400,0000	M
2	Presupuesto max por día de yogures	5.600,0000	<=	8.000,0000	2.400,0000	0	5.600,0000	M
3	cantidad mín de yogur A por vender	400,0000	<=	400,0000	0	1,0000	0	1.500,0000
4	cantidad mín de yogur b por vender	400,0000	<=	400,0000	0	2,0000	0	1.200,0000
5	cantidad mín de yogur C por vender	400,0000	<=	400,0000	0	0,5000	0	1.000,0000
6	cantidad mín de yogur D por vender	1.200,0000	<=	1.200,0000	0	6,0000	0	2.300,0000

Al resolver el problema planteado con WIN QSB, se observa que recomienda a esta empresa fabricar y vender 400 unidades de yogurt tipo A en el día, del tipo B las mismas 400 unidades/día, al igual que el producto C, pero del producto tipo D recomienda fabricar y vender 1200 unidades diarias. Se puede observar que se cumplió con la cantidad mínima por vender de cada yogurt, generando así una ganancia máxima de 8600 dólares diarios. El presupuesto máximo por día es de 8000 dólares de los cuales solo se utilizó 5600 dando como resultado una variable de holgura de 2400 dólares no utilizados. La cantidad máxima de producción yogurt por día para vender es 3500 de las cuales solo se producen 2500, por lo tanto aparece una holgura con 1100 unidades de yogurt no vendidas.

#### 4.81. Problema resuelto 81

Una empresa colombiana dedicada a la tapicería de muebles tiene cinco diferentes talleres de tapizado en el país, uno ubicado en Medellín, Cúcuta, Bogotá, Bucaramanga y Barranquilla. La empresa ha notado, que si importa su materia prima (cuerina) podría disminuir su costo de producción, así que decide importar la tela desde países asiáticos como China, Taiwán y Vietnam, pero debido a los reglamentos de importación desde China solo podrá importar 665 metros de tela (cuerina), desde Taiwán 580 metros y desde

Vietnam 400 metros. Los costos de la tela desde los países asiáticos hasta los talleres de tapizado en Colombia son los siguientes:

US/metro					
	Medellín	Cúcuta	Bogotá	Bucaramanga	Barranquilla
China	4	5	4	5	6
Taiwán	4.2	6	4	5.9	6.5
Vietnam	5	6.2	6	6	7

Para cumplir la cantidad de muebles tapizados por mes en cada taller, el taller ubicado en Medellín utiliza 100 metros de cuerina a la semana, el de Cúcuta 97.5 metros semanales, Bogotá y Bucaramanga usan 350 y 305 metros mensuales respectivamente y el taller de barranquilla requiere 50 metros semanales. El gerente de distribución es el encargado de hacer los pedidos para cada una de las tapicerías en Colombia y se le pide programar un plan para el pedido del siguiente mes al menor costo posible. (asuma que un mes tiene cuatro semanas).

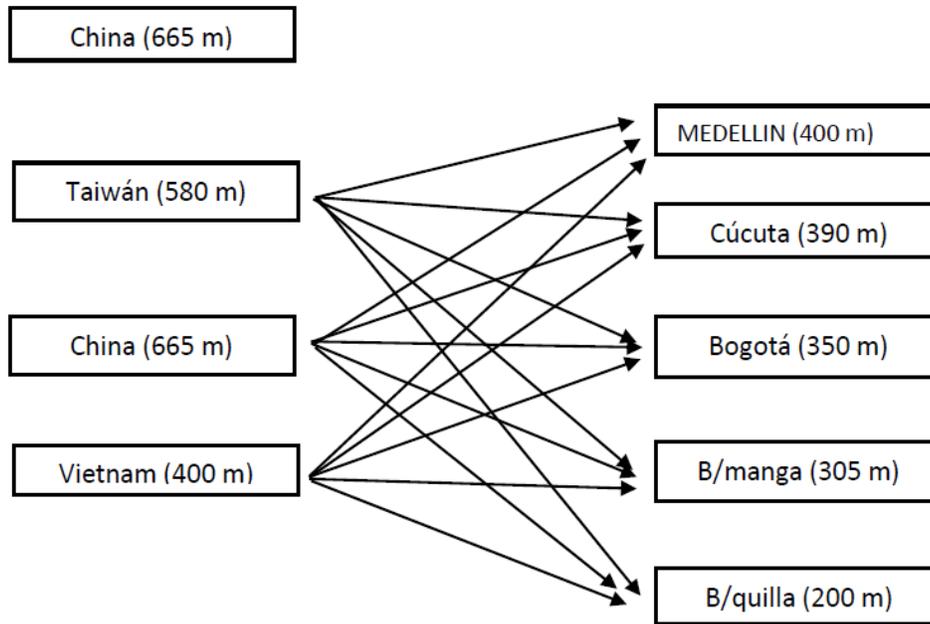
Planteamiento de la información:

Ciudad / País	US/metro					Oferta de importación (mts)
	Medellín	Cúcuta	Bogotá	Bucaramanga	Barranquilla	
China	4	5	4	5	6	665
Taiwán	4.2	6	4	5.9	6.5	580
Vietnam	5	6.2	6	6	7	400
Demanda (mts/mes)	400	390	350	305	200	

Medellín:  $(100 \text{ metros} / \text{semana}) * (4 \text{ semanas} / 1 \text{ mes}) = 400 \text{ metros/mes}$

Cúcuta:  $(97.5 \text{ metros/semana}) * (4 \text{ semanas} / 1 \text{ mes}) = 390 \text{ metros/mes}$

Barranquilla:  $(50 \text{ metros/semana}) * (4 \text{ semanas} / 1 \text{ mes}) = 200 \text{ metros/mes}$



- Formulación del modelo

$X_{1A}$ = Cantidad de metros importados desde China hasta el taller ubicado en Medellín

$X_{1B}$ = Cantidad de metros importados desde China hasta el taller ubicado en Cúcuta

$X_{1C}$ = Cantidad de metros importados desde China hasta el taller ubicado en Bogotá

$X_{1D}$ = Cantidad de metros importados desde China hasta el taller ubicado en

Bucaramanga

$X_{1E}$ = Cantidad de metros importados desde China hasta el taller ubicado en Barranquilla

$X_{2A}$ = Cantidad de metros importados desde Taiwán hasta el taller ubicado en Medellín

$X_{2B}$ = Cantidad de metros importados desde Taiwán hasta el taller ubicado en Cúcuta

$X_{2C}$ = Cantidad de metros importados desde Taiwán hasta el taller ubicado en Bogotá

$X_{2D}$ = Cantidad de metros importados desde Taiwán hasta el taller ubicado en

Bucaramanga

$X_{2E}$ = Cantidad de metros importados desde Taiwán hasta el taller ubicado en

Barranquilla

$X_{3A}$ = Cantidad de metros importados desde Vietnam hasta el taller ubicado en Medellín

$X_{3B}$ = Cantidad de metros importados desde Vietnam hasta el taller ubicado en Cúcuta

$X_{3C}$ = Cantidad de metros importados desde Vietnam hasta el taller ubicado en Bogotá

$X_{3D}$ = Cantidad de metros importados desde Vietnam hasta el taller ubicado en

Bucaramanga

$X_{3E}$ = Cantidad de metros importados desde Vietnam hasta el taller ubicado en

Barranquilla

$$\text{Minimizar } Z = 4X_{1A} + 5X_{1B} + 4X_{1C} + 5X_{1D} + 6X_{1E} + 4,2X_{2A} + 6X_{2B} + 4X_{2C} + 5,9X_{2D} + 6,5X_{2E} + 5X_{3A} + 6,2X_{3B} + 6X_{3C} + 6X_{3D} + 7X_{3E}$$

Sujeto a:

$$X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} + X_{1D} + X_{1E} \leq 665 \quad \text{Metros máx. impor. desde China (MMCH).}$$

$$X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} + X_{2D} + X_{2E} \leq 580 \quad \text{Metros máx. impor. desde Taiwán (MMTA).}$$

$$X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} + X_{3D} + X_{3E} \leq 400 \quad \text{Metros máx. impor. desde Vietnam (MMVIET).}$$

$$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} = 400 \quad \text{Metros de tela pedidos por Medellín (MTPM).}$$

$$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} = 390 \quad \text{Metros de tela pedidos por Cúcuta(MTPC).}$$

$$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} = 350 \quad \text{Metros de tela pedidos por Bogotá(MTPBO).}$$

$$X_{1D} + X_{2D} + X_{3D} = 305 \quad \text{Metros de tela pedidos por Bucaramanga(MTPBU).}$$

$$X_{1E} + X_{2E} + X_{3E} = 200 \quad \text{Metros de tela pedidos por Barranquilla(MTPBA).}$$

$$X_{ij}, \text{ todas las variables} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable ->	X1A	X1B	X1C	X1D	X1E	X2A	X2B	X2C	X2D	X2E	X3A	X3B	X3C	X3D	X3E	Direction	R. H. S.	
Minimize	4	5	4	5	6	4.2	6	4	5.9	6.5	5	6.2	6	6	7			
MMCH	1	1	1	1	1											<=	665	
MMTA						1	1	1	1	1						<=	580	
MMVIET											1	1	1	1	1	<=	400	
MTPM	1					1					1					=	400	
MTPC		1					1						1			=	390	
MTPBO			1					1						1		=	350	
MTPBU				1					1						1	=	305	
MTPBA					1					1						=	200	
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0			
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M			
VariableType	Continuous																	

Tabla de reporte combinado:

	06:56:50		Friday	May	24	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1A	0	4.0000	0	0	at bound	4.0000	M
2	X1B	390.0000	5.0000	1,950.0000	0	basic	-M	5.2000
3	X1C	0	4.0000	0	0.2000	at bound	3.8000	M
4	X1D	75.0000	5.0000	375.0000	0	basic	5.0000	5.0000
5	X1E	200.0000	6.0000	1,200.0000	0	basic	-M	6.0000
6	X2A	230.0000	4.2000	965.9999	0	basic	4.0000	4.5000
7	X2B	0	6.0000	0	0.8000	at bound	5.2000	M
8	X2C	350.0000	4.0000	1,400.0000	0	basic	-M	4.2000
9	X2D	0	5.9000	0	0.7000	at bound	5.2000	M
10	X2E	0	6.5000	0	0.3000	at bound	6.2000	M
11	X3A	170.0000	5.0000	850.0000	0	basic	4.7000	5.0000
12	X3B	0	6.2000	0	0.2000	at bound	6.0000	M
13	X3C	0	6.0000	0	1.2000	at bound	4.8000	M
14	X3D	230.0000	6.0000	1,380.0000	0	basic	6.0000	6.0000
15	X3E	0	7.0000	0	0	at bound	7.0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	8,121.0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	MMCH	665.0000	<=	665.0000	0	-1.0000	665.0000	895.0000
2	MMTA	580.0000	<=	580.0000	0	-0.8000	580.0000	750.0000
3	MMVIET	400.0000	<=	400.0000	0	0	400.0000	M
4	MTPM	400.0000	=	400.0000	0	5.0000	230.0000	400.0000
5	MTPC	390.0000	=	390.0000	0	6.0000	160.0000	390.0000
6	MTPBO	350.0000	=	350.0000	0	4.8000	180.0000	350.0000
7	MTPBU	305.0000	=	305.0000	0	6.0000	75.0000	305.0000
8	MTPBA	200.0000	=	200.0000	0	7.0000	0	200.0000

La compañía de acuerdo a la solución óptima presentada por WinQSB, debería importar 390 metros de tela desde China hasta el taller ubicado en Cúcuta, a Bucaramanga 75 metros y a Barranquilla 200 metros desde el mismo país. Taiwán debería importar hasta Medellín y Bogotá, 230 metros y 350 metros respectivamente, por último, desde Vietnam 170 metros a Medellín y 230 metros a Bucaramanga. Para obtener un costo mínimo total de US 8,121. La cantidad máxima de metros importados desde china (665 metros) se cumplió en su totalidad, de igual forma la oferta de importación de Taiwán (580 metros) se aprovechó completamente y finalizando, se importará la suma máxima de metros posibles desde Vietnam (400 metros), así mismo, el total de los pedidos de las ciudades colombianas se cumplió en sus totalidades.

#### 4.82. Problema resuelto 82

Una vidriería ofrece láminas de 10 metros las cuales son cortadas en 3 metros, 4 metros, y 5 metros dependiendo lo que me diga el cliente. La lámina de vidrio de 10 m puede ser cortada en 6 patrones, tal y como se muestra en la siguiente tabla

PATRON #	3 METROS	4 METROS	5 METROS	DESPERDICIOS
1	3	0	0	1
2	2	1	0	0
3	1	0	1	2
4	0	1	1	1
5	0	2	0	2
6	0	0	2	0

Existen otros patrones posibles, pero no son viables, por lo tanto, se podrá cortar una lámina de vidrio de 10 metros en una de 3 metros y una de 4 metros dejando un desperdicio de 3 metros, esto no tendría sentido dado que metros de desperdicio podrían ser utilizados como una pieza de 3 metros, así como se muestra en el patrón 2, si algún cliente ordena 50 láminas de 3 metros, 65 de 4 metros y 40 de 5 metros. ¿Cuántas láminas de 10 metros se

necesitan para cortar estas órdenes? Formule un modelo de programación lineal para minimizar los desperdicios.

Planteamiento de la información:

CANTIDAD DE LAMINAS	MEDIDA (M)	CANTIDAD DE LAMINAS PEDIDAS EN (M)
50	3	150m
65	4	260m
40	5	200m
		610m

- Formulación del modelo

$X_1$ = Láminas cortadas en el patrón 1 (LCP1)

$X_2$ = Láminas cortadas en el patrón 2 (LCP2)

$X_3$ = Láminas cortadas en el patrón 3 (LCP3)

$X_4$ = Láminas cortadas en el patrón 4 (LCP4)

$X_5$ = Láminas cortadas en el patrón 5 (LCP5)

$X_6$ = Láminas cortadas en el patrón 6 (LCP6)

Minimizar  $Z = 1X_1 + X_2 + 2X_3 + 1X_4 + 2X_5 + X_6$

Sujeto a:

$$3X_1 + 2X_2 + 1X_3 \geq 50 \quad \text{Láminas cortadas a 3 metros (LC3M)}$$

$$X_2 + X_4 + 2X_5 \geq 65 \quad \text{Láminas cortadas a 4 metros (LC4M)}$$

$$X_3 + X_4 + 2X_6 \geq 40 \quad \text{Láminas cortadas a 5 metros (LC5M)}$$

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \geq 61$  láminas necesitadas de 10 metros para cumplir el pedido(LC10M)

$$X_i \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	LCP1	LCP2	LCP3	LCP4	LCP5	LCP6	Direction	R. H. S.
Minimize	1	1	2	1	2	1		
LC3M	3	2	1	0	0	0	>=	50
LC4M	0	1	0	1	2	0	>=	65
LC5M	0	0	1	1	0	2	>=	40
LC10M	1	1	1	1	1	1	>=	61
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	15:26:18	Sunday	May	26	2019			
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	LCP1	0	1,0000	0	1,0000	at bound	0	M
2	LCP2	25,0000	1,0000	25,0000	0	basic	1,0000	1,6667
3	LCP3	0	2,0000	0	2,0000	at bound	0	M
4	LCP4	40,0000	1,0000	40,0000	0	basic	1,0000	1,5000
5	LCP5	0	2,0000	0	0	basic	1,0000	2,0000
6	LCP6	0	1,0000	0	1,0000	at bound	0	M
	Objective	Function	(Min.) =	65,0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	LC3M	50,0000	>=	50,0000	0	0	34,0000	50,0000
2	LC4M	65,0000	>=	65,0000	0	1,0000	65,0000	M
3	LC5M	40,0000	>=	40,0000	0	0	32,0000	40,0000
4	LC10M	65,0000	>=	61,0000	4,0000	0	-M	65,0000

La vidriería de acuerdo a la solución óptima presentada en WIN QSB, se puede analizar que debería cortar 25 láminas de vidrio con el patrón 2 y cortar 40 láminas de vidrio con el patrón 4 para obtener un desperdicio mínimo de 65m. La láminas cortadas en el patrón 1 generaría una pérdida de 1 mt por lámina cortada, al igual que el patrón 5 y la lámina de patrón 3 generaría una pérdida de 2 mt por lámina cortada. En el patrón 1, 5 y 6 se cortan láminas en su totalidad y no se obtiene un aumento en el desperdicio. El pedido de láminas cortadas a 10 m genera un excedente de 4 m, las láminas cortadas a 3, 4 y 5 m se cumplen en su totalidad, es decir, no hay ningún desperdicio, por lo que no se genera ni excedente u holgura.

#### 4.83. Problema resuelto 83

Una empresa textil cuenta con 4 fábricas especializadas en Jean de dama, caballero, niño y niña; cada una con una producción máxima semanal de 150 und, 180 und, 200 und y 100 und respectivamente. La empresa distribuye dos tipos de docenas con diferentes cantidades de contenido como se muestra en la tabla.

Docena	Especificaciones
Tipo 1	Más de 4 und caballero
	Menos de 6 und dama
	No más 5 de niño y niña
Tipo 2	Menos de 3 und caballero
	Menos de 4 und dama
	Más de 2 und niño
	Cualquier de niña

La empresa busca aumentar sus ganancias por lo tanto se busca evaluar la situación. la siguiente tabla muestra el costo de cada tipo de jean. Tenga en cuenta que las docenas que se venden al final de la semana.

Tipo de jean	Costo de fabricación (\$cop/und)	Precio de venta (\$cop/und)
Caballero	38000	60000
Dama	42000	75000
Niño	34000	52000
Niña	35000	55000

Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

- Formulación del modelo

$X_{C1}$ =Cantidad de jeans de caballero a componer cada docena tipo 1 al fin de la semana.

$X_{C2}$ = Cantidad de jeans de caballero a componer cada docena tipo 2 al fin de la semana.

$X_{D1}$ = Cantidad de jeans de dama a componer cada docena tipo 1 al fin de la semana.

$X_{D2}$ = Cantidad de jeans de dama a componer cada docena tipo 2 al fin de la semana.

$X_{O1}$ = Cantidad de jeans de niño a componer cada docena tipo 1 al fin de la semana.

$X_{O2}$ = Cantidad de jeans de niño a componer cada docena tipo 2 al fin de la semana.

$X_{A1}$  = Cantidad de jeans de niña a componer cada docena tipo 1 al fin de la semana.

$X_{A2}$  = Cantidad de jeans de niña a componer cada docena tipo 2 al fin de la semana.

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } Z = & 60000(X_{C1} + X_{C2}) + 75000(X_{D1} + X_{D2}) \\ & + 52000(X_{O1} + X_{O2}) + 53000(X_{A1} + X_{A2}) - 38000(X_{C1} + X_{C2}) \\ & - 42000(X_{D1} + X_{D2}) - 34000(X_{O1} + X_{O2}) - 35000(X_{A1} + X_{A2}) \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$X_{C1} + X_{C2} \leq 180 \text{ capacidad en la producción de jeans de caballero (CPJC)}$$

$$X_{D1} + X_{D2} \leq 150 \text{ capacidad en la producción de jeans de dama (CPJD)}$$

$$X_{O1} + X_{O2} \leq 200 \text{ capacidad en la producción de jeans de niño (CPJO)}$$

$$X_{A1} + X_{A2} \leq 100 \text{ capacidad en la producción de jeans de niña (CPJA)}$$

$$X_{C1} + X_{D1} + X_{O1} + X_{A1} = 12 \text{ cantidad de jeans por docena tipo 1 (CJD1)}$$

$$X_{C2} + X_{D2} + X_{O2} + X_{A2} = 12 \text{ cantidad de jeans por docena tipo 2 (CJD2)}$$

$$X_{C1} \geq 4 \text{ cantidad de jeans caballero en docena tipo 1 (CJCD1)}$$

$$X_{D1} \leq 7 \text{ cantidad de jeans dama en docena tipo 1 (CJDD1)}$$

$$X_{O1} + X_{A1} \leq 5 \text{ cantidad de jeans de niño y niña en docena tipo 1 (CJOAD1)}$$

$$X_{C2} \leq 3 \text{ cantidad de jeans caballero en docena tipo 2 (CJCD2)}$$

$$X_{D2} \leq 4 \text{ cantidad de jeans dama en docena tipo 2 (CJDD2)}$$

$$X_{O2} \geq 2 \text{ cantidad de jeans niño en docena tipo 2 (CJOD2)}$$

$$X_{C1} \ X_{C2} \ X_{D1} \ X_{D2} \ X_{O1} \ X_{O2} \ X_{A1} \ X_{A2} \geq 0$$

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	XC1	XC2	XD1	XD2	XO1	XO2	XA1	XA2	Direction	R. H. S.
Maximize	22000	22000	33000	33000	18000	18000	18000	18000		
CPJC	1	1							<=	180
CPJD			1	1					<=	150
CPDO					1	1			<=	200
CPJA							1	1	<=	100
CJD1	1		1		1		1		=	12
CJD2		1		1		1		1	=	12
CJCD1	1								>=	4
CJDD1			1						<=	7
CJOAD1						1	1		<=	5
CJCD2		1							<=	3
CJDD2				1					<=	4
CJOD2						1			>=	2
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous									

Tabla de reporte combinado:

	13:18:01		Sunday	May	12	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	XC1	5	22,000	110,000	0	basic	18,000	33,000
2	XC2	3	22,000	66,000	0	basic	18,000	M
3	XD1	7	33,000	231,000	0	basic	22,000	M
4	XD2	4	33,000	132,000	0	basic	18,000	M
5	XO1	0	18,000	0	-4,000	at bound	-M	22,000
6	XO2	2	18,000	36,000	0	basic	-M	18,000
7	XA1	0	18,000	0	-4,000	at bound	-M	22,000
8	XA2	3	18,000	54,000	0	basic	18,000	22,000
	Objective	Function	(Max.) =	629,000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CPJC	8	<=	180	172	0	8	M
2	CPJD	11	<=	150	139	0	11	M
3	CPDO	2	<=	200	198	0	2	M
4	CPJA	3	<=	100	97	0	3	M
5	CJD1	12	=	12	0	22,000	11	184
6	CJD2	12	=	12	0	18,000	9	109
7	CJCD1	5	>=	4	1	0	-M	5
8	CJDD1	7	<=	7	0	11,000	0	8
9	CJOAD1	0	<=	5	5	0	0	M
10	CJCD2	3	<=	3	0	4,000	0	6
11	CJDD2	4	<=	4	0	15,000	0	7
12	CJOD2	2	>=	2	0	0	0	5

La empresa textil de acuerdo a la solución óptima presentada por WIN QSB recomienda designar una cantidad de 5 jeans de caballero para componer cada docena del tipo 1, y 3 jeans de caballero para componer cada docena del tipo 2, mientras tanto que cada docena

tipo 1 de jeans de dama se componga de 7 jeans, y cada docena de jeans de dama tipo 2 contenga 4 jeans, debido a que los jeans de niño que componen cada docena de tipo 1 producen una pérdida de costos no se producirán jeans de este tipo, pero para los jeans de niño de cada docena tipo 2 deberá contener 2 jeans, en cuanto a la cantidad de jeans de niña que deberá contener cada docena tipo 1 se requiere que no se genere ninguna cantidad ya que esto produciría pérdidas, en cambio a la cantidad de jeans de niña que compone cada docena de tipo 2 se requerirán 3 jeans de estos, estas instrucciones se implementaran con el objetivo de cumplir en su totalidad y así maximizar las ganancias en \$629.000 cop. La capacidad en la producción de jeans de caballero es de 180 unidades en donde se dejaron de utilizar 172 unidades, la capacidad en la producción de jeans de dama es de 150 unidades dejando sin utilizar 139 unidades, así como se presentó en la capacidad en la producción de jeans de niño con 200 unidades generando 198 unidades las cuales no se emplearon, también en la capacidad en la producción de jeans para niña de 100 unidades en donde no se usaron 97 unidades, en la cantidad de jeans por docena tipo 1 se compone de 12 jeans donde se cumple en su totalidad, así mismo la cantidad de jeans por docena tipo 2 se compone de 12 jeans donde de igual forma se cumple en su totalidad, en la cantidad de jeans caballero en docena tipo 1 se presenta un excedente en la unidad, mientras que en la cantidad de jeans dama en docena tipo 1 se cumple en su totalidad, en la cantidad de jeans de niño y niña en docena tipo 1 se dejaron de manejar un total de 5 jeans, en cambio la cantidad de jeans caballero en docena tipo 2 se cumple en su totalidad, de igual forma en la cantidad de jeans dama en docena tipo dos y en la cantidad de jeans niños en docena tipo 2 cumpliéndose estos tres últimos en su totalidad.

#### 4.84. Problema resuelto 84

Una veterinaria ubicada en la ciudad de Cúcuta presenta problemas al quedarse sin abastecimiento y necesita comprar su mercancía lo más rápido posible para poder reabastecer su negocio y no perder ganancias por día, para eso cuenta con 4 bodegas que le ofrecen los siguientes paquetes con diferentes bultos de alimento como lo muestra la tabla.

Paquete	Especificaciones (bultos)	Costo (\$)
1	5 perro	1197000
	3 gato	
	1 pájaro	
2	6 perro	1183500
	2 gato	
	0.5 pájaro	
3	3 perro	1137000
	5 gato	
	1 pájaro	
4	6 perro	1150000
	4 gato	
	Ninguna para pájaro	

Se hace una llamada a cada bodega para el conocimiento de existencias de los paquetes las cuales son:

Bodega	Paquete 1	Paquete 2	Paquete 3	Paquete 4
1	4	1	2	5
2	2	0	0	2
3	0	1	4	2
4	5	0	3	0

La veterinaria cuenta con \$11.600.000 para la compra de la purina, si a cada paquete la veterinaria le recauda una cierta cantidad de dinero como se muestra en la tabla. Cuál será la mejor decisión para maximizar las ganancias.

Paquete	Recaudo
1	1201000
2	1215000
3	1165000

Paquete	Recaudo
4	1160000

- Formulación del modelo

$X_{1A}$ = Numero de paquetes tipo 1 de la bodega 1.

$X_{1B}$ = Numero de paquetes tipo 1 de la bodega 2.

$X_{1C}$ = Numero de paquetes tipo 1 de la bodega 3.

$X_{1D}$ = Numero de paquetes tipo 1 de la bodega 4.

$X_{2A}$ = Numero de paquetes tipo 2 de la bodega 1.

$X_{2B}$ = Numero de paquetes tipo 2 de la bodega 2.

$X_{2C}$ = Numero de paquetes tipo 2 de la bodega 3.

$X_{2D}$ = Numero de paquetes tipo 2 de la bodega 4.

$X_{3A}$ = Numero de paquetes tipo 3 de la bodega 1.

$X_{3B}$ = Numero de paquetes tipo 3 de la bodega 2.

$X_{3C}$ = Numero de paquetes tipo 3 de la bodega 3.

$X_{3D}$ = Numero de paquetes tipo 3 de la bodega 4.

$X_{4A}$ = Numero de paquetes tipo 4 de la bodega 1.

$X_{4B}$ = Numero de paquetes tipo 4 de la bodega 2.

$X_{4C}$ = Numero de paquetes tipo 4 de la bodega 3.

$X_{4D}$ = Numero de paquetes tipo 4 de la bodega 4.

$X_{ij}$ =Número de paquetes tipo  $i$  de la bodega tipo  $j$

1= paquete 1

A=bodega 1

$i \rightarrow$  2= paquete 2

$j \rightarrow$  B=bodega 2

3= paquete 3

C=bodega 3

4= paquete 4

D=bodega 4

$$\begin{aligned}
 \text{Maximizar } Z = & 1201000(X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} + X_{1D}) + 1195000(X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} + X_{2D}) \\
 & + 1165000(X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} + X_{3D}) \\
 & + 1160000(X_{4A} + X_{4B} + X_{4C} + X_{4D}) \\
 & - 1197000(X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} + X_{1D}) \\
 & - 1183500(X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} + X_{2D}) \\
 & - 1137000(X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} + X_{3D}) - 1150000(X_{4A} + X_{4B} + X_{4C} + X_{4D})
 \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$X_{1A} \leq 4 \text{ cantidad de paquetes máximos tipo 1 en la bodega 1 (CPM1B1)}$$

$$X_{2A} \leq 1 \text{ cantidad de paquetes tipo 2 en la bodega 1 (CP2B1)}$$

$$X_{3A} \leq 2 \text{ cantidad de paquetes tipo 3 en la bodega 1 (CP3B1)}$$

$$X_{4A} \leq 5 \text{ cantidad de paquetes tipo 4 en la bodega 1 (CP4B1)}$$

$$X_{1B} \leq 2 \text{ cantidad de paquetes tipo 1 en la bodega 2 (CP1B2)}$$

$$X_{4B} \leq 2 \text{ cantidad de paquetes tipo 4 en la bodega 2 (CP4B2)}$$

$$X_{2C} \leq 1 \text{ cantidad de paquetes tipo 2 en la bodega 3 (CP2B3)}$$

$$X_{3C} \leq 4 \text{ cantidad de paquetes tipo 3 en la bodega 3 (CP3B3)}$$

$$X_{4C} \leq 2 \text{ cantidad de paquetes de tipo 4 en la bodega 3 (CP4B3)}$$

$$X_{1D} \leq 5 \text{ cantidad de paquetes tipo 1 en la bodega 4 (CP1B4)}$$

$$X_{3D} \leq 3 \text{ cantidad de paquetes tipo 3 en bodega 4 (CP3B4)}$$

$$X_{1C} = 0 \text{ cantidad de paquetes tipo 1 en bodega 3 (CP1B3)}$$

$$X_{2B} = 0 \text{ cantidad de paquetes tipo 2 en bodega 2 (CP2B2)}$$

$$X_{2D} = 0 \text{ cantidad de paquetes tipo 2 en bodega 4 (CP2B4)}$$

$$X_{3B} = 0 \text{ cantidad de paquetes tipo 3 en bodega 2 (CP3B2)}$$

$X_{4D}=0$  cantidad de paquetes tipo 4 en bodega 4 (CP4B4)

$1197000(X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} + X_{1D}) + 1183500(X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} + X_{2D}) +$

$1137000(X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} + X_{3D}) + 1150000(X_{4A} + X_{4B} + X_{4C} + X_{4D}) \leq$

11600000presupuestó máximo para la compra de la purina (PMCP)

$X_{ij} \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable	X1A	X1B	X1C	X1D	X2A	X2B	X2C	X2D	X3A	X3B	X3C	X3D	X4A	X4B	X4C	X4D	Direction	R. H. S.
Maximize	4000	4000	4000	4000	11500	11500	11500	11500	28000	28000	28000	28000	10000	10000	10000	10000		
CPM1B1	1																<=	4
CP2B1					1												<=	1
CP3B1									1								<=	2
CP4B1													1				<=	5
CP1B2		1															<=	2
CP4B2														1			<=	2
CP2B3							1										<=	1
CP3B3											1						<=	4
CP4B3															1		<=	2
CP1B4				1													<=	5
CP3B4												1					<=	3
CP1B3			1														=	0
CP2B2						1											=	0
CP2B4								1									=	0
CP3B2										1							=	0
CP4B4																1	=	0
PMCP	1197000	1197000	1197000	1197000	1183500	1183500	1183500	1183500	1137000	1137000	1137000	1137000	1150000	1150000	1150000	1150000	<=	11600000
LowerBou	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBou	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableTy	Continuous																	

Tabla de reporte combinado:

14:00:42		Sunday	May	12	2019			
Decision	Solution	Unit Cost or	Total	Reduced	Basis	Allowable	Allowable	
1	X1A	0	4.000.00	0	-7.631.18	at bound	-M	11.631.18
2	X1B	0	4.000.00	0	-7.631.18	at bound	-M	11.631.18
3	X1C	0	4.000.00	0	0	basic	-M	M
4	X1D	0	4.000.00	0	-7.631.18	at bound	-M	11.631.18
5	X2A	1.00	11.500.00	11.500.00	0	basic	11.500.00	M
6	X2B	0	11.500.00	0	0	basic	-M	M
7	X2C	0.16	11.500.00	1.783.06	0	basic	10.291.30	11.500.00
8	X2D	0	11.500.00	0	0	basic	-M	M
9	X3A	2.00	28.000.00	56.000.00	0	basic	11.048.16	M
10	X3B	0	28.000.00	0	0	basic	-M	M
11	X3C	4.00	28.000.00	112.000.00	0	basic	11.048.16	M
12	X3D	3.00	28.000.00	84.000.00	0	basic	11.048.16	M
13	X4A	0	10.000.00	0	-1.174.48	at bound	-M	11.174.48
14	X4B	0	10.000.00	0	-1.174.48	at bound	-M	11.174.48
15	X4C	0	10.000.00	0	-1.174.48	at bound	-M	11.174.48
16	X4D	0	10.000.00	0	0	basic	-M	M
<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>265.283.06</b>					
	<b>Left Hand</b>		<b>Right Hand</b>	<b>Slack</b>	<b>Shadow</b>	<b>Allowable</b>	<b>Allowable</b>	
1	CPM1B1	0	<=	4.00	4.00	0	0	M
2	CP2B1	1.00	<=	1.00	0	0	0.16	1.16
3	CP3B1	2.00	<=	2.00	0	16.951.84	1.12	2.16
4	CP4B1	0	<=	5.00	5.00	0	0	M
5	CP1B2	0	<=	2.00	2.00	0	0	M
6	CP4B2	0	<=	2.00	2.00	0	0	M
7	CP2B3	0.16	<=	1.00	0.84	0	0.16	M
8	CP3B3	4.00	<=	4.00	0	16.951.84	3.12	4.16
9	CP4B3	0	<=	2.00	2.00	0	0	M
10	CP1B4	0	<=	5.00	5.00	0	0	M
11	CP3B4	3.00	<=	3.00	0	16.951.84	2.12	3.16
12	CP1B3	0	=	0	0	-7.631.18	0	0.15
13	CP2B2	0	=	0	0	0	0	0.16
14	CP2B4	0	=	0	0	0	0	0.16
15	CP3B2	0	=	0	0	16.951.84	0	0.16
16	CP4B4	0	=	0	0	-1.174.48	0	0.16
17	PMCP	11.600.000.00	<=	11.600.000.00	0	0.01	-M	M

La veterinaria de acuerdo a la solución óptima presentada por el programa WIN QSB recomienda que no se obtenga ningún número de paquetes tipo 1 de la bodega 1, puesto que esto produciría una pérdida, de igual forma que no se designen números de paquetes tipo 1 de la bodega 2, puesto que esta también origina una pérdida, para los paquetes tipo , de la bodega 3 se aconseja que no se dé compra ninguno de estos, en el número de paquetes tipo 1 de la bodega 4 solo se producirán pérdidas así que se procura no utilizar esta bodega. En el conjunto de paquetes tipo 2 de la bodega 1, paquetes tipo 2 de la bodega 2, paquetes tipo 2 de la bodega 3, paquetes tipo 2 de la bodega 4, paquetes tipo 3 de la bodega 1, paquetes tipo 3 de la bodega 2, paquetes tipo 3 de la bodega 3 y paquetes tipo 3 de la bodega tipo 4 se aconseja que no se ejerza ninguna adquisición de paquetes de cada uno de estos. En

cambio para los paquetes tipo 4 de la bodega 1, los paquetes tipo 4 de la bodega 2 y los paquetes tipo 4 de la bodega 3 se busca que no se generen cantidades de todas estas, puesto que cada una causa la misma cantidad de pérdidas, a diferencia de los paquetes tipo 4 de la bodega 4 en donde se recomienda no utilizar ninguno, todo esto con el objetivo de cumplir en su totalidad y que se maximicen las ganancias en \$265.283. La cantidad de paquetes máximos tipo 1 en la bodega 1 dejo de utilizar 4 paquetes, pero la cantidad de paquetes tipo 2 en la bodega 1 y la cantidad de paquetes tipo 3 en la bodega 1 cumple en su totalidad con los paquetes, a diferencia de la cantidad de paquetes tipo 4 en la bodega 1 en donde se dejaron de utilizar 5 paquetes, mientras que la cantidad de paquetes tipo 1 en la bodega 2 dejo de manejar una cantidad de 2 paquetes, de igual manera la cantidad de paquetes tipo 4 en la bodega 2 dejo de manejar una cantidad de 2 paquetes, en cuanto a la cantidad de paquetes tipo 2 en la bodega 3, no se utilizó 1 paquete, en la cantidad de paquetes tipo 3 en la bodega 3 cumple en su totalidad, no como en la cantidad de paquetes de tipo 4 en la bodega 3 no se utilizaron 2 paquetes y en la cantidad de paquetes tipo 1 en la bodega 4 en donde se dejaron de utilizar 5 paquetes, en cambio en la cantidad de paquetes tipo 3 en la bodega 4, paquetes tipo 1 en la bodega 3, paquetes tipo 2 en la bodega 2, paquetes tipo 2 en la bodega 4, paquetes tipo 3 en la bodega 2, paquetes tipo 4 en la bodega 4 cumplieron todos estos en su totalidad con la cantidad de paquetes, de la misma forma el presupuesto máximo para la compra de la purina cumplió en su totalidad.

#### **4.85. Problema resuelto 85**

La empresa Blue S.A. (Empresa productora de café) ubicada en la ciudad de Cúcuta, quiere dar oportunidad de trabajo a personas afectadas por la situación de Venezuela, para esto cuenta con 20 vacantes para diferentes áreas de trabajo en la empresa. Las áreas donde trabajaran será maquinista, empacador, montacargas y de lavado. En maquinaria se

necesitaran a 7 personas, con nivel de estudio una técnica, en Almacén se necesitaran 5 personas, con nivel de estudio una tecnología, en Montacargas se necesitara 4 personas, con nivel de estudio bachillerato y en Lavado se necesitaran 4 personas, con nivel de estudio bachiller. La gerente de la empresa Blue S.A tiene unas limitaciones, las personas que trabajaran en máquinas puedan trabajar menos 8 horas al día y por hora se ganan \$1.000 pesos, en empacador menos de 4 horas al día, por hora ganan \$2000 pesos, montacargas 6 horas al día pero su horario de trabajo empezara a las 4 am por hora ganan \$3000 pesos, para que pueda recibir el grano de café, y el de lavado pueda trabajar menos de 5 horas por día, \$500 por hora. La empresa necesita minimizar gastos en estas 4 áreas de trabajo, utilizando como máximo 400.000 pesos por día. Formule un modelo de programación lineal.

Planteamiento de la información:

AREA	NUMERO DE PERSONAL	NIVEL DE ESTUDIO	SUELDO POR HORA (Pesos/h)
Maquinaria	Más de 2	Técnica	1.000
Almacén	Más de 1	Tecnología	2.000
Montacargas	Igual a 6	Bachillerato	3.000
Lavado	Más de 3	Bachillerato	500

Maquinaria  $\leq$  8 horas al día

Almacén  $\leq$  4 horas al día

Montacargas = 6 horas al día

Lavado  $\leq$  5 horas al día

Capital  $\leq$  400.000 pesos al día

- Formulación del modelo

$X_1$  = cantidad de personas que se quiere asignar a el área de maquinaria.

$X_2$  = cantidad de personas que se quiere asignar a el área de almacén.

$X_3$  = cantidad de personas que se quiere asignar a el área de montacargas.

$X_4$  = cantidad de personas que se quiere asignar a el área de lavado.

$$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$$

$$\text{Minimizar } Z = 8.000x_1 + 16.000x_2 + 24.000x_3 + 4000x_4$$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 20 \text{ cant.max.vacantes (CMV)}$$

$$8.000x_1 + 16.000x_2 + 24.000x_3 + 4000x_4 \leq 400.000 \text{ cant.max.capital (CMC)}$$

$$X_1 \geq 2 \text{ cant.min.Personas en el área de maquinaria (CMHX1)}$$

$$X_2 \geq 1 \text{ cant.min.Personas en el área de almacén (CMHX2)}$$

$$X_3 = 6 \text{ cant.min.personas de en el área de montacargas (CMHX3)}$$

$$X_4 \geq 3 \text{ cant.min.personas de en el área de lavado (CMHX4)}$$

$$X_i \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
<b>Minimize</b>	<b>8000</b>	<b>16000</b>	<b>24000</b>	<b>4000</b>		
<b>CMV</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>20</b>
<b>CMC</b>	<b>8000</b>	<b>16000</b>	<b>24000</b>	<b>4000</b>	<b>&lt;=</b>	<b>400000</b>
<b>CMHX1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>&gt;=</b>	<b>2</b>
<b>CMHX2</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>&gt;=</b>	<b>1</b>
<b>CMHX3</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>=</b>	<b>6</b>
<b>CMHX4</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>3</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

23:00:57		Wednesday		May		29		2019	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	2	8.000	16.000	0	basic	0	M	
2	X2	1	16.000	16.000	0	basic	0	M	
3	X3	6	24.000	144.000	0	basic	-M	M	
4	X4	3	4.000	12.000	0	basic	0	M	
	Objective	Function	(Min.) =	188.000					
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	CMV	12	<=	20	8	0	12	M	
2	CMC	188.000	<=	400.000	212.000	0	188.000	M	
3	CMHX1	2	>=	2	0	8.000	0	10	
4	CMHX2	1	>=	1	0	16.000	0	9	
5	CMHX3	6	=	6	0	24.000	0	14	
6	CMHX4	3	>=	3	0	4.000	0	11	

La empresa Blue S.A. de acuerdo a la solución óptima presentada por WIN QSB deberá asignar a 2 personas el área de maquinaria, mientras tanto en el área de almacén solo estará una persona en el cargo, debido a que el trabajo en el área de montacargas es más complejo, se requerirá asignar a 6 personas y en cuanto al área de lavado solo se necesitará 3 personas, esto se implementara con el objetivo de cumplir en su totalidad y así minimizar gastos de \$188.000 pesos. La cantidad máxima de vacantes es de 20 personas y se presenta una holgura de 8 personas para cumplir con su totalidad, la cantidad máxima del capital es de \$400.000 pesos y la cantidad que se dejó de utilizar es de \$212.000, la cantidad mínima a trabajar en el área de maquinaria es de dos personas donde se cumple en su totalidad, así mismo la cantidad mínima requerida a trabajar en el área de almacén es de una personas donde se cumple en su totalidad, mientras que en el área de montacargas se necesitan 6 personas en su totalidad y finalmente la cantidad mínima a trabajar en el área de lavado es de tres personas donde se cumple en su totalidad.

**4.86. Problema resuelto 86**

En una panadería se sacan al mercado 4 tipos de productos diferentes característicos de su establecimiento. Los productos son: pan, galletas, merengues y porción de torta. Para la venta directa del establecimiento al cliente se han dispuesto los siguientes precios:

El pan puede ser comprada cada unidad por \$200, las galletas por unidad tienen un precio de \$300, los merengues tienen un precio de \$400 por unidad, las porciones de torta tienen un precio de \$700 por unidad. De igual forma, la panadería saca diariamente promociones para los clientes más fieles entre las cuales están: Para el pan, si el cliente decide llevar 6 unidades que normalmente costarían \$1.200, la panadería las ofrece a \$1.000, para las galletas, si el cliente decide llevar 4 unidades que normalmente costarían \$1.200, la panadería las ofrece a \$1.000, para los merengues, si el cliente decide llevar 6 unidades que normalmente costarían \$2.400, la panadería las ofrece a \$2.000, para las porciones de torta, si el cliente decide llevar 5 unidades que normalmente costarían \$3.500, la panadería las ofrece a \$3.000. La panadería diariamente tiene un tope de producción para cada uno de los 4 tipos de productos que es: Para el pan, diariamente producen 1.500 unidades diarias, para las galletas, 1.000 unidades diarias, para los merengues, 1.200 unidades diarias, para las porciones de torta, 900 unidades diarias. Los costos de producción fluctúan alrededor de:

Para el pan, cada unidad tiene un costo de producción de \$100, para las galletas, tienen un costo de producción de \$150, para los merengues, tienen un costo de producción de \$250, para las porciones de torta, un costo de producción de \$400. Adicionalmente tiene un costo de mano de obra en pesos/unidad que está especificado de la siguiente forma: Para el pan, \$15 por unidad, para las galletas, \$20 por unidad, para los merengues, \$20 por unidad, para la porción de torta, \$50 por unidad. Diariamente la panadería cuenta con un recurso

financiero de \$2.000.000. Formule un modelo de programación lineal para maximizar las ganancias.

Planteamiento de la información:

Información	Insumos (\$/unidad)	Mano de obra (\$/unidad)	Producción máxima (unidad/día)	Ingresos normales (\$/unidad)	Ingresos con promoción (\$/unidad)
Producto					
Pañ	100	15	1.500	200	167
Galletas	150	20	1.000	300	250
Merengues	250	20	1.200	400	333
Porción de torta	400	50	900	700	600

Total productos = 4.600 unds / día

Capital= \$2.000.000 / día

- Formulación del modelo

$X_1$ = Cantidad de panes a producir diariamente en la panadería.

$X_2$ = Cantidad de galletas a producir diariamente en la panadería.

$X_3$ = Cantidad de merengues a producir diariamente en la panadería.

$X_4$ = Cantidad de porciones de torta a producir diariamente en la panadería.

Maximizar  $Z = 252X_1 + 380X_2 + 463X_3 + 850X_4$

Limitado a:

$X_1 \leq 1.500$  Máxima producción de pan (MPP)

$X_2 \leq 1.000$  Máxima producción de galletas (MPG)

$X_3 \leq 1.200$  Máxima producción de merengues (MPM)

$X_4 \leq 900$  Máxima producción de porción de torta (MPPT)

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 \leq 4600$  Máxima producción diaria (MPD)

$115X_1 + 170X_2 + 270X_3 + 450X_4 \leq 2.000.000$  Capital máximo disponible para  
producción diaria (CMDPD)

$$X_i \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable →	PAN	GALLETAS	MERENGUES	PORC. TORTA	Direction	R. H. S.
Maximize	252	380	463	850		
MPP	1				<=	1500
MPG		1			<=	1000
MPM			1		<=	1200
MPPT				1	<=	900
MPD	1	1	1	1	<=	4600
CMDPD	115	170	270	450	<=	2000000
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de Reporte Combinado

12:36:45	Thursday	May	30	2019			
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 PAN	1.500,0000	252,0000	378.000,0000	0	basic	0	M
2 GALLETAS	1.000,0000	380,0000	380.000,0000	0	basic	0	M
3 MERENGUES	1.200,0000	463,0000	555.600,0000	0	basic	0	M
4 PORC. TORTA	900,0000	850,0000	765.000,0000	0	basic	0	M
Objective	Function	(Max.) =	2.078.600,0000				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 MPP	1.500,0000	<=	1.500,0000	0	252,0000	0	1.500,0000
2 MPG	1.000,0000	<=	1.000,0000	0	380,0000	0	1.000,0000
3 MPM	1.200,0000	<=	1.200,0000	0	463,0000	0	1.200,0000
4 MPPT	900,0000	<=	900,0000	0	850,0000	0	900,0000
5 MPD	4.600,0000	<=	4.600,0000	0	0	4.600,0000	M
6 CMDPD	1.071.500,0000	<=	2.000.000,0000	928.500,0000	0	1.071.500,0000	M

La panadería de acuerdo a la solución óptima presentada por WIN QSB, debería: producir diariamente 1.500 unidades de pan, 1.000 unidades de galletas, 1.200 unidades de merengues y 900 unidades de porción de torta para obtener una ganancia máxima de \$2.078.600. Las cantidades máximas de producción de los productos (pan, galletas,

merengues y porciones de torta) se cumplió en su totalidad asimismo como la máxima producción diaria de toda la panadería de 4.600 unidades; por otra parte, se hace evidente que no se hace uso total de todo el capital disponible diariamente para la producción (\$2.000.000), arrojando una holgura de \$928.500 que quedan sin utilizarse.

#### 4.87. Problema resuelto 87

En una joyería se fabrican cuatro clases de joyas, aretes, cadenas, pulseras y anillos, cada joya está compuesta por cuatro tipos de materiales: bronce, acero, oro y plata. Las cadenas deben estar conformadas por no menos de 20% de oro, no más de 10% de plata, en el caso de las pulseras estas deben estar conformadas por no más del 20% de oro y no menos del 10% de plata, los demás materiales no tienen especificación estipulada para ninguna joya, además la empresa tiene una capacidad mínima de producción de 500, 400 y 100 unidades de cadenas, pulseras y aretes respectivamente, los anillos tienen capacidad ilimitada de producción. El costo de fabricación de las cadenas es de \$120.000 por unidad, de las pulseras \$130.000 por unidad, de los anillos \$150.000 por unidad y los aretes \$100.000 por unidad. Se desea formular un modelo de producción para minimizar costos.

Planteamiento de la información:

	Especificaciones	Capacidad máxima de producción	Costo de fabricación \$/unidad
Aretes		100	120.000
Cadenas	No menos del 20% de oro No más del 10% plata	500	180.000
Pulseras	No más del 20% de oro No menos del 10% de plata	400	150.000
Anillos			100.000

- Formulación del modelo

$X_{ij}$  = Cantidad de joyas a producir tipo  $i$  compuestas por materiales tipo  $j$ .

$iA$  = aretes

$C$  = cadenas

$P$  = pulseras

$N$  = anillos

$j1$  = Bronce

$2$  = Plata

$3$  = Oro

$4$  = Acero

$X_{A1}$  = Cantidad de aretes a producir compuestos por bronce.

$X_{A2}$  = Cantidad de aretes a producir compuestos por plata.

$X_{A3}$  = Cantidad de aretes a producir compuestos por oro.

$X_{A4}$  = Cantidad de aretes a producir compuestos por acero.

$X_{C1}$  = Cantidad de cadenas a producir compuestos por bronce.

$X_{C2}$  = Cantidad de cadenas a producir compuestos por plata.

$X_{C3}$  = Cantidad de cadenas a producir compuestos por oro.

$X_{C4}$  = Cantidad de cadenas a producir compuestos por acero.

$X_{P1}$  = Cantidad de pulseras a producir compuestos por bronce.

$X_{P2}$  = Cantidad de pulseras a producir compuestos por plata.

$X_{P3}$  = Cantidad de pulseras a producir compuestos por oro.

$X_{P4}$  = Cantidad de pulseras a producir compuestos por acero.

$X_{N1}$  = Cantidad de aretes a producir compuestos por plata.

$X_{N2}$  = Cantidad de aretes a producir compuestos por plata.

$X_{N3}$  = Cantidad de aretes a producir compuestos por plata.

$X_{N4}$  = Cantidad de aretes a producir compuestos por plata.

$$\text{Minimizar } Z = 120000(X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} + X_{A4}) + 180000(X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4}) + 150000(X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} + X_{P4}) + 100000(X_{N1} + X_{N2} + X_{N3} + X_{N4})$$

Sujeto a:

$$X_{A1} + X_{A2} + X_{A3} + X_{A4} \geq 100 \text{ Capacidad mínima producción de aretes (C.MN.A).}$$

$$X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4} \geq 400 \text{ Capacidad mínima producción de cadenas (C.MN.C).}$$

$$X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} + X_{P4} \geq 500 \text{ Capacidad mínima producción de pulseras (C.MN.P).}$$

$$X_{C3} \geq 0.2 (X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4}) \text{ Especificación mínima de oro en cadenas}$$

$$(E.MN.O \text{ EN } C).$$

$$X_{C2} \leq 0.1 (X_{C1} + X_{C2} + X_{C3} + X_{C4}) \text{ Especificación máxima de plata en cadenas}$$

$$(E.MX.P \text{ EN } C).$$

$$X_{P3} \leq 0.2 (X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} + X_{P4}) \text{ Especificación máxima de oro en pulseras}$$

$$(E.MX.O \text{ EN } P).$$

$$X_{P2} \geq 0.1 (X_{P1} + X_{P2} + X_{P3} + X_{P4}) \text{ Especificación mínima de plata en pulseras}$$

$$(E.MN.P \text{ EN } P).$$

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable ->	XA1	XA2	XA3	XA4	XC1	XC2	XC3	XC4	XP1	XP2	XP3	XP4	XN1	XN2	XN3	XN4	Direction	R. H. S.
Minimize	120000	120000	120000	120000	180000	180000	180000	180000	150000	150000	150000	150000	100000	100000	100000	100000		
C.MN.A	1	1	1	1													>=	100
C.MN.C					1	1	1	1									>=	400
C.MN.P									1	1	1	1					>=	500
E.MN.O EN C					-0.2	-0.2	0.8	-0.2									>=	0
E.MX.P EN C					-0.1	0.9	-0.1	-0.1									<=	0
E.MX.O EN P									-0.2	-0.2	0.8	-0.2					<=	0
E.MN.P EN P									-0.1	0.9	-0.1	-0.1					>=	0
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous																	

Tabla de reporte combinado:

	22:32:33		Tuesday	May	28	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	XA1	100,0000	120,000,0000	12,000,000,0000	0	basic	0	120,000,0000
2	XA2	0	120,000,0000	0	0	at bound	120,000,0000	M
3	XA3	0	120,000,0000	0	0	at bound	120,000,0000	M
4	XA4	0	120,000,0000	0	0	at bound	120,000,0000	M
5	XC1	320,0000	180,000,0000	57,600,000,0000	0	basic	-45,000,0000	180,000,0000
6	XC2	0	180,000,0000	0	0	at bound	180,000,0000	M
7	XC3	80,0000	180,000,0000	14,400,000,0000	0	basic	180,000,0000	M
8	XC4	0	180,000,0000	0	0	at bound	180,000,0000	M
9	XP1	450,0000	150,000,0000	67,500,000,0000	0	basic	-16,666,6700	150,000,0000
10	XP2	50,0000	150,000,0000	7,500,000,0000	0	basic	150,000,0000	M
11	XP3	0	150,000,0000	0	0	at bound	150,000,0000	M
12	XP4	0	150,000,0000	0	0	at bound	150,000,0000	M
13	XN1	0	100,000,0000	0	100,000,0000	at bound	0	M
14	XN2	0	100,000,0000	0	100,000,0000	at bound	0	M
15	XN3	0	100,000,0000	0	100,000,0000	at bound	0	M
16	XN4	0	100,000,0000	0	100,000,0000	at bound	0	M
	Objective	Function	(Min.) =	159,000,000,0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C.MN.A	100,0000	>=	100,0000	0	120,000,0000	0	M
2	C.MN.C	400,0000	>=	400,0000	0	180,000,0000	0	M
3	C.MN.P	500,0000	>=	500,0000	0	150,000,0000	0	M
4	E.MN.O EN C	0,0000	>=	0	0	0	-80,0000	320,0000
5	E.MX.P EN C	-40,0000	<=	0	40,0000	0	-40,0000	M
6	E.MX.O EN P	-100,0000	<=	0	100,0000	0	-100,0000	M
7	E.MN.P EN P	0,0000	>=	0	0	0	-50,0000	450,0000

De acuerdo a la solución óptima presentada por WinQSB, la joyería debería producir 100, 320 y 450 unidades de aretes, cadenas y pulseras respectivamente todos estos

compuestos de bronce, así mismo producir 80 cadenas conformadas de oro y 50 pulseras de plata, para así obtener un costo mínimo total de \$159.000.000, sin embargo no es posible producir anillos de ningún tipo de material ya que por cada unidad producida de anillos representa una pérdida de \$100.000 lo cual aumenta el costo. La capacidad mínima de producción de aretes, cadenas y pulseras se cumplió en su totalidad, en cuanto a la especificación máxima de plata en las cadenas existe una holgura de 40 unidades que se dejaron de utilizar para producir dicha joya, asimismo en lo referente a la especificación máxima de oro en pulseras, se pudo determinar que se presenta una holgura de 100 unidades que se dejaron de utilizar para producir pulseras.

#### 4.88. Problema resuelto 88

Una empresa productora de jugos naturales procesa 4 sabores diferentes, mango, mora, manzana y pera. La empresa fabrica y vende diariamente 1.500 Unidades, 2.000, 1.800 y 2.300 respectivamente. Pero actualmente están teniendo problemas para conseguir la pulpa de sus productos debido al alza de los precios y a la baja en la cosecha. Por eso la empresa se vio obligada a contratar más de un proveedor de pulpa de fruta y recolecto la siguiente información con respecto a los precios de venta de dichos proveedores por fruta requerida:

\$/Kg

PROVEEDOR	MANGO	MORA	MANZANA	PERA
1	1000	1200	1400	1800
2	1200	600	1000	2000
3	800	1400	1200	1500
4	1300	700	1300	1700

La empresa necesita en Kg 100, 180, 120 y 190 respectivamente cantidades mínimas de pulpa para fabricar sus jugos. Como gerente de la empresa se le pide a usted que realice un plan de pedido minimizando el costo para mantener el margen de utilidades.

- Formulación del modelo

$X_{ij}$  = cantidad en kg a pedir a los proveedores tipo  $i$  de las pulpas tipo  $j$  diariamente.

$i =$ proveedor	1	$j =$ pulpa	mango	A
	2		mora	B
	3		manzana	C
	4		pera	D

$X_{1A}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 1 de la pulpa de mango

$X_{1B}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 1 de la pulpa de mora

$X_{1C}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 1 de la pulpa de manzana

$X_{1D}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 1 de la pulpa de pera

$X_{2A}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 2 de la pulpa de mango

$X_{2B}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 2 de la pulpa de mora

$X_{2C}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 2 de la pulpa de manzana

$X_{2D}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 2 de la pulpa de pera

$X_{3A}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 3 de la pulpa de mango

$X_{3B}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 3 de la pulpa de mora

$X_{3C}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 3 de la pulpa de manzana

$X_{3D}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 3 de la pulpa de pera

$X_{4A}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 4 de la pulpa de mango

$X_{4B}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 4 de la pulpa de mora

$X_{4C}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 4 de la pulpa de manzana

$X_{4D}$  : cantidad en kg a pedir del proveedor 4 de la pulpa de pera



Tabla de reporte combinado:

	09:50:29	Friday	May	24	2019			
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit cfil	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. cfil	Allowable Max. cfil
1	X1A	0	1.000,0000	0	200,0000	at bound	800,0000	M
2	X1B	0	1.200,0000	0	600,0000	at bound	600,0000	M
3	X1C	0	1.400,0000	0	400,0000	at bound	1.000,0000	M
4	X1D	0	1.800,0000	0	300,0000	at bound	1.500,0000	M
5	X2A	0	1.200,0000	0	400,0000	at bound	800,0000	M
6	X2B	2.000,0000	600,0000	1.200,000,0000	0	basic	-M	700,0000
7	X2C	1.800,0000	1.000,0000	1.800,000,0000	0	basic	-M	1.200,0000
8	X2D	0	2.000,0000	0	500,0000	at bound	1.500,0000	M
9	X3A	1.500,0000	800,0000	1.200,000,0000	0	basic	-M	1.000,0000
10	X3B	0	1.400,0000	0	800,0000	at bound	600,0000	M
11	X3C	0	1.200,0000	0	200,0000	at bound	1.000,0000	M
12	X3D	2.300,0000	1.500,0000	3.450,000,0000	0	basic	-M	1.700,0000
13	X4A	0	1.300,0000	0	500,0000	at bound	800,0000	M
14	X4B	0	700,0000	0	100,0000	at bound	600,0000	M
15	X4C	0	1.300,0000	0	300,0000	at bound	1.000,0000	M
16	X4D	0	1.700,0000	0	200,0000	at bound	1.500,0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	7.650.000,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	cant min pulp mang	1.500,0000	>=	100,0000	1.400,0000	0	-M	1.500,0000
2	cant min pulp mora	2.000,0000	>=	180,0000	1.820,0000	0	-M	2.000,0000
3	cant min pulp manza	1.800,0000	>=	120,0000	1.680,0000	0	-M	1.800,0000
4	cant min pulp pera	2.300,0000	>=	190,0000	2.110,0000	0	-M	2.300,0000
5	dda max jugo mango	1.500,0000	=	1.500,0000	0	800,0000	100,0000	M
6	dda max jugo mora	2.000,0000	=	2.000,0000	0	600,0000	180,0000	M
7	dda max jugo manza	1.800,0000	=	1.800,0000	0	1.000,0000	120,0000	M
8	dda max jugo pera	2.300,0000	=	2.300,0000	0	1.500,0000	190,0000	M

La solución óptima para este modelo en WIN QSB recomienda que la empresa pida 2000 kg de pulpa de mora al proveedor 2, 1800 kg de pulpa de manzana al proveedor 2, 1500 kg de pulpa de mango al proveedor 3 y 2300 kg de pulpa de pera del proveedor 3 y de esta forma obtener costos por \$7.650.000. No se recomienda que la empresa pida kg de pulpa de mango al proveedor 1, kg de pulpa de mora al proveedor 1, kg de pulpa de manzana al proveedor 1, kg de pulpa de pera al proveedor 1; kg de pulpa de mango del proveedor 2, kg de pulpa de pera del proveedor 2; kg de pulpa de mora del proveedor 3, kg de pulpa de manzana del proveedor 3, kg de pulpa de mango al proveedor 4, kg de pulpa de mora al proveedor 4, kg de pulpa de manzana al proveedor 4, kg de pulpa de

pera al proveedor 4, puesto que un kg pedido de cualquiera de estas pulpas a estos proveedores arrojarían diferentes pérdidas como se muestra en la columna de costos reducidos de la tabla de reporte combinado. La cantidad mínima de pulpa de mango tuvo un exceso de 1400 kg. La cantidad mínima de pulpa de mora tuvo un exceso de 1820 kg. La cantidad mínima de pulpa de manzana tuvo exceso de 1680 kg. La cantidad mínima de pulpa de pera tuvo exceso de 2110 kg. La demanda máxima de jugo de mango se cumplió en su totalidad. La demanda máxima de jugo de mora se cumplió en su totalidad. La demanda máxima de jugo de manzana se cumplió en su totalidad. Finalmente la demanda máxima de jugo de pera se cumplió en su totalidad.

#### **4.89. Problema resuelto 89**

La empresa CHEMICA S.A preocupada por el impacto ambiental realizó un estudio acerca de la elaboración de sus tres principales productos ( $P_1$ ,  $P_2$  y  $P_3$ ), para lo cual dispone de tres fábricas (A, B, C) situadas en diferentes ubicaciones, según su estudio, la elaboración de cada producto genera en el medio ambiente un volumen de contaminación en ( $\text{cm}^3$ ), para  $P_1$ , el volumen de contaminación es de 0,2; para el  $P_2$ , 1,3 y para el  $P_3$ , 0,5  $\text{cm}^3$  por unidad producida. Se sabe que cada producto tiene un ingreso en euros de (2, 5, 3) en la fábrica A; (3, 2, 4) en la fábrica B y (6, 3, 2) en la fábrica C y que la capacidad de producción en las fábricas es de 200, 400 y 300 unidades diarias respectivamente. Según las ubicaciones de las fábricas se tiene un volumen máximo de contaminación diaria en la zona establecida la cual para la fábrica A es de 150  $\text{cm}^3$ ; para la fábrica B es de 200  $\text{cm}^3$  y para la fábrica C de 250  $\text{cm}^3$ . Concientizados acerca de la problemática ambiental actual, la empresa desea saber cuántas unidades diarias de cada producto deben elaborarse en cada fábrica, de manera que permita maximizar los ingresos, sin superar los volúmenes máximos de contaminación.

Planteamiento del problema:

Fabricas		Fabrica 1 (A)	Fabrica 2 (B)	Fabrica 3 (C)
Informacion				
Volumen de contaminación (cm <sup>3</sup> / unidad)	P <sub>1</sub>	0.2	0.2	0.2
	P <sub>2</sub>	1.3	1.3	1.3
	P <sub>3</sub>	0.5	0.5	0.5
Capacidad de producción (unidades * día)		200	400	300
Volumen máximo de contaminación (cm <sup>3</sup> * día)		150	200	250
Ingreso producto 1 ( €/unidad)		2	5	3
Ingreso producto 2 ( €/unidad)		3	2	4
Ingreso producto 3 ( €/unidad)		6	3	2

- Formulación del modelo

$X_{ij}$ : Cantidad de unidades elaboradas al día del producto  $i$  realizadas en la fábrica tipo  $j$ .

$P_1$ = producto 1                      A= fabrica 1

$i$      $P_2$ = producto 2                       $j$     B= fabrica 2

$P_3$  = producto 3                      C= fabrica 3

$X_{1A}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_1$  en A

$X_{1B}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_1$  en B

$X_{1C}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_1$  en C

$X_{2A}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_2$  en A

$X_{2B}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_2$  en B

$X_{2C}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_2$  en C

$X_{3A}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_3$  en A

$X_{3B}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_3$  en B

$X_{3C}$ : Unidades elaboradas al día de  $P_3$  en C

Maximizar Z:  $2X_{1A} + 5X_{1B} + 3X_{1C} + 3X_{2A} + 2X_{2B} + 4X_{2C} + 6X_{3A} + 3X_{3B} + 2X_{3C}$

Sujeto a:

$$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} \leq 200 \text{ Capacidad máxima de producción en la fabrica1 (CPmaxF1)}$$

$$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} \leq 400 \text{ Capacidad máxima de producción en la fabrica2 (CPmaxF2)}$$

$$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} \leq 300 \text{ Capacidad máxima de producción en la fabrica3 (CPmaxF3)}$$

$$0.2X_{1A} + 1.3X_{2A} + 0.5X_{3A} \leq 150 \text{ Contaminación máxima permitida para la fábrica 1}$$

(Con.maxF1)

$$0.2X_{1B} + 1.3X_{2B} + 0.5X_{3B} \leq 200 \text{ Contaminación máxima permitida para la fábrica 2}$$

(Con.maxF2)

$$0.2X_{1C} + 1.3X_{2C} + 0.5X_{3C} \leq 250 \text{ Contaminación máxima permitida para la fábrica 3}$$

(Con.maxF3)

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable →	X1A	X1B	X1C	X2A	X2B	X2C	X3A	X3B	X3C	Direction	R. H. S.
Maximize	2	5	3	3	2	4	6	3	2		
Cp.Max.F1	1			1			1			<=	200
Cp.Max.F2		1			1			1		<=	400
Cp.Max.F3			1			1			1	<=	300
Con.Max.F1	0.2			1.3			0.5			<=	150
Con.Max.F2		0.2			1.3			0.5		<=	200
Con.Max.F3			0.2			1.3			0.5	<=	250
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous										

Tabla de reporte combinado:

	09:52:03		Friday	May	31	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1A	0	2,0000	0	-4,0000	at bound	-M	6,0000
2	X1B	400,0000	5,0000	2.000,0000	0	basic	3,0000	M
3	X1C	127,2727	3,0000	381,8182	0	basic	1,2500	4,0000
4	X2A	0	3,0000	0	-3,0000	at bound	-M	6,0000
5	X2B	0	2,0000	0	-3,0000	at bound	-M	5,0000
6	X2C	172,7273	4,0000	690,9091	0	basic	3,0000	19,5000
7	X3A	200,0000	6,0000	1.200,0000	0	basic	3,0000	M
8	X3B	0	3,0000	0	-2,0000	at bound	-M	5,0000
9	X3C	0	2,0000	0	-1,2727	at bound	-M	3,2727
	Objective	Function	(Max.) =	4.272,7280				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	Cp.Max.F1	200,0000	<=	200,0000	0	6,0000	0	300,0000
2	Cp.Max.F2	400,0000	<=	400,0000	0	5,0000	0	1.000,0000
3	Cp.Max.F3	300,0000	<=	300,0000	0	2,8182	192,3077	1.250,0000
4	Con.Max.F1	100,0000	<=	150,0000	50,0000	0	100,0000	M
5	Con.Max.F2	80,0000	<=	200,0000	120,0000	0	80,0000	M
6	Con.Max.F3	250,0000	<=	250,0000	0	0,9091	60,0000	390,0000

De acuerdo a la solución óptima presentada mediante WIN QSB, la empresa CHEMICA S.A. debe elaborar 400 unidades del producto 1 en la fábrica 2(B) y 127 unidades en la fábrica 3(C); 172 unidades del producto 2 solo en la fábrica 3(C) y 200 unidades el producto 3 solo en la fábrica 1(A) para obtener unos ingresos de 4.272 €. Por otro lado, elaborar el producto 1 en fábrica A, traería una pérdida de 4€ por unidad fabricada, al igual que fabricar el producto 2 en la fábrica A y el producto 2 en la fábrica B, los cuales arrojarían pérdidas por 3€ Y 3€ respectivamente. Fabricar el producto 3 en las fábricas B y C arrojarían pérdidas por 2€ Y 1.2727€ respectivamente por unidad fabricada. Ahora bien, las capacidades máximas de producción en las fábricas se cumplieron en su totalidad, por otro lado se respetaron los volúmenes de contaminación establecidos respecto a las

ubicaciones de cada fábrica, sin embargo, en la fábrica 1 existe una holgura de  $50 \text{ cm}^3/\text{día}$  antes de alcanzar el límite máximo de contaminación permitida, lo mismo sucede en la fábrica 2, con una holgura  $120 \text{ cm}^3/\text{día}$  antes de alcanzar el límite de contaminación permitida.

#### 4.90. Problema resuelto 90

Una empresa de muebles fabrica mesas, sillas, escritorios y libreros usando dos tipos diferentes de madera A y B de las cuales dispone de 5300 metros cuadrados y 3100 metros cuadrados respectivamente. Cada mesa, silla, escritorio y librero requieren 6, 2, 7, 11 metros cuadrados respectivamente de madera tipo A y 2, 4, 6, 4 metros cuadrados madera tipo B. se cuenta con 1400 horas hombre para este trabajo, para la fabricación de una mesa requiere 4 horas hombre, de una silla requiere 2 horas, para un escritorio 6 horas, para un librero 9 horas. La producción mínima es de 35 mesas, 115 sillas, 28 escritorios y no más de 15 libreros. Las utilidades son 15000 mesas, 9500 sillas, 20000 escritorios y 25500 libreros cuantos muebles de cada tipo debe producirse para obtener máxima utilidad.

Planteamiento del problema.

Tipos de maderas	Madera tipo A (m <sup>2</sup> )	Madera tipo B (m <sup>2</sup> )	Tiempo fabricación (hr)	Utilidades \$
Muebles				
Mesas	6	2	4	15000
Sillas	2	4	2	9500
Escritorios	7	6	6	20000
Libreros	11	4	9	25500

Formulación del modelo

$X_i$ = Cantidad de muebles tipo i producidos

$X_1$ = cantidad de muebles tipo mesas producida

$X_2$ = cantidad de muebles tipo sillas producidas

$X_3$ = cantidad de muebles tipo escritorios producidas

$X_4$ = cantidad de muebles tipo libreros producidas

Maximizar  $Z = 15000X_1 + 9500X_2 + 20000X_3 + 25500X_4$

Sujeto a:

$6X_1 + 2X_2 + 7X_3 + 11X_4 \leq 5300$  cantidad de madera tipo a

$2X_1 + 4X_2 + 6X_3 + 4X_4 \leq 3100$  cantidad de madera tipo b

$4X_1 + 2X_2 + 6X_3 + 9X_4 \leq 1400$  capacidad horas máxima

$X_1 \geq 35$  capacidad mínima mesas

$X_2 \geq 115$  capacidad mínima sillas

$X_3 \geq 28$  capacidad mínima escritorios

$X_4 \geq 15$  capacidad mínima libreros

$X_i \geq 0$

- Resolviendo por WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>15000</b>	<b>9500</b>	<b>20000</b>	<b>25500</b>		
<b>CNTD MAX</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>7</b>	<b>11</b>	<b>&lt;=</b>	<b>5300</b>
<b>CNTD MAX</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>&lt;=</b>	<b>3100</b>
<b>CPDAD</b>	<b>4</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>9</b>	<b>&lt;=</b>	<b>1400</b>
<b>CPDAD MIN</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>&gt;=</b>	<b>35</b>
<b>CPDAD MIN</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>&gt;=</b>	<b>115</b>
<b>CPDAD MIN</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>&gt;=</b>	<b>28</b>
<b>CPDAD MIN</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>&gt;=</b>	<b>15</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	35.0000	15,000.0000	525,000.0000	0	basic	-M	19,000.0000
2	X2	478.5000	9,500.0000	4,545,750.0000	0	basic	7,500.0000	M
3	X3	28.0000	20,000.0000	560,000.0000	0	basic	-M	28,500.0000
4	X4	15.0000	25,500.0000	382,500.0000	0	basic	-M	42,750.0000
	Objective	Function	(Max.) =	6,013,250.0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CNTD MAX MAD TIP A	1,528.0000	<=	5,300.0000	3,772.0000	0	1,528.0000	M
2	CNTD MAX MAD TIP B	2,212.0000	<=	3,100.0000	888.0000	0	2,212.0000	M
3	CPDAD HRS MAX	1,400.0000	<=	1,400.0000	0	4,750.0000	673.0000	1,844.0000
4	CPDAD MIN MESAS	35.0000	>=	35.0000	0	-4,000.0000	0	216.7500
5	CPDAD MIN SILLAS	478.5000	>=	115.0000	363.5000	0	-M	478.5000
6	CPDAD MIN ESCRITORIO	28.0000	>=	28.0000	0	-8,500.0000	0	149.1667
7	CPDAD MIN LIBREROS	15.0000	>=	15.0000	0	-17,250.0000	0	95.7778

De acuerdo a la solución óptima presentada por WIN QSB, se deberían fabricar 35 muebles tipo mesas, 478 muebles tipo sillas, 28 muebles tipo escritorios y 15 muebles tipo libreros. Al producirse estas cantidades de muebles se genera una utilidad de \$ 6.013.250. En la primera restricción de cantidad máxima de madera tipo A hay una holgura de 3.772 mts<sup>2</sup>, es decir, que se dejarían de utilizar. En la segunda restricción de cantidad máxima de madera tipo B hay una holgura de 888 mts<sup>2</sup> que se dejarían de utilizar. En la tercera restricción de capacidad de horas máxima se cumplió en su totalidad. En la cuarta restricción de capacidad mínima de mesas producidas se cumplió en su totalidad. En la quinta restricción de capacidad mínima producidas de sillas hay un excedente de 364 unidades que se producirían de más. En la sexta restricción de capacidad mínima producida de escritorios se cumplió en su totalidad, al igual que en la séptima restricción de capacidad mínima producidas de libreros.

#### 4.91. Problema resuelto 91

La empresa LADRILLERA PATIÑO S.A. tiene 3 plantas de producción, ubicadas en los municipios de Cúcuta, Tibu y Ocaña. Además de lo anterior la empresa cuenta con tres tipos de productos; el ladrillo h10, ladrillo de obra y la teja española que se fabrican en

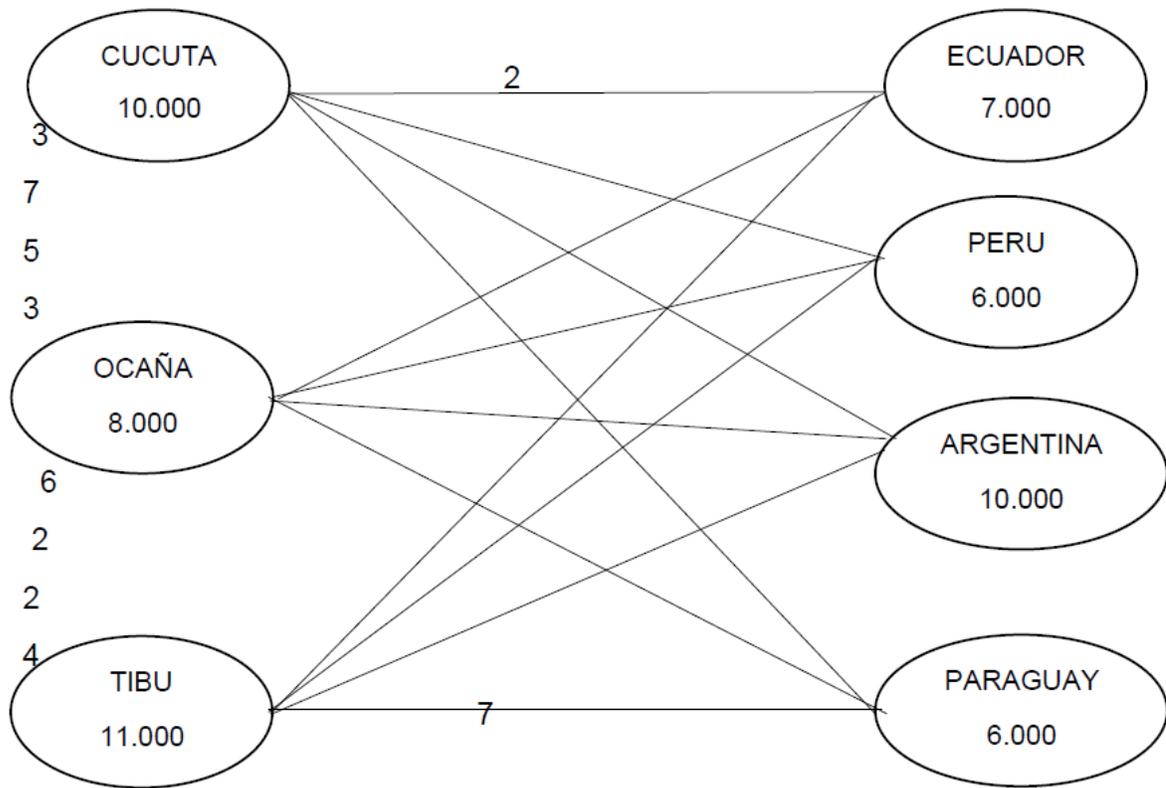
estas mismas plantas. La planta de Cúcuta tiene una producción mensual de 10.000 unidades de los tres diferentes tipos de producto, la planta de Ocaña posee una capacidad de 8.000 unidades y la planta de Tibu 11.000 unidades, estas dos últimas plantas con las mismas características de producción de la planta de Cúcuta. La empresa cuenta con un presupuesto de 120.000 para cancelar temas de envío, la empresa exporta sus productos a 4 países en Suramérica: Ecuador, Perú, Argentina y Paraguay. La empresa posee la siguiente información sobre los costos en **us/und**, de los envíos a los diferentes países receptores:

Países demandantes	Ecuador	Perú	Argentina	Paraguay
Ciudades ofertantes				
Cúcuta	2	3	7	5
Ocaña	3	4	5	6
Tibu	2	2	4	7

Adicionalmente se tiene que estos países implantan políticas de ingreso de ciertas cantidades de productos, en Ecuador permiten ingresar más de 7.000 unidades de productos provenientes de esta empresa, en Perú un mínimo de 6.000 unidades, en Argentina no menos de 10.000 unidades y Paraguay por encima de 6.000 unidades de diferentes tipos de producto. Formule y resuelva un modelo de programación lineal.

#### Planteamiento del problema

	Ecuador	Perú	Argentina	Paraguay	Capacidad de exportación (unidades)
Cúcuta	2	3	7	5	10.000
Ocaña	3	4	5	6	8.000
Tibu	2	2	4	7	11.000
Políticas de ingreso (unidades)	$\geq 7.000$	$\geq 6.000$	$\geq 10.000$	$\geq 6.000$	



- Formulación del modelo

$X_{ij}$ =Número de unidades de productos a enviar desde la plantas ubicadas en las

ciudades tipo  $i$  hasta el país solicitante tipo  $j$ .

$i$ : Cúcuta      1

Ocaña      2

Tibu      3

$j$ :Ecuador      A

Perú      B

Argentina      C

Paraguay      D

$X_{1A}$ :cantidad de ladrillos exportados desde Cúcuta hasta Ecuador.

$X_{1B}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Cúcuta hasta Perú.

$X_{1C}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Cúcuta hasta Argentina.

$X_{1D}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Cúcuta hasta Paraguay.

$X_{2A}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Ocaña hasta Ecuador.

$X_{2B}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Ocaña hasta Perú.

$X_{2C}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Ocaña hasta Argentina.

$X_{2D}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Ocaña hasta Paraguay.

$X_{3A}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Tibu hasta Ecuador.

$X_{3B}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Tibu hasta Perú.

$X_{3C}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Tibu hasta Argentina.

$X_{3D}$ : cantidad de ladrillos exportados desde Tibu hasta Paraguay.

$$\text{Minimizar } Z = 2X_{1A} + 3X_{1B} + 7X_{1C} + 5X_{1D} + 3X_{2A} + 4X_{2B} + 5X_{2C} + 6X_{2D} + 2X_{3A} + 2X_{3B} + 4X_{3C} + 7X_{3D}$$

Sujeto a:

$$X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} + X_{1D} \leq 10.000 \quad \text{Lad. Max. prod. en la planta de Cúcuta (LMPC)}$$

$$X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} + X_{2D} \leq 8.000 \quad \text{Lad. Max. prod. en la planta de Ocaña (LMPO)}$$

$$X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} + X_{3D} \leq 11.000 \quad \text{Lad. Max. prod. en la planta de Tibu (LMPT).}$$

$$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} \geq 7.000 \quad \text{Política. Max. de ingreso a Ecuador}$$

$$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} \geq 6.000 \quad \text{Política. Max. de ingreso a Perú}$$

$$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} \geq 10.000 \quad \text{Política. Max. de ingreso a Argentina}$$

$$X_{1D} + X_{2D} + X_{3D} \geq 6.000 \quad \text{Política. Max. de ingreso a Paraguay}$$

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo por WIN QSB,

Variable ->	X1A	X1B	X1C	X1D	X2A	X2B	X2C	X2D	X3A	X3B	X3C	X3D	Direction	R. H. S.
Minimize	2	3	7	5	3	4	5	6	2	2	4	7		
LMPC	1	1	1	1									<=	10000
LMPO					1	1	1	1					<=	8000
LMPT									1	1	1	1	<=	11000
UNI MIN	1				1				1				>=	7000
UNI MIN		1				1				1			>=	6000
UNI MIN			1				1				1		>=	10000
UNI MIN				1				1				1	>=	6000
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	inuous	inuous	inuous	nuous	nuous	inuous	tinuous	inuous	nuous	tinuous	ntinuous	inuous		

Tabla de reporte combinado:

	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1A	4.000,0000	2,0000	8.000,0000	0	basic	2,0000	3,0000
2	X1B	0	3,0000	0	1,0000	at bound	2,0000	M
3	X1C	0	7,0000	0	3,0000	at bound	4,0000	M
4	X1D	6.000,0000	5,0000	30.000,0000	0	basic	-1,0000	5,0000
5	X2A	3.000,0000	3,0000	9.000,0000	0	basic	2,0000	3,0000
6	X2B	0	4,0000	0	1,0000	at bound	3,0000	M
7	X2C	5.000,0000	5,0000	25.000,0000	0	basic	5,0000	6,0000
8	X2D	0	6,0000	0	0	at bound	6,0000	M
9	X3A	0	2,0000	0	0	at bound	2,0000	M
10	X3B	6.000,0000	2,0000	12.000,0000	0	basic	-1,0000	3,0000
11	X3C	5.000,0000	4,0000	20.000,0000	0	basic	3,0000	4,0000
12	X3D	0	7,0000	0	2,0000	at bound	5,0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	104.000,0000	(Note:	Alternate	Solution	Exists!!)
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	LMPC	10.000,0000	<=	10.000,0000	0	-1,0000	10.000,0000	13.000,0000
2	LMPO	8.000,0000	<=	8.000,0000	0	0	8.000,0000	M
3	LMPT	11.000,0000	<=	11.000,0000	0	-1,0000	11.000,0000	16.000,0000
4	UNI MIN ING ECUADOR	7.000,0000	>=	7.000,0000	0	3,0000	4.000,0000	7.000,0000
5	UNI MIN ING PERU	6.000,0000	>=	6.000,0000	0	3,0000	1.000,0000	6.000,0000
6	UNI MIN ING ARGENTINA	10.000,0000	>=	10.000,0000	0	5,0000	5.000,0000	10.000,0000
7	UNI MIN ING PARAGUAY	6.000,0000	>=	6.000,0000	0	6,0000	3.000,0000	6.000,0000

El modelo para la variable X1A recomienda exportar 4.0000 ladrillos fabricados en Cúcuta para cumplir con la demanda de la tienda de Ecuador. El modelo para la variable

X1D recomienda exportar 6.0000 ladrillos fabricados en Cúcuta para cumplir con la demanda de la tienda de Paraguay, para. El modelo para la variable X2A recomienda exportar 3.0000 ladrillos fabricados en Ocaña para cumplir con la demanda de la tienda de Ecuador. El modelo para la variable X2C recomienda exportar 5.0000 ladrillos fabricados en Ocaña para cumplir con la demanda de la tienda de Argentina. El modelo para la variable X3B recomienda exportar 6.0000 ladrillos fabricados en Tibu para cumplir con la demanda de la tienda de Perú. El modelo para la variable X3C recomienda exportar 5.0000 ladrillos fabricados en Tibu para cumplir con la demanda de la tienda de Argentina y así obtener un costo mínimo de US104.000. Se observa que las unidades producidas en algunas plantas (X1B, X1C, X2B y X3D) arrojarían pérdidas por unidad producida, tal como se muestra en la tabla de reporte combinado columna de costos reducidas. La cantidad máxima de ladrillos producidos en la planta de Cúcuta se cumplió en su totalidad. La cantidad máxima de ladrillos producidos en la planta de Ocaña se cumplió en su totalidad. La cantidad máxima de ladrillos producidos en la planta de Tibu se cumplió en su totalidad. Se cumplió con la cantidad máxima según las políticas de ingreso para los países de Ecuador, Perú, Argentina y Paraguay respectivamente.

#### **4.92. Problema resuelto 92**

Una fábrica de dulces produce 5 tipos de dulces, la capacidad de producción de dulces de la empresa es máxima 500 unidades por día, los proveedores de la empresa tienen un estilo de vida saludable por lo tanto los dulces en su composición no pueden exceder las 10 calorías por dulce y menos de 5% de azúcar. Los dulces (entre todos) tienen un precio mayor de 1000 pesos cada uno. Tipo 1: se producen 50 dulces al día. Tiene 2% de azúcar y 8 calorías por dulce su precio de venta es 1500. Tipo 2: se producen 120 dulces al día. Tiene 3% de azúcar y 5 calorías por dulce su precio de venta es 1700. Tipo 3: se producen

60 dulces al día. Tiene 4% de azúcar y 9 calorías por dulce su precio de venta es 1100. Tipo 4: se producen 84 dulces al día. Tiene 3% de azúcar y 7 calorías por dulce su precio de venta es 1300. Tipo 5: se producen 180 dulces al día. Tiene 2% de azúcar y 4 calorías por dulce su precio de venta es 1900. Formule y resuelva un modelo de programación lineal que permita determinar qué cantidad de dulces producir.

Planteamiento de la información:

Dulces	Producción de dulces/día	Porcentaje de azúcar	Calorías por dulce	Precio de venta (\$)
Tipo 1	50	0,02	8	1500
Tipo 2	120	0,03	5	1700
Tipo 3	60	0,04	9	1100
Tipo 4	84	0,03	7	1300
Tipo 5	180	0,02	4	1900

- Formulación del modelo

$X_1$  = cantidad de dulces tipo 1 a fabricar en el día.

$X_2$  = cantidad de dulces tipo 2 a fabricar en el día.

$X_3$  = cantidad de dulces tipo 3 a fabricar en el día.

$X_4$  = cantidad de dulces tipo 4 a fabricar en el día.

$X_5$  = cantidad de dulces tipo 5 a fabricar en el día.

Maximizar  $Z = 50X_1 + 120X_2 + 60X_3 + 84X_4 + 180X_5$

Sujeto a:

$50X_1 + 120X_2 + 60X_3 + 84X_4 + 180X_5 \leq 600$  Producción máxima por día (PMD)

$(0,02)X_1 + (0,03)X_2 + (0,04)X_3 + (0,03)X_4 + (0,02)X_5 \leq 0,05$  Porcentaje máximo de azúcar en los dulces (PMA)

$8X_1 + 5X_2 + 9X_3 + 7X_4 + 4X_5 \leq 10$  Calorías máximas (CM)

$$1500X_1 + 1700X_2 + 1100X_3 + 1300X_4 + 1900X_5 \geq 1000 \quad \text{Precio mínimo de venta de todos}$$

los producto (PVP)

$$X_1 \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	T1	T2	T3	T4	T5	Direction	R. H. S.
Maximize	50	120	60	84	180		
PMD	50	120	60	84	180	<=	600
PMA	0,02	0,03	0,04	0,03	0,02	<=	0,05
CM	8	5	9	7	4	<=	10
PVP	1500	1700	1100	1300	1900	>=	1000
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	10:48:53		Friday	May	31	2019		
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>	<b>Allowable Min. c(j)</b>	<b>Allowable Max. c(j)</b>
1	T1	0	50,0000	0	-130,0000	at bound	-M	180,0000
2	T2	0	120,0000	0	-150,0000	at bound	-M	270,0000
3	T3	0	60,0000	0	-300,0000	at bound	-M	360,0000
4	T4	0	84,0000	0	-186,0000	at bound	-M	270,0000
5	T5	2,5000	180,0000	450,0000	0	basic	80,0000	M
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Max.) =</b>	<b>450,0000</b>				
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>	<b>Allowable Min. RHS</b>	<b>Allowable Max. RHS</b>
1	PMD	450,0000	<=	600,0000	150,0000	0	450,0000	M
2	PMA	5,0000	<=	5,0000	0	90,0000	1,0526	5,0000
3	CM	10,0000	<=	10,0000	0	0	10,0000	M
4	PVP	4.750,0000	>=	1.000,0000	3.750,0000	0	-M	4.750,0000

La solución óptima presentada por WIN QSB, recomienda que el dulce tipo 5 es óptimo para la empresa porque se pueden producir 3 dulces, no es viable producir el tipo 1, porque la unidad producida arrojaría \$130 de pérdida, no es viable producir dulces tipo 2, puesto que la pérdida diaria sería de \$150 por unidad, no es viable producir dulces tipo 3, su pérdida diaria por unidad producida sería de \$300 y no es viable producir dulces tipo 4.

Puesto que se incurriría en pérdidas de \$84 por unidad. La combinación óptima para la fabricación de dulces es de 450 a producir por día solo del tipo 5. La producción máxima diaria tendría una holgura de 150 dulces que se dejarían de producir, el porcentaje máximo de azúcar permitido se alcanzaría totalmente, de igual forma la cantidad de calorías máximas permitidas, en cuanto al precio mínimo de venta de todos los dulces existe un exceso de \$ 3.750 por encima del establecido.

#### 4.93. Problema resuelto 93

En un taller se fabrican 4 tipos de mesa A, B, C, D con cada mesa requiere determinado tiempo para cortar las partes que la constituyen, en ensamblar y pintar la pieza terminada. La producción total de mesas está vendida. Además del modelo D se puede vender sin pintar, para el desarrollo del trabajo se emplean varias personas las cuales trabajan en turnos parciales por lo cual el tiempo disponible para realizar cada una de estas actividades es variable. A partir de los datos siguientes formule un modelo que le permita maximizar las ganancias semanales si el departamento de corte presenta una capacidad de 15 horas, Montaje 20 horas y el departamento de pintura 30 horas. A demás se tiene un departamento de revisión con capacidad de 40 horas, si la ganancia por la mesa A es de \$15000, B es de \$20000, C es de \$25000, por la D es de \$40000 y por la D sin pintar es de \$30000.

<i>MODELO</i>	<i>CORTE H</i>	<i>MONTAJE h</i>	<i>PINTURA h</i>	<i>GANANCIA POR MESA (\$)</i>	<i>Dpto. Revisión</i>
<i>A</i>	3	4	5	15000	10
<i>B</i>	1	2	3	20000	9
<i>C</i>	3	1	5	25000	6
<i>D</i>	4	5	2	40000	8
<i>D SIN PINTAR</i>	4	5	0	30000	4
	$\leq 15$	$\leq 20$	$\leq 30$		$\leq 40$

- Formulacion de modelo

$X_1$  = Cantidad de mesas tipo A en una semana.

$X_2$  = cantidad de mesas tipo B en una semana.

$X_3$  = Cantidad de mesas tipo C en una semana.

$X_4$  = Cantidad de mesas tipo D en una semana.

$X_5$  = cantidad de mesas tipo D sin pintar en una semana.

Maximizar  $Z = 15000X_1 + 20000X_2 + 25000X_3 + 40000X_4 + 30000X_5$

Sujeto a:

$3X_1 + X_2 + 3X_3 + 4X_4 + 4X_5 \leq 15$ h capacidad máxima de horas del departamento de corte

$4X_1 + 2X_2 + 1X_3 + 5X_4 + 5X_5 \leq 20$ h capacidad de horas máximas del departamento de montaje

$5X_1 + 3X_2 + 5X_3 + 5X_4 \leq 30$ h capacidad máxima de horas del departamento de pintura

$10X_1 + 9X_2 + 6X_3 + 8X_4 + 4X_5 \leq 40$ h capacidad máxima de horas del departamento de revisión

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	TIPO A	TIPO B	TIPO C	TIPO D	TIPO D SIN	Direction	R. H. S.
Maximize	15000	20000	25000	40000	30000		
CMDC	3	1	3	4	4	<=	15
CMDM	4	2	1	5	5	<=	20
CMDP	5	3	5	5	0	<=	30
CMDR	10	9	6	8	4	<=	40
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	17:36:22		Thursday	May	30	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	TIPO A	0	15.000,0000	0	-20.714,2900	at bound	-M	35.714,2900
2	TIPO B	1,4286	20.000,0000	28.571,4300	0	basic	10.000,0000	27.500,0000
3	TIPO C	0	25.000,0000	0	-5.000,0000	at bound	-M	30.000,0000
4	TIPO D	3,3929	40.000,0000	135.714,3000	0	basic	36.250,0000	80.000,0000
5	TIPO D SIN PINTAR	0	30.000,0000	0	-4.285,7140	at bound	-M	34.285,7100
	Objective	Function	(Max.) =	164.285,7000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CMDC	15,0000	<=	15,0000	0	7.142,8570	4,4444	15,1724
2	CMDM	19,8214	<=	20,0000	0,1786	0	19,8214	M
3	CMDP	21,2500	<=	30,0000	8,7500	0	21,2500	M
4	CMDR	40,0000	<=	40,0000	0	1.428,5710	30,0000	41,6667

La solución óptima para este modelo recomendado por WIN QSB es que la empresa fabrique 1 mesa tipo B y 3 mesas tipo D, para obtener una utilidad semanal de \$164.286. No se recomienda producir ninguna unidad de tipo A, puesto que se produciría una pérdida de \$20.71 por unidad fabricada, situación que ocurriría de igual forma con la unidad tipo C que arrojaría una pérdida de \$5 por unidad, igual situación se presenta al fabricar una unidad de tipo D sin pintura, la cual arrojaría pérdida de \$4.28. La capacidad máxima del departamento de corte se cumplió en su totalidad, mientras que la capacidad máxima del departamento de montaje obtuvo una holgura de 0.17 horas que no se utilizaron. En el departamento de pintura también se encontraría una holgura de 8.75 horas que no utilizaría esta sección y el departamento de revisión utilizaría el total de 40 horas disponibles para este fin.

#### 4.94. Problema resuelto 94

La constructora UrbaPro (Urbanística y Proyectos), está tratando de estructurar sus planes de inversiones para los próximos años. En la actualidad, UrbaPro tiene \$ 2'000.000 disponible para invertir. En 6, 12 y 18 meses, y espera recibir un flujo de ingresos de sus inversiones precedentes; los datos se presentan en la tabla 1. Hay dos proyectos de

desarrollo en los cuales la empresa está considerando la posibilidad de participar, junto con otros inversionistas, los proyectos son: El desarrollo urbanístico los Motilones. Si UrbaPro participa en un nivel de 100%, tendrá el flujo de efectivo proyectado que muestra la tabla 2 (los números negativos representan inversión y los positivos, ingresos). Así, para participar en el proyecto de los Motilones y al nivel de 100%, UrbaPro tendría que aportar de inmediato \$ 1'000.000, en 6 meses haría otro desembolso de \$ 700.000, y así sucesivamente. El segundo proyecto consiste en hacerse cargo de la administración de los conjuntos Col Paraíso de vivienda para gente de medianos ingresos, con la condición de financiar ciertas reparaciones iniciales en los inmuebles. El flujo de efectivo para este proyecto, con un nivel de participación de 100%, sería el que aparece en la tabla 3.

Tabla 1. Ingresos procedentes de inversiones previas

	6 meses	12 meses	18 meses
Ingresos	\$ 500.000	\$ 400.000	\$ 380.000

Tabla 2. Flujo de efectivo para el Desarrollo Urbanístico Los Motilones

	Inicial	6 meses	12 meses	18 meses	24 meses
Ingresos	\$ -1'000.000	\$ -700.000	\$ 1'800.000	\$ 400.000	\$ 600.000

Tabla 3. Flujo de efectivo del proyecto de vivienda Col Paraíso

	Inicial	6 meses	12 meses	18 meses	24 meses
Ingresos	\$ -800.000	\$ 500.000	\$ -200.000	\$ -700.000	\$ 2'000.000

Por la política de la empresa, a UrbaPro no se le permite recibir dinero en préstamo. Sin embargo, al comienzo de cada periodo de 6 meses, todos los fondos excedentes (los que no han sido asignados ni al desarrollo los Motilones ni a viviendas Col Paraíso) serán invertidos en un certificado de depósito (CD) que produce un rédito de 7% durante ese

periodo de 6 meses. UrbaPro puede participar en cualquier proyecto a un nivel inferior de 100%, en cuyo caso otros inversionistas aportarán la diferencia, y todos los flujos de efectivo de ese proyecto se reducirán proporcionalmente para UrbaPro. Por ejemplo, si UrbaPro optara por participar en el Desarrollo los Motilones a un nivel de 30%, los flujos de efectivo asociados a esta decisión serían 0.3 veces los datos representados en la tabla correspondiente a esta opción de inversión. La tarea actual de UrbaPro consiste en decidir que parte de los \$ 2'000.000 disponibles deberá invertir en cada uno de los proyectos y cuanto tendrá que invertir en un certificado de depósito por un rédito semestral de 7%. La meta de la Gerencia es contar con la mayor cantidad de efectivo disponible al final de 24 meses (Todos los datos se han expresado en miles de pesos colombianos-COP)

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de dinero a invertir por la constructora UrbaPro en el proyecto Desarrollo Urbanístico Los Motilones

$X_2$  = Cantidad de dinero a invertir por la constructora UrbaPro en el Proyecto de Vivienda Col Paraíso

$Y_1$  = Cantidad de dinero a invertir en el certificado de depósito (CD) durante el periodo de fondo inicial

$Y_2$  = Cantidad de dinero a invertir en el certificado de depósito (CD) durante el periodo de excedente a los 6 meses

$Y_3$  = Cantidad de dinero a invertir en el certificado de depósito (CD) durante el periodo de excedente a los 12 meses

$Y_4$  = Cantidad de dinero a invertir en el certificado de depósito (CD) durante el periodo de excedente a los 18 meses

$$\text{Maximizar } Z = 0,6X_1 + 2,5X_2 + 1,07Y_4$$

Sujeto a:

$$X_1 + X_2 + Y_1 \leq 2'000.000 \text{ Inversión inicial máxima en los proyectos 1,2 y el CD (R1)}$$

$$X_1 \leq 1'000.000 \text{ Inversión inicial máxima en el proyecto Los Motilones (R2)}$$

$$X_2 \leq 800.000 \text{ Inversión inicial máxima en el proyecto Col Paraíso (R3)}$$

$$0,7X_1 - 0,625X_2 - 1,07Y_1 + Y_2 = 500.000 \text{ Cantidad de ingresos a los 6 meses (R4)}$$

$$-1,8X_1 + 0,25X_2 - 1,07Y_2 + Y_3 = 400.000 \text{ Cantidad de ingresos a los 12 meses (R5)}$$

$$-0,4X_1 + 0,875X_2 - 1,07Y_3 + Y_4 = 380.000 \text{ Cantidad de ingresos a los 18 meses (R6)}$$

$$X_i \geq 0; Y_j \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	Y1	Y2	Y3	Y4	Direction	R. H. S.
Maximize	0.6	2.5				1.07		
R1	1	1	1				<=	2000000
R2	1						<=	1000000
R3		1					<=	800000
R4	0.7	-0.625	-1.07	1			=	500000
R5	-1.8	0.25		-1.07	1		=	400000
R6	-0.4	0.875			-1.07	1	=	300000
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	21:28:08		Tuesday	November	26	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1	1000000	1	600000	0	basic	0	M
2	X2	800000	3	2000000	0	basic	2	M
3	Y1	200000	0	0	0	basic	-1	1
4	Y2	514000	0	0	0	basic	-1	1
5	Y3	2549980	0	0	0	basic	-1	1
6	Y4	2728479	1	2919473	0	basic	0	2
	Objective	Function	(Max.) =	5519473				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	R1	2000000	<=	2000000	0	1	1800000	M
2	R2	1000000	<=	1000000	0	1	0	1200000
3	R3	800000	<=	800000	0	1	0	1000000
4	R4	500000	=	500000	0	1	-14000	M
5	R5	400000	=	400000	0	1	-2149980	M
6	R6	300000	=	300000	0	1	-2428479	M

La solución óptima recomendada por WIN QSB para el modelo de planeación financiera de la empresa constructora UrbaPro es invertir 1'000.000 en el proyecto de desarrollo urbanístico Los motilones y 800.000 en el proyecto de vivienda Col Paraíso. Igualmente se sugiere invertir 200.000 en el certificado de depósito inicialmente, y en este mismo certificado para los periodos de excedente a los 6, 8 y 12 meses se deberá invertir 514.000, 2'549.980, 2'728.479 respectivamente. El valor óptimo del problema de maximizar para el desarrollo de las actividades de inversión es de 5'519.473. En relación a la utilización del recurso dinero se observa que la cantidad de inversión inicial en cada proyecto y de los ingresos por certificado de depósito se utilizaron en su totalidad en el desarrollo de ejecución de los proyectos de la constructora.

#### 4.95. Problema resuelto 95

La fábrica metalúrgica JC S.A.S tiene como objetivo producir como mucho 4000 kg de Zinc y no más de 3000 kg de Estaño Sn. Hay tres tipos de minerales: 1 tonelada del mineral

A contiene 11 kg de Zn, 5 kg de Sn y cuesta 2000 dólares, 1 tonelada del mineral B contiene 3 kg de Zn, 5 kg de Sn y cuesta 1500 dólares, 1 tonelada del mineral C contiene 13 kg de Zn, 3 kg de Sn y cuesta 2500 dólares. ¿Determinar en qué cantidad es necesario usar varios tipos de minerales, de modo que el objetivo sea maximizar las utilidades?

Planteamiento de la información:

	Cantidad de Zinc (Kg)	Cantidad de Estaño (Kg)	Precio (us)
Mineral A	11	5	2000
Mineral B	3	5	1500
Mineral C	13	3	2500
Cantidad Máxima (Kg)	4000	3000	

- Formulación del modelo

$X_{ij}$  Cantidad en kg de cada mineral tipo  $i$  que contiene un elemento tipo  $j$

min. A                      Zinc = 1

i    min. B                      j    Estaño = 2

min.C

$X_{A1}$ =Cantidad en kg del mineral tipo A que contiene Zinc

$X_{A2}$ =Cantidad en kg del mineral tipo A que contiene Estaño

$X_{B1}$ =Cantidad en kg del mineral tipo B que contiene Zinc

$X_{B2}$ =Cantidad en kg del mineral tipo B que contiene Estaño

$X_{C1}$ =Cantidad en kg del mineral tipo C que contiene Zinc

$X_{C2}$ =Cantidad en kg del mineral tipo C que contiene Estaño

Maximizar  $Z = 2000 (X_{A1} + X_{A2}) + 1500 (X_{B1} + X_{B2}) + 2500 (X_{C1} + X_{C2})$

Sujeto a:

$11X_{A1} + 5X_{A2} \leq 1000$                       Cantidad en kg del mineral A (C1)

$$3X_{B1} + 5X_{B2} \leq 1000 \quad \text{Cantidad en kg del mineral B (C2)}$$

$$13X_{C1} + 3X_{C2} \leq 1000 \quad \text{Cantidad en kg del mineral C (C3)}$$

$$X_{A1} + X_{B1} + X_{C1} \leq 4000 \quad \text{Pon. Max. en kg de Zinc (C4)}$$

$$X_{A2} + X_{B2} + X_{C2} \leq 3000 \quad \text{Pon. Max. en kg de Estaño (C5)}$$

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	XA1	XA2	XB1	XB2	XC1	XC2	Direction	R. H. S.
Maximize	2000	2000	1500	1500	2500	2500		
C1	11	5					<=	1000
C2			3	5			<=	1000
C3					13	3	<=	1000
C4	1		1		1		<=	4000
C5		1		1		1	<=	3000
LowerBound	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

	23:04:45		Monday	November	25	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	XA1	0	2.000,0000	0	-2.400,0000	at bound	-M	4.400,0000
2	XA2	200,0000	2.000,0000	400.000,0000	0	basic	909,0909	M
3	XB1	333,3333	1.500,0000	500.000,0000	0	basic	900,0000	M
4	XB2	0	1.500,0000	0	-1.000,0000	at bound	-M	2.500,0000
5	XC1	0	2.500,0000	0	-8.333,3330	at bound	-M	10.833,3300
6	XC2	333,3333	2.500,0000	833.333,4000	0	basic	576,9231	M
	Objective	Function	(Max.) =	1.733.333,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	C1	1.000,0000	<=	1.000,0000	0	400,0000	0	13.333,3300
2	C2	1.000,0000	<=	1.000,0000	0	500,0000	0	12.000,0000
3	C3	1.000,0000	<=	1.000,0000	0	833,3333	0	8.400,0000
4	C4	333,3333	<=	4.000,0000	3.666,6670	0	333,3333	M
5	C5	533,3334	<=	3.000,0000	2.466,6670	0	533,3333	M

De acuerdo a la solución ofrecida por WIN QSB para este modelo la fábrica metalúrgica JC S.A.S debería producir 200 kg del mineral tipo A que contiene el elemento Estaño y nada del material A con zinc, puesto que un Kg producido arrojaría una pérdida de us2.400; Ahora, 1000/3 kg del mineral tipo B que contiene el elemento Zinc y nada del que contiene estaño, porque dejaría una pérdida de us1.000 por kg producido, finalmente, 1000/3 kg del mineral tipo C que contiene el elemento estaño y nada del que contiene Zinc, este arrojaría perdidas de us8.333 por Kg producido, para generar unas utilidades de us1.733.333.

Teniendo en cuenta que hubo una holgura de 11000/3 kg en las cantidades máximas de Zinc y también hubo una holgura de 7400/3 kg en las cantidades máximas de Estaño. Las otras restricciones con respecto a los contenidos de mineral se cumplieron en su totalidad.

#### 4.96. Problema resuelto 96

Una empresa dedicada a la comercialización de tres tipos de fruta, exporta sus productos a España, USA e Inglaterra, sin embargo, para lograr exportar dichas frutas, se deben tener en cuenta las siguientes especificaciones:

País	Precio de compra (miles US/ Ton)			Costo de exportación (miles US/Ton)
	Fruta 1	Fruta 2	Fruta 3	
España	50	40	55	20
USA	58	50	70	10
Inglaterra	66	70	75	15

Tipo de fruta	Capacidad de producción (Ton/semana)	Costo de producción (miles US/Ton)
1	30	20
2	40	30
3	45	27

De acuerdo a estudios realizados por el área de mercadeo de la empresa, se puede exportar no más de 20 toneladas de la fruta 1 a España, para el mercado de USA se

determinó que exportar la fruta 1 es rentable siempre y cuando sea  $2/3$  de la cantidad total de fruta 1 a exportar en los tres mercados y para el mercado de Inglaterra por razones normativas comerciales no se podrá exportar más de 90 toneladas de fruta abarcando los tres tipos. Formule un modelo de programación lineal que le permita a la organización maximizar sus ganancias semanalmente.

- Formulación del modelo

$X_{ij}$  = cantidad en toneladas de fruta tipo  $i$  a exportar al país  $j$  semanalmente

$X_{1E}$  = toneladas de fruta tipo 1 a exportar hacia España

$X_{1U}$  = toneladas de fruta tipo 1 a exportar hacia USA

$X_{1I}$  = toneladas de fruta tipo 1 a exportar hacia Inglaterra

$X_{2E}$  = toneladas de fruta tipo 2 a exportar hacia España

$X_{2U}$  = toneladas de fruta tipo 2 a exportar hacia USA

$X_{2I}$  = toneladas de fruta tipo 2 a exportar hacia Inglaterra

$X_{3E}$  = toneladas de fruta tipo 3 a exportar hacia España

$X_{3U}$  = toneladas de fruta tipo 3 a exportar hacia USA

$X_{3I}$  = toneladas de fruta tipo 3 a exportar hacia Inglaterra

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } z = & 10X_{1E} + 28X_{1U} + 31X_{1I} - 10X_{2E} + 10X_{2U} + 25X_{2I} + 8X_{3E} + 33X_{3U} \\ & + 33X_{3I} \end{aligned}$$

Sujeto a:

$$X_{1E} + X_{1U} + X_{1I} \leq 30 \text{ Capacidad max de producción de fruta 1}$$

$$X_{2E} + X_{2U} + X_{2I} \leq 40 \text{ Capacidad max de producción de fruta 2}$$

$$X_{3E} + X_{3U} + X_{3I} \leq 45 \text{ Capacidad max de producción de fruta 3}$$

$$X_{1E} \leq 60 \text{ Oferta max de fruta 1 para España}$$

$$X_{1U} = \frac{2}{3}(X_{1E} + X_{1U} + X_{1I}) \text{Oferta de fruta 1 para USA}$$

Despejando la restricción oferta de fruta 1 para USA:

$$-\frac{2}{3}X_{1E} + \frac{1}{3}X_{1U} - \frac{2}{3}X_{1I} = 0$$

$$X_{1I} + X_{2I} + X_{3I} \leq 90 \text{Oferta max para Inglaterra}$$

$$X_{ij} \geq 0$$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1E	X1U	X1I	X2E	X2U	X2I	X3E	X3U	X3I	Direction	R. H.
Maximize	10	28	31	-10	10	25	8	33	33		
CAP MAX PROD F1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	<=	30
CAP MAX PROD F2	0	0	0	1	1	1	0	0	0	<=	40
CAP MAX PROD F3	0	0	0	0	0	0	1	1	1	<=	45
OFERT MAX F1 ESP	1	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	20
OFERT F1 USA	-2/3	1/3	-2/3	0	0	0	0	0	0	=	0
OFERT MAX ING	0	0	1	0	0	1	0	0	1	<=	90
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous										

Tabla de reporte combinado:

10:46:47		Tuesday	October	29	2019			
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1E	0	10,00	0	-21,00	at bound	-M	31,00
2	X1U	20,00	28,00	560,00	0	basic	-15,50	M
3	X1I	10,00	31,00	310,00	0	basic	10,00	M
4	X2E	0	-10,00	0	-35,00	at bound	-M	25,00
5	X2U	0	10,00	0	-15,00	at bound	-M	25,00
6	X2I	40,00	25,00	1000,00	0	basic	10,00	M
7	X3E	0	8,00	0	-25,00	at bound	-M	33,00
8	X3U	45,00	33,00	1485,00	0	basic	33,00	M
9	X3I	0	33,00	0	0	at bound	-M	33,00
Objective		Function	(Max.) =	3355,00	(Note: Alternate	Solution	Exists!!)	
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CAP MAX PROD F1	30,00	<=	30,00	0	29,00	0	150,00
2	CAP MAX PROD F2	40,00	<=	40,00	0	25,00	0	80,00
3	CAP MAX PROD F3	45,00	<=	45,00	0	33,00	0	M
4	OFERT MAX F1 ESP	0	<=	20,00	20,00	0	0	M
5	OFERT F1 USA	0	=	0	0	-1,00	-60,00	30,00
6	OFERT MAX ING	50,00	<=	90,00	40,00	0	50,00	M

De acuerdo a la solución obtenida por medio de WIN QSB, la empresa deberá exportar 20 toneladas de fruta tipo 1 a USA, 10 toneladas de fruta tipo 1 a Inglaterra, 40 toneladas de fruta tipo 2 a Inglaterra y 45 toneladas de fruta tipo 3 a USA para obtener una ganancia de 3355 dólares semanales. Exportar fruta tipo 1 hacia España le generará a la empresa una pérdida de 21 dólares por tonelada, exportar fruta tipo 2 hacia España le generará una pérdida de 35 dólares por tonelada, exportar fruta tipo 2 hacia USA le generará a la empresa una pérdida de 15 dólares por tonelada y exportar fruta tipo 3 hacia España le generará una pérdida de 25 dólares por tonelada. La empresa deberá aprovechar al máximo su capacidad de producción de fruta tipo 1, 2 y 3. Debido a las pérdidas que genera exportar cualquier tipo de fruta hacia España, se evidencia una holgura de 20 toneladas para la oferta máxima de fruta tipo 1 hacia España. En cuanto a la oferta máxima de fruta hacia Inglaterra, se evidencia una holgura de 40 toneladas semanales, las demás restricciones se cumplen en su totalidad.

#### 4.97. Problema resuelto 97

Una empresa dedicada a la fabricación de crema de leche, tiene tres plantas en el departamento de Antioquia, una ubicada en el centro de Medellín, otra ubicada en el sur de Medellín y otra ubicada en Bello, para la fabricación de una unidad de crema de leche es necesario 0.8 litros de leche en estado natural y que no ha pasado por ningún proceso artificial que elimine elementos grasos, por esta razón la leche que utilizan las plantas de producción para la fabricación del producto son traídas de algunas granjas ubicadas en Bogotá, Tunja, Itagüí y Bello, la granja ubicada en Bogotá tiene la capacidad de proveer 72 litros de leche a la semana, la de Tunja 120 litros por semana, la de Itagüí 160 litros por semana y la granja ubicada en Bello 200 litros por semana; para la siguiente semana la empresa ha establecido que las plantas ubicadas en el centro y sur de Medellín deberán producir 200 unidades de crema de leche cada una y la planta ubicada en bello debe producir 120 unidades. Como la persona encargada de hacer los pedidos de la materia prima se le ha encomendado a usted programar un plan de pedidos al menor costo posible. La siguiente tabla que muestra el costo en pesos por litro de leche incluyendo el transporte.

Planteamiento de la información:

\$ / litro de leche

Granjas/plantas	Centro de med.	Sur de med.	Bello	Capacidad(L\Sem)
Bogotá	2000	2000	2500	72
Tunja	2100	2100	2700	120
Itagüí	1500	1600	2000	160
Bello	1700	1700	1000	200

Litros de leche requeridos para la producción

Planta	Unidades a producir	Litros/unidad	Litros de leche necesarios
Centro de Medellín	200	0.8	160

Planta	Unidades a producir	Litros/unidad	Litros de leche necesarios
Sur de Medellín	200	0.8	160
Bello	120	0.8	96

- Formulación del modelo

$X_{1A}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Bogotá hacia la planta ubicada en el centro de Medellín para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{1B}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Bogotá hacia la planta ubicada en el sur de Medellín para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{1C}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Bogotá hacia la planta ubicada en Bello para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{2A}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Tunja hacia la planta ubicada en el centro de Medellín para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{2B}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Tunja hacia la planta ubicada en el sur de Medellín para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{2C}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Tunja hacia la planta ubicada en Bello para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{3A}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Itagüí hacia la planta ubicada en el centro de Medellín para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{3B}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Itagüí hacia la planta ubicada en el sur de Medellín para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{3C}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Itagüí hacia la planta ubicada en Bello para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{4A}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Bello hacia la planta ubicada en el centro de Medellín para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{4B}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Bello hacia la planta ubicada en el sur de Medellín para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

$X_{4C}$ = Litros de leche a transportar desde la granja de Bello hacia la planta ubicada en Bello para llevar a cabo la producción la siguiente semana.

Minimizar  $Z = 2000 X_{1A} + 2000 X_{1B} + 2500 X_{1C} + 2100 X_{2A} + 2100 X_{2B} + 2700 X_{2C} + 1500 X_{3A} + 1600 X_{3B} + 2000 X_{3C} + 1700 X_{4A} + 1700 X_{4B} + 1000 X_{4C}$

Sujeto a:

$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} + X_{4A} = 160$  litros de leche necesarios para la planta del centro de Medellín (LT LECHEMIN PCENTROMED)

$X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} + X_{4B} = 160$  litros de leche necesarios para la planta del sur de Medellín (LTLECHE MIN PSURM)

$X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} + X_{4C} = 96$  litros de leche necesarios para la planta Bello (LT LECHE MIN PBELLO)

$X_{1A} + X_{1B} + X_{1C} \leq 72$  Capacidad máxima de la granja de Bogotá (CAP MAX GBOG)

$X_{2A} + X_{2B} + X_{2C} \leq 120$  Capacidad máxima de la granja de Tunja (CAP MAX GTUNJ)

$X_{3A} + X_{3B} + X_{3C} \leq 160$  Capacidad máxima de la granja de Itagüí (CAP MAX GITAG)

$X_{4A} + X_{4B} + X_{4C} \leq 200$  Capacidad máxima de la granja de Bello (CAP MAX GBELLO)

$X_{1A} + X_{2A} + X_{3A} + X_{4A} + X_{1B} + X_{2B} + X_{3B} + X_{4B} + X_{1C} + X_{2C} + X_{3C} + X_{4C} \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable ->	X1A	X1B	X1C	X2A	X2B	X2C	X3A	X3B	X3C	X4A	X4B	X4C	Direction	R. H. S.
Minimize	2000	2000	2500	2100	2100	2700	1500	1600	2000	1700	1700	1000		
LT	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	=	160
LTLECHE	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	=	160
LT LECHE	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	=	96
CAP MAX	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	<=	72
CAP MAX	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	<=	120
CAP MAX	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	<=	160
CAP MAX	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	<=	200
LowerBound	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M		
VariableType	Continuous													

Tabla de reporte combinado:

	05:23:55		Tuesday	November	26	2019		
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	X1A	0	2.000,0000	0	100,0000	at bound	1.900,0000	M
2	X1B	56,0000	2.000,0000	112.000,0000	0	basic	1.700,0000	2.100,0000
3	X1C	0	2.500,0000	0	1.200,0000	at bound	1.300,0000	M
4	X2A	0	2.100,0000	0	200,0000	at bound	1.900,0000	M
5	X2B	0	2.100,0000	0	100,0000	at bound	2.000,0000	M
6	X2C	0	2.700,0000	0	1.400,0000	at bound	1.300,0000	M
7	X3A	160,0000	1.500,0000	240.000,0000	0	basic	-M	1.600,0000
8	X3B	0	1.600,0000	0	0	basic	1.500,0000	2.000,0000
9	X3C	0	2.000,0000	0	1.100,0000	at bound	900,0000	M
10	X4A	0	1.700,0000	0	100,0000	at bound	1.600,0000	M
11	X4B	104,0000	1.700,0000	176.800,0000	0	basic	600,0000	1.800,0000
12	X4C	96,0000	1.000,0000	96.000,0000	0	basic	-M	2.100,0000
	Objective	Function	(Min.) =	624.800,0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	LT LECHEMIN PCENTROMED	160,0000	=	160,0000	0	1.900,0000	104,0000	160,0000
2	LTLECHE MIN PSURM	160,0000	=	160,0000	0	2.000,0000	104,0000	176,0000
3	LT LECHE MIN PBELLO	96,0000	=	96,0000	0	1.300,0000	40,0000	112,0000
4	CAP MAX GBOG	56,0000	<=	72,0000	16,0000	0	56,0000	M
5	CAP MAX GTUNJ	0	<=	120,0000	120,0000	0	0	M
6	CAP MAX GITAG	160,0000	<=	160,0000	0	-400,0000	160,0000	216,0000
7	CAP MAX GBELLO	200,0000	<=	200,0000	0	-300,0000	184,0000	256,0000

Para el caso se recomienda a la organización transportar 56 litros de leche desde la granja de Bogotá hacia la planta ubicada en el sur de Medellín, 160 litros de leche desde la granja de Itagüí hacia la granja ubicada en el centro de Medellín, 104 litros de leche desde la granja de Bello hacia la planta ubicada en el sur de Medellín y 96 litros de leche desde la granja de Bello hacia la planta ubicada en Bello para llevar a cabo la producción la

siguiente semana y así minimizar los costos del plan de pedidos para la producción en \$624.800. no es recomendable transportar litros de leche desde Bogotá hacia bello y el centro de Medellín ya que por cada litro de leche transportado se incrementarían los costos del pedido en \$1200 y \$100 respectivamente, tampoco se recomienda transportar leche desde Tunja debido a que por cada litro transportado los costos se aumentan en \$200 hacia el centro de Medellín, \$100 hacia el sur de Medellín y \$1400 hacia bello, de igual forma no es aconsejable transportar leche desde las plantas de Itagüí hacia bello y de bello hacia el centro de Medellín ya que el costo aumentaría en \$1100 y \$100 respectivamente por litro de leche transportado. De acuerdo al modelo se puede observar que es posible hacer el pedido de los 160 litros de leche necesarios para las plantas del centro y sur de Medellín y los 96 litros de leche requeridos para la planta ubicada en bello. De los 72 litros de leche con los cuales dispone la granja ubicada en Bogotá solo es aconsejable pedir 56 litros de leche, mientras que de las granjas de Itagüí y bello es necesario contar con la totalidad de los litros de leche disponibles; caso contrario a la granja de Tunja donde es recomendable no hacer ningún pedido a esta ciudad.

#### **4.98. Problema resuelto 98**

Los 500 alumnos de un colegio van a ir a excursión. La empresa que realiza el viaje dispone de 10 autobuses de 40 pasajeros, 8 autobuses de 30 pasajeros y 6 autobuses de 20 pasajeros, pero solo de los 20 conductores en ese día, El alquiler de los autobuses pequeños es de \$400.000, el de los medianos cuesta \$500.000 y el de los grandes de \$600.000.

¿Cuántos autobuses de cada convendrá alquilar para que le viaje resulte lo más económico posible?

- Formulación del modelo

$X_1$ = Número total de autobuses de 40 pasajeros.

$X_2$ = Número total de autobuses de 30 pasajeros.

$X_3$ = Número total de autobuses de 20 pasajeros.

Minimizar  $Z = 600.000X_1 + 500.000X_2 + 400.000X_3$

Sujeto a:

$X_1 + X_2 + X_3 \leq 20$  Máximo de buses a alquilar (C1)

$X_1 \leq 10$  Máximo de buses grandes (C2)

$X_2 \leq 8$  Máximo de buses medianos (C3)

$X_3 \leq 6$  Máximo de buses pequeños (C4)

$40X_1 + 30X_2 + 20X_3 \geq 500$  Mínimo de estudiantes (C5)

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	Direction	R. H. S.
<b>Minimize</b>	<b>600000</b>	<b>500000</b>	<b>400000</b>		
<b>C1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>20</b>
<b>C2</b>	<b>1</b>			<b>&lt;=</b>	<b>10</b>
<b>C3</b>		<b>1</b>		<b>&lt;=</b>	<b>8</b>
<b>C4</b>			<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>6</b>
<b>C5</b>	<b>40</b>	<b>30</b>	<b>20</b>	<b>&gt;=</b>	<b>500</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Integer</b>	<b>Integer</b>	<b>Integer</b>		

Tabla de reporte combinado:

06:19:02		Monday	November	25	2019	
	<b>Decision Variable</b>	<b>Solution Value</b>	<b>Unit Cost or Profit c(j)</b>	<b>Total Contribution</b>	<b>Reduced Cost</b>	<b>Basis Status</b>
1	X1	8,0000	600.000,0000	4.800.000,0000	0	basic
2	X2	6,0000	500.000,0000	3.000.000,0000	0	basic
3	X3	0	400.000,0000	0	66.666,6600	at bound
	<b>Objective</b>	<b>Function</b>	<b>(Min.) =</b>	<b>7.800.000,0000</b>		
	<b>Constraint</b>	<b>Left Hand Side</b>	<b>Direction</b>	<b>Right Hand Side</b>	<b>Slack or Surplus</b>	<b>Shadow Price</b>
1	C1	14,0000	<=	20,0000	6,0000	0
2	C2	8,0000	<=	10,0000	2,0000	0
3	C3	6,0000	<=	8,0000	2,0000	0
4	C4	0	<=	6,0000	6,0000	0
5	C5	500,0000	>=	500,0000	0	16.666,6700

De acuerdo a la solución ofrecida por WIN QSB, para este modelo la empresa, no deberá a alquilar buses pequeños de 20 pasajeros, el alquiler de un bus de estos arrojará perdidas por \$66.666, al contrario debería alquilar un total de 8 autobuses de 40 pasajeros y un total de 6 autobuses de 30 pasajeros, para obtener como resultado un costo mínimo del alquiler de todos los autobuses de \$7'800.000. La capacidad de alumnos del total de buses alquilados cumple con la totalidad de alumnos que van a la excursión, se contrataron solo 14 conductores de los 20 conductores que estaban disponibles; de los 10 buses de capacidad de 40 pasajeros solo se contrataron 8, de los 8 buses de capacidad de 30 pasajeros solo se contrataron 6 y no se contrató ninguno de los 6 buses de capacidad de 20 pasajeros que estaban disponibles.

#### 4.99. Problema resuelto 99

Un ingeniero tiene un área de  $540\text{m}^2$  donde puede edificar torres, casas, cafeterías y parques de diversión, para lo cual debe tener en cuenta lo siguiente: Cada torre necesita un mínimo de  $16\text{m}^2$ , las casas  $4\text{m}^2$ , cafeterías  $8\text{m}^2$  y los parques de diversión  $12\text{m}^2$ . El ingeniero dispone de 1000horas/hombre al año para construir, donde puede dedicar 30

horas al año para construir torres, 5 horas para las casas, 10 horas para las cafeterías y 20 horas para los parques Debido a la falta de maquinaria el ingeniero tiene restringido las horas de maquinado y dispone de 200 horas al año, donde puede distribuirlas así, 2 horas para las torres, 1 para las casas, 1 cafeterías y 2 horas para los parques. Los beneficios unitarios son de 5000, 2500, 2000, y 3000 dólares respectivamente para las construcciones anteriores. ¿Cuál serán las edificaciones que pueden construir el ingeniero en el área, el tiempo dado y la maquinaria suministrada con el fin de avanzar y aumentar la edificación anualmente?

- Formulación del modelo

$X_1$  = cantidad de torres que se pueden construir anualmente

$X_2$  = cantidad de casas que se pueden construir anualmente

$X_3$  = cantidad de cafeterías que se pueden construir anualmente

$X_4$  = cantidad parques de diversión que se pueden construir anualmente

Maximizar  $Z = 5000X_1 + 2500X_2 + 2000X_3 + 3000X_4$

Sujeto a:

$16X_1 + 4X_2 + 8X_3 + 12X_4 \leq 540$  área máxima (C1)

$30X_1 + 5X_2 + 10X_3 + 20X_4 \leq 1000$  horas- hombre/año (C2)

$2X_1 + 1X_2 + 1X_3 + 2X_4 \leq 200$  horas-maquina/año (C3)

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
Maximize	5000	2500	2000	3000		
C1	16	4	8	12	<=	540
C2	30	5	10	20	<=	1000
C3	2	1	1	2	<=	200
LowerBound	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M		
VariableType	Continuous	Continuous	Continuous	Continuous		

Tabla de reporte combinado:

15:04:46		Wednesday		November		27		2019	
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)		
1	X1	0	5000	0	-5000	at bound	-M	10000	
2	X2	135	2500	337500	0	basic	1250	M	
3	X3	0	2000	0	-3000	at bound	-M	5000	
4	X4	0	3000	0	-4500	at bound	-M	7500	
Objective		Function	(Max.) =	337500					
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS		
1	C1	540	<=	540	0	625	0	800	
2	C2	675	<=	1000	325	0	675	M	
3	C3	135	<=	200	65	0	135	M	

Gracias a la solución dada por programa winQSB para este problema de construcción, para maximizar la edificación solo se deben construir casas. No se recomienda construir torres, cafeterías y parques de diversión. Puesto que la construcción de una edificación de estas arrojaría pérdidas por 5.000, 3000 y 4500 dólares respectivamente. Finalmente se obtiene como resultado un beneficio de 337.500 dólares, ocupando el total de 540 m<sup>2</sup> de área suministrada, utilizando 675 horas hombre/añal de las 1000 disponibles y 135 horas maquina/añal de las 200 horas disponibles.

#### 4.100. Problema resuelto 100

Una empresa tiene dos fábricas A y B. En ellas se fabrica un determinado producto, en donde se producen 700 y 500 unidades por día respectivamente. Dicho producto debe ser distribuido posteriormente a cuatro centros I, II, III, IV, que requieren, respectivamente 100, 200, 300, y 400 unidades. Los costos de transporte cada unidad del producto (en dolares) desde cada fábrica a cada centro distribuidor son los siguientes:

Fabrica	I	II	III	IV	Fabricación (unidades)
A	55	45	60	20	700u
B	20	40	30	25	500u
Demanda minima	100	200	300	400	

¿De qué manera deben organizar el transporte a fin de que los gastos sean mínimos?

- Formulación del modelo

$X_{ij}$  = Cantidad de productos a enviar desde la factoría tipo  $i$  hasta el centro tipo  $j$

$$i \begin{cases} A = \text{fabrica A} \\ B = \text{fabrica B} \end{cases} \quad j \begin{cases} I = 1 \\ II = 2 \\ III = 3 \\ IV = 4 \end{cases}$$

$X_{A1}$  = Cantidad a enviar desde la factoria A hasta el centro tipo 1

$X_{A2}$  = Cantidad a enviar desde la factoria A hasta el centro tipo 2

$X_{A3}$  = Cantidad a enviar desde la factoria A hasta el centro tipo 3

$X_{A4}$  = Cantidad a enviar desde la factoria A hasta el centro tipo 4

$X_{B1}$  = Cantidad a enviar desde la factoria B hasta el centro tipo 1

$X_{B2}$  = Cantidad a enviar desde la factoria B hasta el centro tipo 2

$X_{B3}$  = Cantidad a enviar desde la factoria B hasta el centro tipo 3



Tabla de reporte combinado:

06:53:31		Wednesday	November	27	2019			
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1	XA1	0	55.0000	0	30.0000	at bound	25.0000	M
2	XA2	100.0000	45.0000	4,500.0000	0	basic	40.0000	70.0000
3	XA3	0	60.0000	0	25.0000	at bound	35.0000	M
4	XA4	400.0000	20.0000	8,000.0000	0	basic	0	30.0000
5	XB1	100.0000	20.0000	2,000.0000	0	basic	-5.0000	50.0000
6	XB2	100.0000	40.0000	4,000.0000	0	basic	15.0000	45.0000
7	XB3	300.0000	30.0000	9,000.0000	0	basic	-5.0000	55.0000
8	XB4	0	25.0000	0	10.0000	at bound	15.0000	M
	Objective	Function	(Min.) =	27,500.0000				
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1	CANT MIN UND FABRICA A	500.0000	<=	700.0000	200.0000	0	500.0000	M
2	CANT MIN UND FABRICA B	500.0000	<=	500.0000	0	-5.0000	400.0000	600.0000
3	DEMANDA MIN CENTRO I	100.0000	>=	100.0000	0	25.0000	0	200.0000
4	DEMANDA MIN CENTRO II	200.0000	>=	200.0000	0	45.0000	100.0000	400.0000
5	DEMANDA MIN CENTRO III	300.0000	>=	300.0000	0	35.0000	200.0000	400.0000
6	DEMANDA MIN CENTRO IV	400.0000	>=	400.0000	0	20.0000	0	600.0000

Para lograr un valor mínimo en los costos según WIN QSB de 27.500 us de transporte se tiene que fabricar:100 piezas en la fábrica A para el centro II con un costo de 4500 dólares,400 piezas de la fábrica A para el centro IV con un costo de 8000 dólares,100 piezas de la fábrica B para el centro I con un costo de 2000 dólares,100 piezas de la fábrica B para el centro II con un costo de 4000 dólares,300 piezas de la fábrica B para el centro III con un costo de 9000 dólares, arrojando el costo mínimo de transporte de 27500.De la fábrica A al centro I, ni de fábrica A el centro III y ni de la fábrica B al centro IV se va a trasladar ninguna pieza, puesto que habrían pérdidas de 30, 25 10 dólares respectivamente por unidad enviada. Todas las demandas mínimas de cada centro (I, II, III, VI) se cumplieron, esto quiere decir que no toma valor (0) porque se cumple con las demandas,

Sin embargo en la cantidad mínima de unidades en la fábrica A presenta holgura de 200 unidades que se dejan de enviar.

#### 4.101. Problema resuelto 101

Cierto gobierno desea invertir en una serie de plantas eléctricas para satisfacer la demanda de energía de sus habitantes, para ello cuenta con un capital de 80000 millones de unidades monetarias (u.m), los cuales se pueden invertir en 5 tipos diferentes de plantas, se tienen las siguientes especificaciones: El costo de inversión de la planta 1 es de 97 millones, de la planta 2 de 420 millones, de la planta 3 de 130 millones, de la planta 4 de 310 millones y la planta 5 de 213 millones. Las plantas garantizan una potencia mínima de 1800MW, se conoce que todas las plantas garantizan 100MW de energía mínima. La potencia anual mínima que requieren los habitantes para suplir sus necesidades energéticas es de 8000 MacroW-h/año, sabiendo que anualmente la planta 1 genera 700 MacroW-h, la planta 2 1260 MacroW-h, la planta 3 130 MacroW-h, la planta 4 735 MacroW-h y la planta 5 547 MacroW-h. Luego de hacer un estudio exhaustivo, el gobierno descubre que los habitantes aumentaron el gasto energético deseando garantizar una potencia mínima de 2600 MW a sus habitantes, si las plantas trabajan sin ningún problema, se puede suplir la demanda, ya que, la energía potencia máxima que garantiza cada una de ellas es de 115 MW para la planta 1, 110 MW para la planta 2, 120 MW para la planta 3, 300 MW para la planta 4 y 213 MW para la planta 5. Se requiere aumentar las utilidades que provienen de las plantas.

Planteamiento de la información:

Plantas	Costo de inversión (millones)	Potencia mínima garantizada (MW)	Potencia máxima garantizada (MW)	Potencia anual (MacroW-h)	Utilidades (millones)
1	97	100	115	700	136

Plantas	Costo de inversión (millones)	Potencia mínima garantizada (MW)	Potencia máxima garantizada (MW)	Potencia anual (MacroWh)	Utilidades (millones)
2	420	100	110	1260	56
3	130	100	120	130	101
4	310	100	300	735	104
5	213	100	213	547	79

- Formulación del modelo:

$X_1$ =cantidad de plantas de tipo 1 en las cuáles invertir.

$X_2$ =cantidad de plantas de tipo 2 en las cuáles invertir.

$X_3$ =cantidad de plantas de tipo 3 en las cuáles invertir.

$X_4$ =cantidad de plantas de tipo 4 en las cuáles invertir.

$X_5$ =cantidad de plantas de tipo 5 en las cuáles invertir.

Maximizar  $Z = 136X_1 + 56X_2 + 101X_3 + 104X_4 + 79X_5$

Sujeto a:

$97X_1 + 420 X_2 + 130 X_3 + 310 X_4 + 213 X_5 \leq 80000$  Disponibilidad del capital

$100X_1 + 100 X_2 + 100 X_3 + 100 X_4 + 100 X_5 \geq 1800$  Potencia mínima garantizada

$700X_1 + 1260 X_2 + 130 X_3 + 735 X_4 + 547 X_5 \geq 8000$  Potencia anual mín. requerida

$115X_1 + 110 X_2 + 120 X_3 + 300 X_4 + 213 X_5 \geq 2600$  Potencia mínima deseada

$X_i \geq 0$

- Resolviendo por WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	X5	Direction	R. H. S.
Maximize	136	56	101	104	79		
Disponibilidad de capital	97	420	130	310	213	<=	80000
Pot min garantizada	100	100	100	100	100	>=	1800
Pot anual min	700	1260	130	735	547	>=	8000
Pot min deseada	115	110	120	300	213	>=	2600
LowerBound	0	0	0	0	0		
UpperBound	M	M	M	M	M		
VariableType	continuous	continuous	continuous	continuous	continuous		

Tabla de reporte combinado:

19:38:19		Wednesday	November	27	2019		
Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
1 X1	824,74	136,00	112165,00	0	basic	75,36	M
2 X2	0	56,00	0	-532,87	at bound	-M	588,87
3 X3	0	101,00	0	-81,27	at bound	-M	182,27
4 X4	0	104,00	0	-330,64	at bound	-M	434,64
5 X5	0	79,00	0	-219,64	at bound	-M	298,64
Objective	Function	(Max.) =	112165,00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
1 Disponibilidad de capital	80000,00	<=	80000,00	0	1,40	2193,05	M
2 Pot min garantizada	82474,23	>=	1800,00	80674,23	0	-M	82474,23
3 Pot anual min	577319,60	>=	8000,00	569319,60	0	-M	577319,60
4 Pot min deseada	94845,36	>=	2600,00	92245,36	0	-M	94845,36

La solución obtenida por el programa WIN QSB para el presente modelo, recomienda al gobierno invertir en aproximadamente 825 plantas de tipo 1 para recibir utilidades por 112.165 millones. Si el gobierno llegase a invertir en cualquiera de las demás plantas, éstas generarían pérdidas, la planta 2 por 532,87 millones, la planta 3 por 81,27 millones, la planta 4 por 330,64 millones y la planta 5 por 219,64 millones. El total del capital presupuestado para la inversión se utilizó en su totalidad, en cuanto a la potencia mínima garantizada hay un exceso de 80.674,23 MW empleando toda la capacidad, en cuanto a la

potencia anual mínima, hay un exceso de 569.319,6 MacroW-h, cubriendo toda la necesidad energética y respecto a la potencia mínima deseada, se cumplió con la demanda exigida, generando un exceso de 92.245,36 MW.

#### 4.102. Problema resuelto 102

Una empresa fabrica 4 tipos de pasteles A, B, C Y D, la empresa tiene una utilidad de \$500 por cada pastel A, \$400 por cada pastel B, \$300 por cada pastel C y \$200 por cada pastel D; Cada pastel tiene una combinación de la masa de harina y el relleno de estos. Actualmente la empresa cuenta con 90 kilogramos de masa de harina para los cuatro tipos de pastel. La disponibilidad de relleno para el pastel A es 25 kg, 20 kilogramos de relleno para el pastel B, 18 kilogramos de relleno para el pastel C y 10 kilogramos de relleno para el pastel D. cada pastel A contiene 170g de masa y harina y 150g relleno, el B contiene 160g de masa de harina y 145g de relleno, el C y el D contienen 150g de masa de harina y 140g de relleno. Basado en el historial de ventas se consolido que la empresa puede vender 100 pasteles A, 110 pasteles B y 150 pasteles entre C y D en 1 día. ¿Cuántos pasteles tipo A, B C y D deberá fabricar la empresa para maximizar su ganancia?

Planteamiento de la información:

	Utilidad por pastel (\$)	Relleno disponible para cada pastel (kg)	Cantidad de masa que requiere cada pastel (g)	Cantidad de relleno que requiere cada pastel(g)	Cantidad de pasteles que puede producir la empresa en 1 día
A	500	25	170	150	100
B	400	20	160	145	110
C	300	18	150	140	150
D	200	10	150	140	

- Formulación del modelo

$X_1$  = Cantidad de pasteles A a producir en el día

$X_2$  = Cantidad de pasteles B a producir en el día

$X_3$  = Cantidad de pasteles C a producir en el día

$X_4$  = Cantidad de pasteles D a producir en el día

Maximizar  $Z = 500X_1 + 400X_2 + 300X_3 + 200X_4$

Sujeto a:

$170X_1 + 160X_2 + 150X_3 + 150X_4 \leq 90000$  Disp. máxima de masa (P1)

$150X_1 \leq 25000$  cantidad máxima de relleno para cada pastel tipo A (P2)

$145X_2 \leq 20000$  cantidad máxima de relleno para cada pastel tipo B (P3)

$140X_3 \leq 18000$  cantidad máxima de relleno para cada pastel tipo C (P4)

$140X_4 \leq 10000$  cantidad máxima de relleno para cada pastel tipo D (P5)

$X_1 \leq 100$  Demanda máxima pasteles A en 1 día (P6)

$X_2 \leq 110$  Demanda máxima pasteles B en 1 día (P7)

$X_3 + X_4 \leq 150$  Demanda máxima pasteles C y D en 1 día (P8)

$X_1, X_2, X_3, X_4 \geq 0$

- Resolviendo con WIN QSB,

Variable -->	X1	X2	X3	X4	Direction	R. H. S.
<b>Maximize</b>	<b>500</b>	<b>400</b>	<b>300</b>	<b>200</b>		
<b>P1</b>	<b>170</b>	<b>160</b>	<b>150</b>	<b>150</b>	<b>&lt;=</b>	<b>90000</b>
<b>P2</b>	<b>150</b>				<b>&lt;=</b>	<b>25000</b>
<b>P3</b>		<b>145</b>			<b>&lt;=</b>	<b>20000</b>
<b>P4</b>			<b>140</b>		<b>&lt;=</b>	<b>18000</b>
<b>P5</b>				<b>140</b>	<b>&lt;=</b>	<b>10000</b>
<b>P6</b>	<b>1</b>				<b>&lt;=</b>	<b>100</b>
<b>P7</b>		<b>1</b>			<b>&lt;=</b>	<b>110</b>
<b>P8</b>			<b>1</b>	<b>1</b>	<b>&lt;=</b>	<b>150</b>
<b>LowerBound</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>		
<b>UpperBound</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>	<b>M</b>		
<b>VariableType</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>	<b>Continuous</b>		

Tabla de reporte combinado:

11:46:11		Wednesday		November		27		2019	
	Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)	
1	X1	100,00	500,00	50.000,00	0	basic	0	M	
2	X2	110,00	400,00	44.000,00	0	basic	0	M	
3	X3	128,57	300,00	38.571,43	0	basic	200,00	M	
4	X4	21,43	200,00	4.285,71	0	basic	0	300,00	
	Objective	Function	(Max.) =	136.857,14					
	Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS	
1	P1	57.100,00	<=	90.000,00	32.900,00	0	57.100,00	M	
2	P2	15.000,00	<=	25.000,00	10.000,00	0	15.000,00	M	
3	P3	15.950,00	<=	20.000,00	4.050,00	0	15.950,00	M	
4	P4	18.000,00	<=	18.000,00	0	0,71	11.000,00	21.000,00	
5	P5	3.000,00	<=	10.000,00	7.000,00	0	3.000,00	M	
6	P6	100,00	<=	100,00	0	500,00	0	166,67	
7	P7	110,00	<=	110,00	0	400,00	0	137,93	
8	P8	150,00	<=	150,00	0	200,00	128,57	200,00	

Con la solución del modelo se concluye que la empresa deberá producir 100 unidades del pastel tipo A, 110 unidades del pastel tipo B, 129 unidades del pastel tipo C y 21 unidades del pastel tipo D, puesto que con esta producción la empresa generaría una ganancia máxima de \$ 136.857 pesos diarios. En cuanto a las restricciones se dejaría de utilizar 32.900 gramos de masa, 10.000 gramos del relleno para el pastel tipo A, 4.050 gramos de relleno del pastel tipo B, 7.000 gramos de relleno para el pastel tipo D y del relleno del pastel tipo C se está utilizando toda la cantidad disponible; mientras que la empresa estaría vendiendo en su totalidad la producción diaria de los diferentes tipos de pasteles.

## Bibliografía

- Mathur Kamlesh, Solow Daniel. (1996). *Investigación de Operaciones*. México: Prentice hall hispanoamericana S.A.
- Hillier Frederick S. Lieberman Gerald J. (2001). *Introducción a la investigación de Operaciones*. México: Mc Graw Hill.
- Taha Hamdy, A. (2012). *Investigación de operaciones*. México: Pearson Prentice Hall.
- Izar, Juan M. (2012). *Investigación de Operaciones*. México: Editorial Trillas.
- Jiménez, Guillermo y Quesada, Víctor M. (2006). *Cien Problemas de Programación Lineal*. Manizales: Edición Universidad Nacional de Colombia.
- Bonini, Charles; Hausman, Warren y Bierman, Harold. (2001). *Análisis Cuantitativo para los negocios*. Colombia: Mc Graw Hill.
- Cruelles, José A. (2013). *Ingeniería Industrial*. México: Alfaomega.
- Anderson, David; Sweeney, Dennis y Williams, Thomas A. (2004) *Métodos Cuantitativos para los negocios*. México: Editorial Thomson.
- Prawda, Witenberg. (1982). *Métodos y modelos de Investigación de Operaciones*. Limusa (Vol. 2). México.
- Hidalgo, Samuel. (2019). *Investigación de Operaciones*. España: Editorial Académica Española.
- García, Manuel de los Reyes y Romero, José C. (2004). *Investigación de Operaciones I*. México: Universidad Autónoma metropolitana Unidad Azcapotzaico.
- Rincon, Luis Alberto. (2001). *Investigación de operaciones para Ingenierías y administración de empresas*. Palmira: Edición Universidad Nacional de Colombia.